Mühendislik Mekaniği
Dinamik

Yrd.Doç.Dr. Akın Ataş

Bölüm 14

Parçacık Kinetiği: İş ve Enerji

Kaynak: ‘Mühendislik Mekaniği: Dinamik’, R.C.Hibbeler, S.C.Fan,
Çevirenler: A. Soyuçok, Ö. Soyuçok.

14 Parçacık Kinetiği: İş ve Enerji

Bu bölümde, hareket denklemini yer değiştirmeye göre integre ederek *iş ve enerji ilkesi*ni elde edeceğiz.

Elde edilen denklem *kuvvet, hız ve yer değiştirme*yi içeren problemleri çözmede yararlı olacaktır.

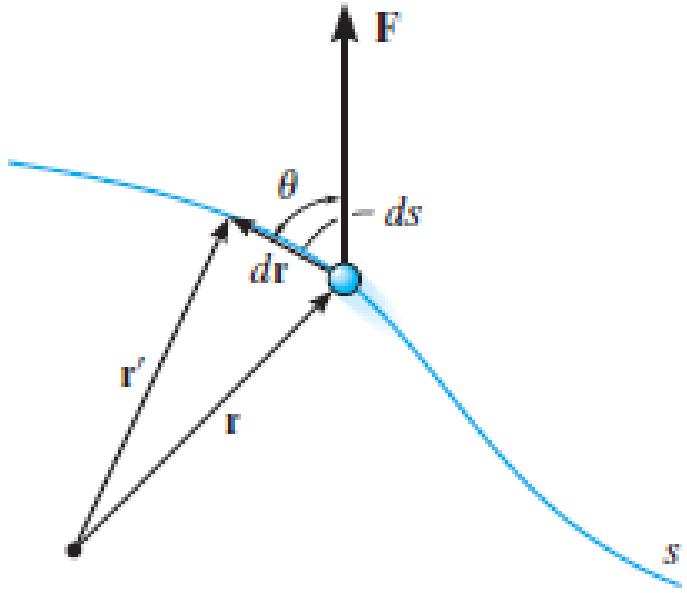
Daha sonra *güç* kavramı incelenecek ve *enerjinin korunumu teoremi* kullanılarak kinetik problemlerini çözmeyi sağlayan bir yöntem sunulacaktır.

Önce, *iş*in tanımını yapacağız.

14.1 Bir Kuvvetin İşi

Mekanikte, bir **F** kuvveti, ancak parçacık *kuvvet doğrultusunda yer değiştirmeye* maruz kalırsa, parçacık üzerinde iş yapar.

$$dU = F\,ds\cos\theta \qquad dU = \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$$



$$d\mathbf{r} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}$$

$0^\circ \le \theta < 90^\circ$ ise, iş pozitiftir.
$90^\circ < \theta \le 180^\circ$ ise, iş negatiftir.
$\cos 90^\circ = 0$ olduğundan, kuvvet yer değiştirmeye dikse veya kuvvet sabit bir noktaya uygulanıyorsa, iş *sıfır*dır.

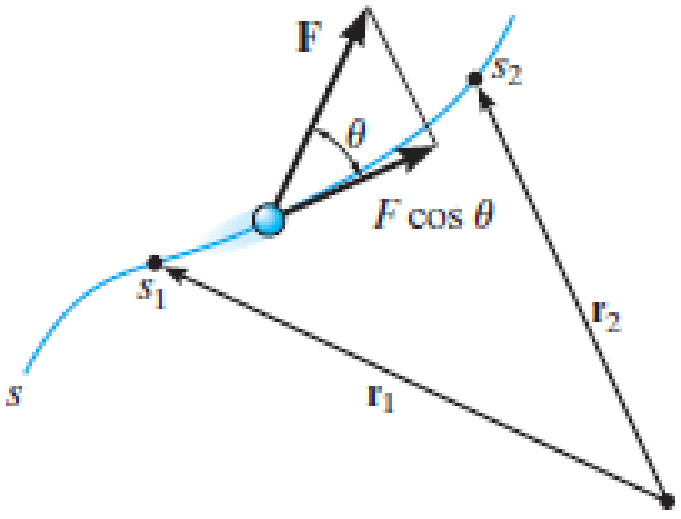
$$(1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m})$$

14.1 Bir Kuvvetin İşi

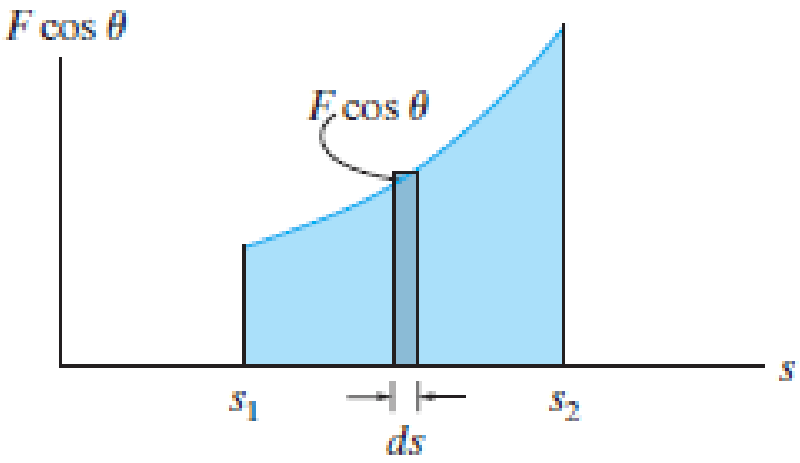
Değişken Bir Kuvvetin Yaptığı İş.

Parçacık, izlediği yol boyunca, sonlu bir yer değiştirme yaparsa, iş integral işlemi ile belirlenir.

$$U_{1-2} = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{s_1}^{s_2} F \cos\theta \, ds$$



(a)



(b)

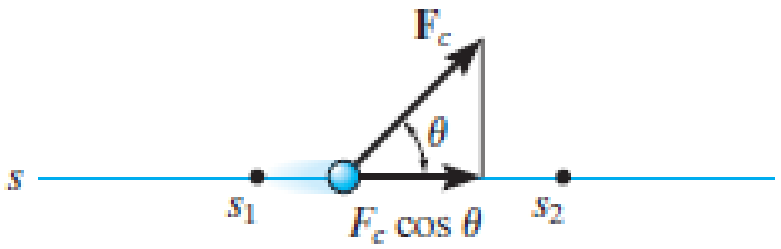
14.1 Bir Kuvvetin İşi

Bir Doğru Boyunca Hareket Eden Sabit Bir Kuvvetin Yaptığı İş.

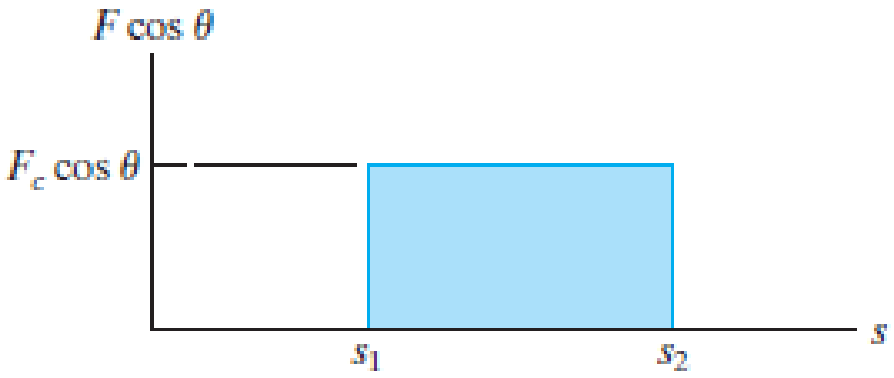
$\mathbf{F}_c$ kuvveti sabit bir büyüklüğe sahipse ve doğru şeklindeki yörüngesi ile sabit bir θ açısı yapan doğrultuda etkirse, yer değiştirme doğrultusundaki kuvvet bileşeni $F_c \cos\theta$'dır.

$$U_{1-2} = F_c \cos\theta \int_{s_1}^{s_2} ds$$

$$\boxed{U_{1-2} = F_c \cos\theta (s_2 - s_1)}$$



(a)



(b)

14.1 Bir Kuvvetin İşi

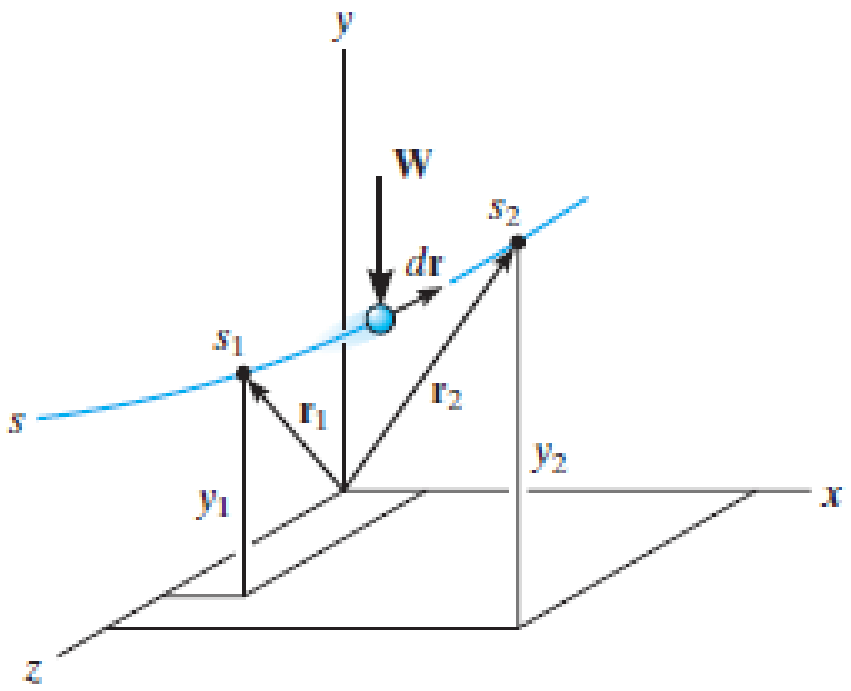
Ağırlığın Yaptığı İş.

$$d\mathbf{r} = dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k} \qquad \mathbf{W} = -W\mathbf{j}$$

$$U_{1-2} = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} (-W\mathbf{j}) \cdot (dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k})$$

$$= \int_{y_1}^{y_2} -W\, dy = -W(y_2 - y_1)$$

$$\boxed{U_{1-2} = -W\,\Delta y}$$

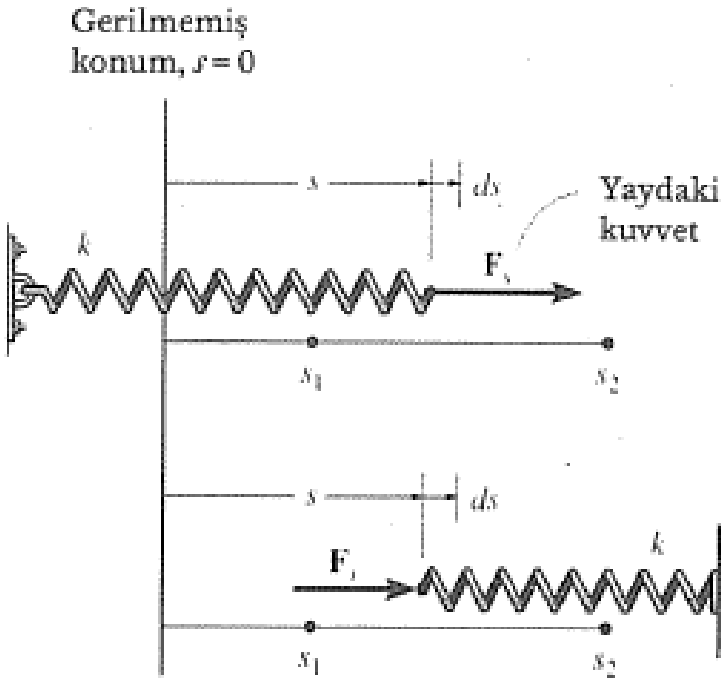


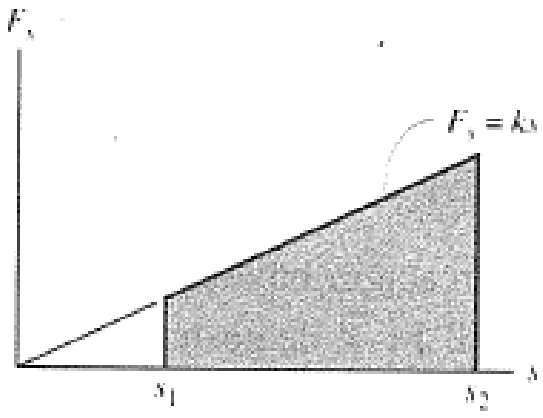
Yapılan iş, parçacığın ağırlık kuvveti ve düşey yer değiştirmenin çarpımı ile belirlenir, yoldan bağımsızdır.

14.1 Bir Kuvvetin İşi

Yay Kuvvetinin Yaptığı İş.

Yay sıkıştırılsa da uzatılsa da, kuvvet ve yer değiştirme aynı yönde olduğundan, **yay üzerinde** yapılan iş pozitiftir.





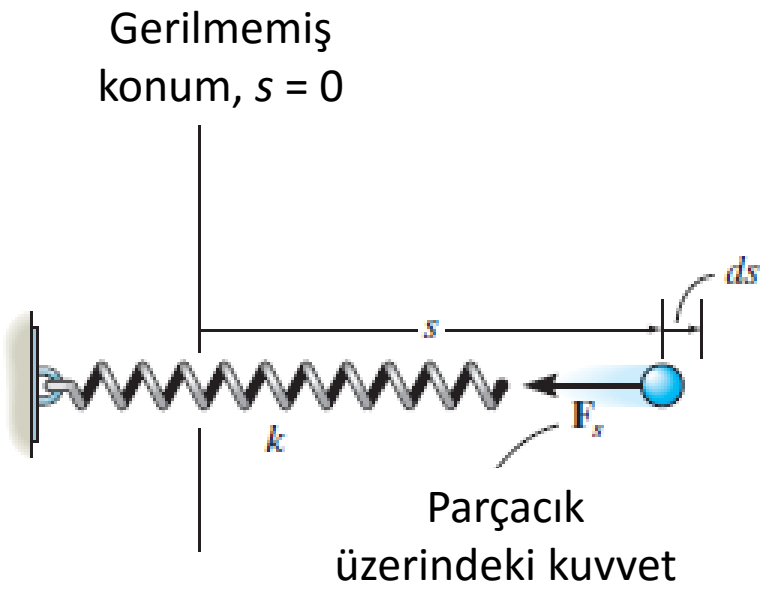
$$U_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} F_s \, ds = \int_{s_1}^{s_2} ks \, ds$$

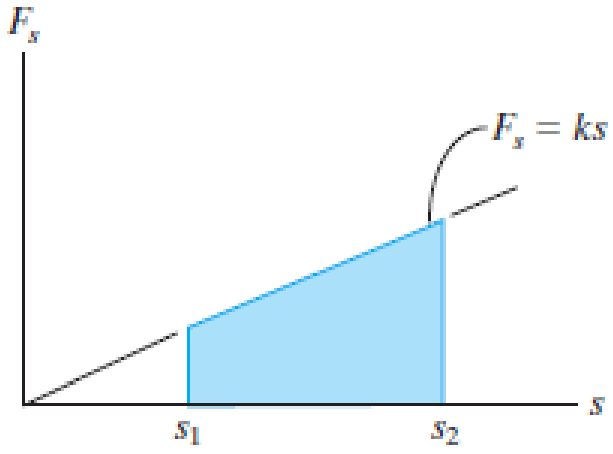
$$= \frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2$$

14.1 Bir Kuvvetin İşi

Yay Kuvvetinin Yaptığı İş.

Bir parçacık bir yaya bağlanırsa, $\mathbf{F}_s$ kuvveti yaya uygulanan kuvvete *zıt*tır ve **parçacık üzerinde** negatif iş yapar.

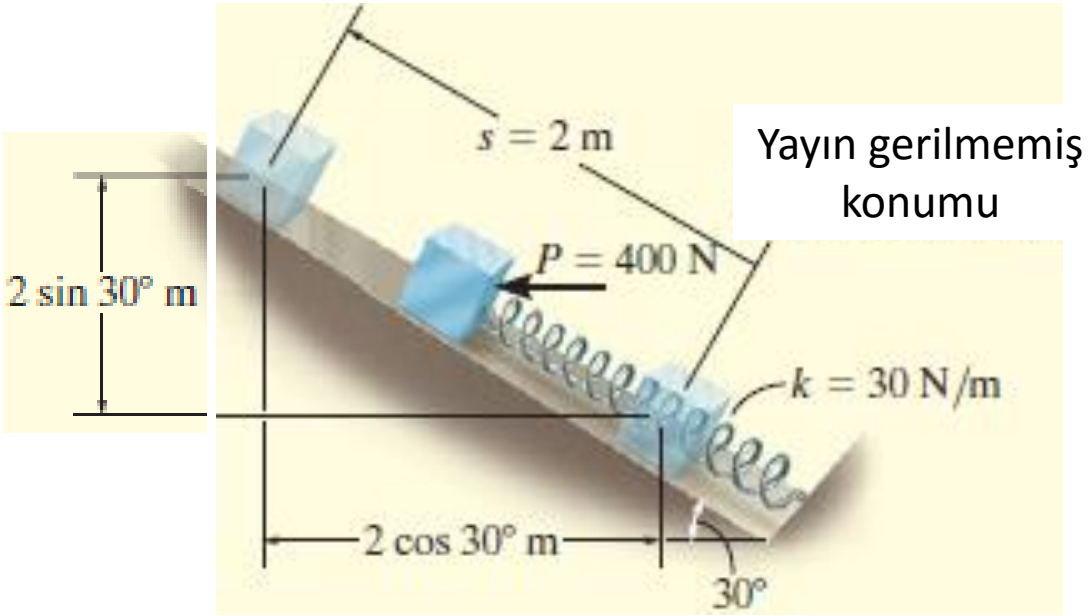




$$U_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} F_s\, ds = \int_{s_1}^{s_2} -ks\, ds$$

$$\boxed{U_{1-2} = -\left(\tfrac{1}{2}ks_2^2 - \tfrac{1}{2}ks_1^2\right)}$$

Örnek 14-1



Şekildeki 10 kg'lık bir blok pürüzsüz düzlem üzerinde durmaktadır. Başlangıçta yay gerilmemiş durumda olduğuna göre, P = 400 N'luk bir yatay kuvvet bloğu s = 2 m yukarı ittiği zaman, blok üzerine etkiyen bütün kuvvetler tarafından yapılan toplam işi belirleyiniz.

Örnek 14-1

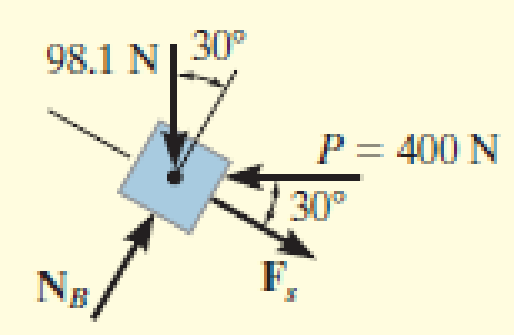
P *Yatay Kuvveti*.

$$U_P = 400\text{ N}\,(2\text{ m}\cos 30°) = 692.8\text{ J}$$

$$U_P = 400\text{ N}\cos 30°(2\text{ m}) = 692.8\text{ J}$$

F_s *Yay Kuvveti*.

$$U_s = -\tfrac{1}{2}(30\text{ N/m})(2\text{ m})^2 = -60\text{ J}$$



W *Ağırlığı*.

$$U_W = -(98.1\text{ N})\,(2\text{ m}\sin 30°) = -98.1\text{ J}$$

$$U_W = -(98.1\sin 30°\text{ N})\,(2\text{ m}) = -98.1\text{ J}$$

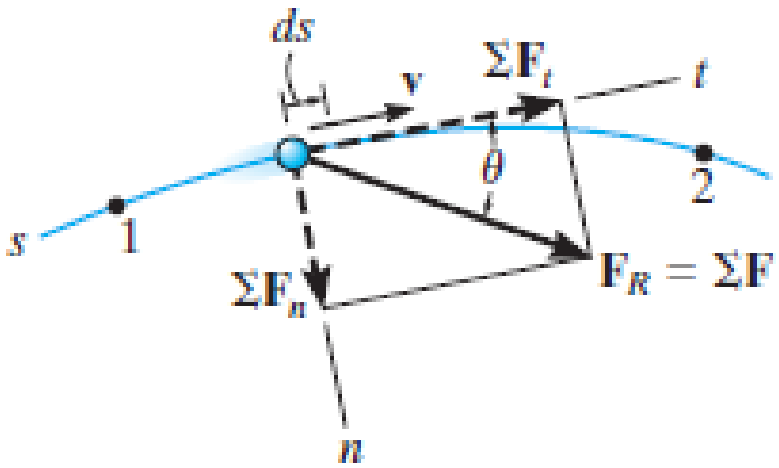
N_B *Normal Kuvveti*. Bu kuvvet iş yapmaz, çünkü daima yer değiştirmeye diktir.

Toplam İş. $U_T = 692.8 - 60 - 98.1 = 535\text{ J}$

14.2 İş ve Enerji İlkesi

Mekanikte, bir **F** kuvveti, ancak parçacık *kuvvet doğrultusunda yer değiştirmeye* maruz kalırsa, parçacık üzerinde iş yapar.

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F} \qquad \Sigma F_t = m a_t \qquad a_t = v\, dv/ds$$



$$\Sigma \int_{s_1}^{s_2} F_t\, ds = \int_{v_1}^{v_2} mv\, dv$$

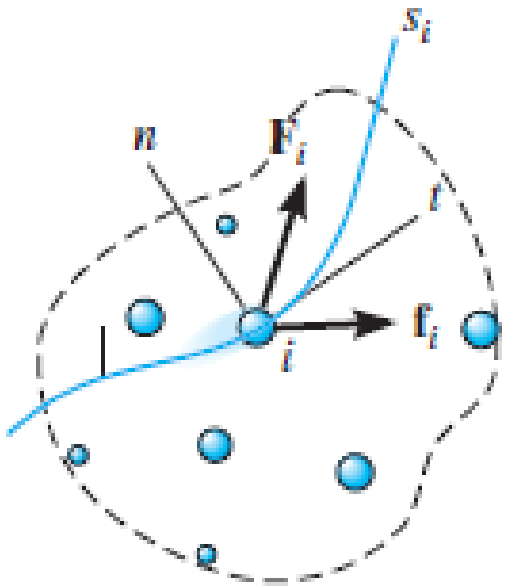
$$\Sigma \int_{s_1}^{s_2} F_t\, ds = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Sigma U_{1-2} = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2 \qquad \boxed{T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2}$$

$$(1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{N \cdot m})$$

14.3 Parçacık Sistemleri için İş ve Enerji İlkesi

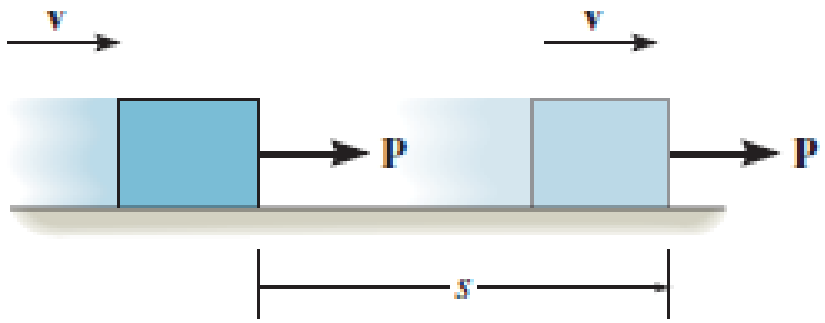
İş ve enerji ilkesi, n sayıda parçacıktan oluşan bir sistemi kapsayacak şekilde genişletilebilir.

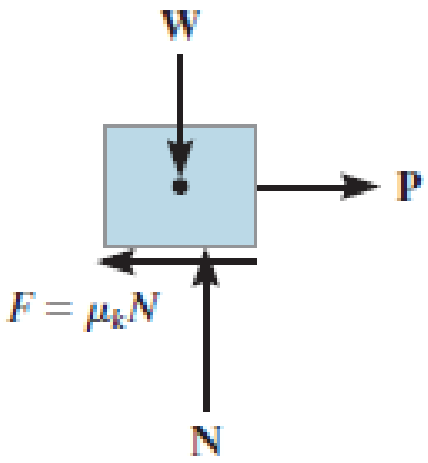


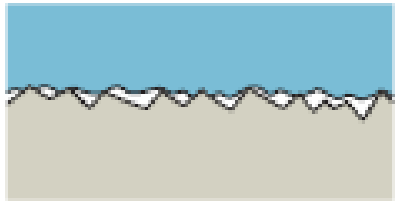
$$\Sigma T_1 + \Sigma U_{1-2} = \Sigma T_2$$

14.3 Parçacık Sistemleri için İş ve Enerji İlkesi

Kaymanın Neden Olduğu Sürtünmenin Yaptığı İş.



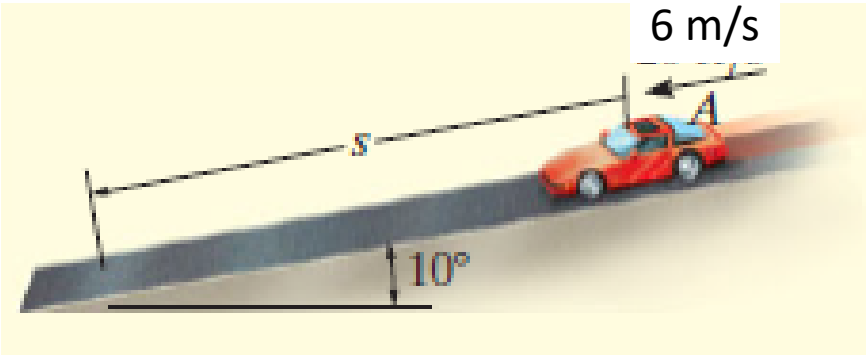




Uygulanan **P** kuvveti sadece $\mu_k N$ bileşke sürtünme kuvvetini dengelerse, var olan **v** sabit hızı korunur. İş ve enerji denklemi:

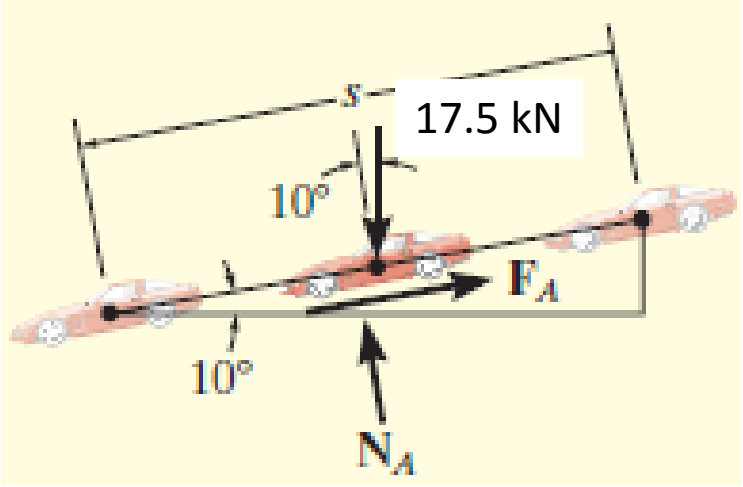
$$\Sigma T_1 + \Sigma U_{1-2} = \Sigma T_2 \qquad \frac{1}{2}mv^2 + Ps - \mu_k N s = \frac{1}{2}mv^2$$

Örnek 14-2



Şekildeki 17.5 kN'luk bir otomobil, 6 m/s'lik bir hızla 10° eğimli bir yol boyunca aşağı doğru hareket etmektedir. Sürücü, arabayı durdurmak için tekerleklerin kilitlenmesine neden olacak şekilde frene basarsa, tekerleklerin yol üzerinde kayacağı *s* mesafesini belirleyiniz. Tekerlekler ve yol arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.5$'tir.

Örnek 14-2



İş (*SCD*).

$$+\nwarrow \sum F_n = 0; \qquad N_A - 17500 \cos 10° \text{ N} = 0 \qquad N_A = 17234.1 \text{ N}$$

$$F_A = 0.5 N_A = 8617.1 \text{ N}$$

İş ve Enerji İlkesi.

$$\{T_1\} + \{\sum U_{1-2}\} = \{T_2\}$$

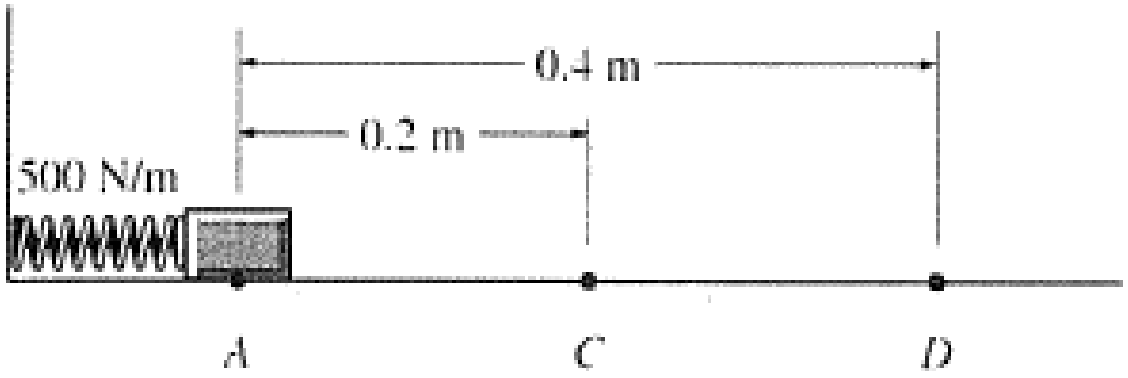
$$\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{17500 \text{ N}}{981 \text{ m/s}^2}\right)(6 \text{ m/s})^2\right\} + \{17500 \text{ N}(s \sin 10°) - (8617.1 \text{ N})s\} = \{0\} \qquad s = 575 \text{ m}$$

$$+\swarrow \sum F_s = ma_s; \qquad 17500 \sin 10° \text{ N} - 8617.1 \text{ N} = \frac{17500 \text{ N}}{9.81 \text{ m/s}^2} a$$

$$a = -3.13 \text{ m/s}^2$$

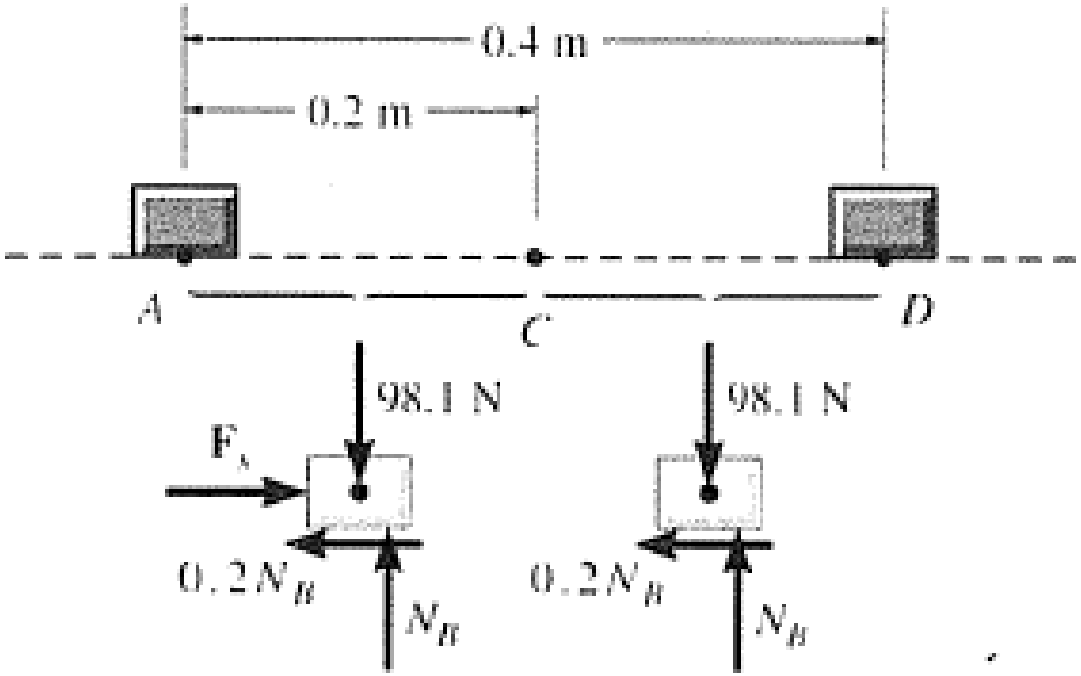
$$(+\swarrow)\ v^2 = v_0^2 + 2ac(s - s_0); \qquad (0)^2 = (-6 \text{ m/s})^2 + 2(-3.13 \text{ m/s}^2)(s - 0) \qquad s = 575 \text{ m}$$

Örnek 14-3



Şekildeki 10 kg'lık bir blok yatay düzlemde durmaktadır. Bloğa bağlı olmayan ve yay sabiti k = 500 N/m olan yay, başlangıçta C'den A'ya 0.2 m sıkıştırılıyor. Bloğun A'da durağan halden bırakıldıktan sonra, D noktasını geçtiği andaki hızını belirleyiniz. Blok ve düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k = 0.2'dir.

Örnek 14-3



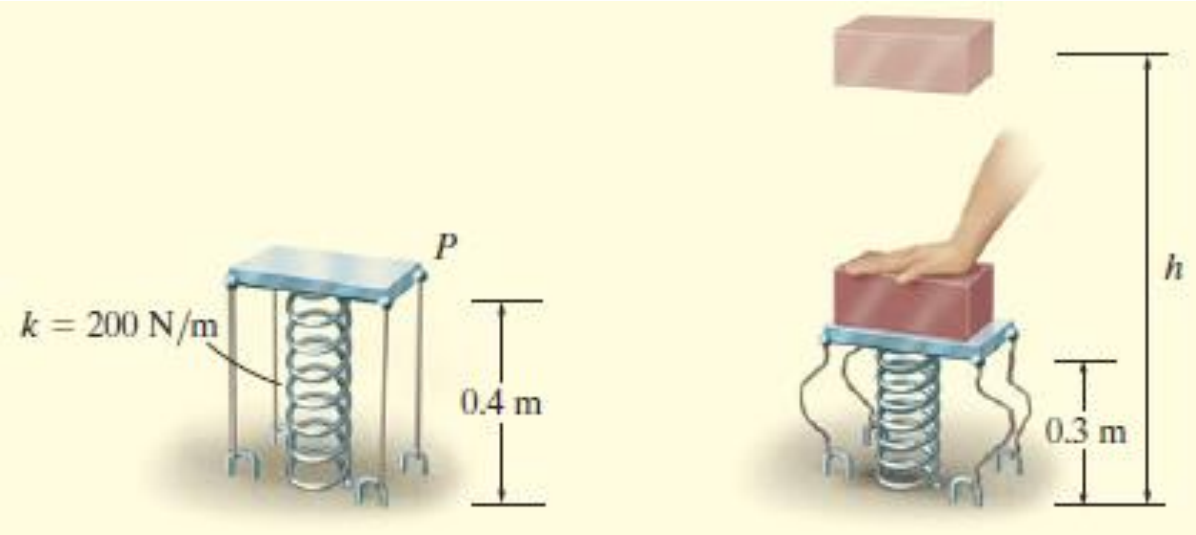
$$\{T_A\} + \{\Sigma U_{A-D}\} = \{T_D\}$$

$$\{\tfrac{1}{2}m(v_A)^2\} + \{\tfrac{1}{2}ks_{AC}^2 - (0.2N_B)s_{AD}\} = \{\tfrac{1}{2}m(v_D)^2\}$$

$$\{0\} + \{\tfrac{1}{2}(500\text{ N/m})(0.2\text{ m})^2 - 0.2(98.1\text{ N})(0.4\text{ m})\} = \{\tfrac{1}{2}(10\text{ kg})(v_D)^2\}$$

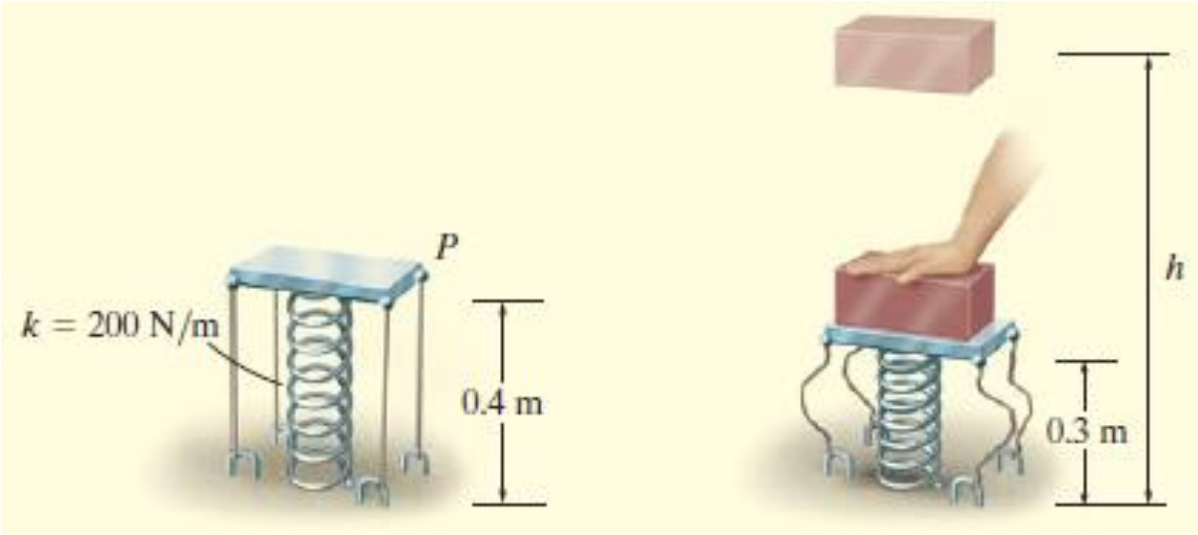
$$v_D = 0.656\text{ m/s} \rightarrow$$

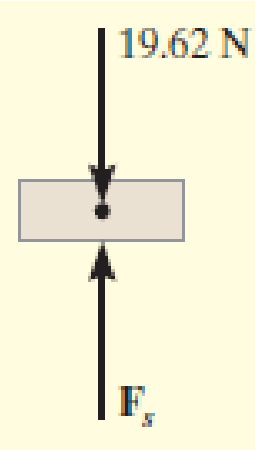
Örnek 14-4



Şekildeki *P* platformunun kütlesi ihmal edilebilir. Üzeri boşken, yayı 0.6 m sıkıştırmış olarak tutan 0.4 m uzunluğundaki iplerle bağlanmıştır. Platform üzerine 2kg'lık bir blok yerleştirilip platform 0.1 m aşağıya itildikten sonra, durağan halden serbest bırakıldığına göre, bloğun havada yükseleceği, yerden ölçülen maksimum *h* yüksekliğini belirleyiniz.

Örnek 14-4





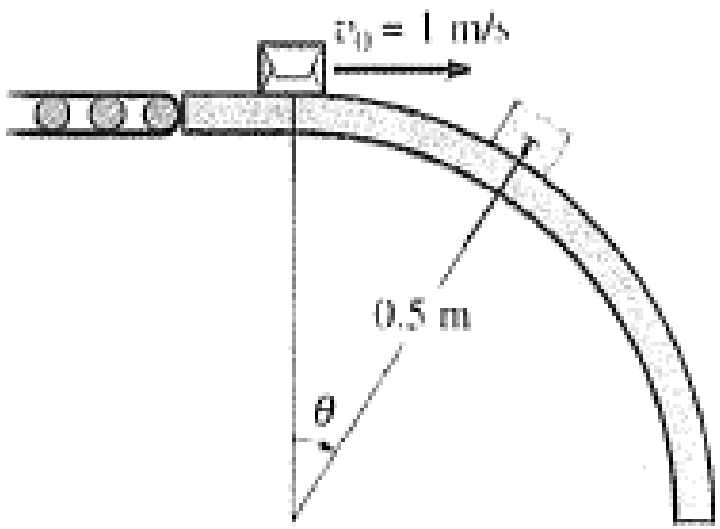
$$T_1 + \Sigma U_{1\text{-}2} = T_2$$

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \left\{-\left(\tfrac{1}{2}ks_2^2 - \tfrac{1}{2}ks_1^2\right) - W\,\Delta y\right\} = \tfrac{1}{2}mv_2^2$$

$$0 + \left\{-\left[\tfrac{1}{2}(200\text{ N/m})(0.6\text{ m})^2 - \tfrac{1}{2}(200\text{ N/m})(0.7\text{ m})^2\right] - (19.62\text{ N})[h - (0.3\text{ m})]\right\} = 0$$

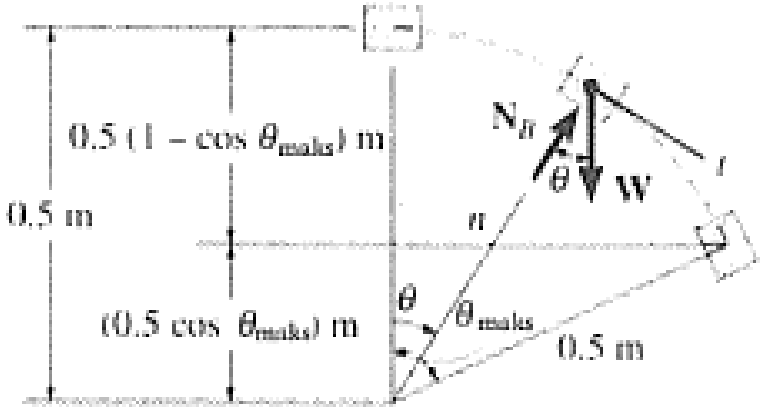
$$h = 0.963\text{ m}$$

Örnek 14-5



2 kg'lık paketler, v_0 = 1 m/s hızıyla bir taşıyıcıdan pürüzsüz bir dairesel rampaya aktarılmaktadır. Rampanın yarıçapı 0.5 m olduğuna göre, her bir paketin yüzeyden ayrılmaya başladığı andaki $\theta = \theta_{maks}$ açısını belirleyiniz.

Örnek 14-5



İş ve Enerji İlkesi.

$$\{T_1\} + \{\Sigma U_{1-2}\} = \{T_2\}$$

$$\{\tfrac{1}{2}(2\text{ kg})(1\text{ m/s})^2\} + \{19.62\text{ N}(0.5\text{ m})(1 - \cos\theta_{maks})\} = \{\tfrac{1}{2}(2\text{ kg})v_2^2\}$$

$$v_2^2 = 9.81(1 - \cos\theta_{maks}) + 1$$

Hareket Denklemi.

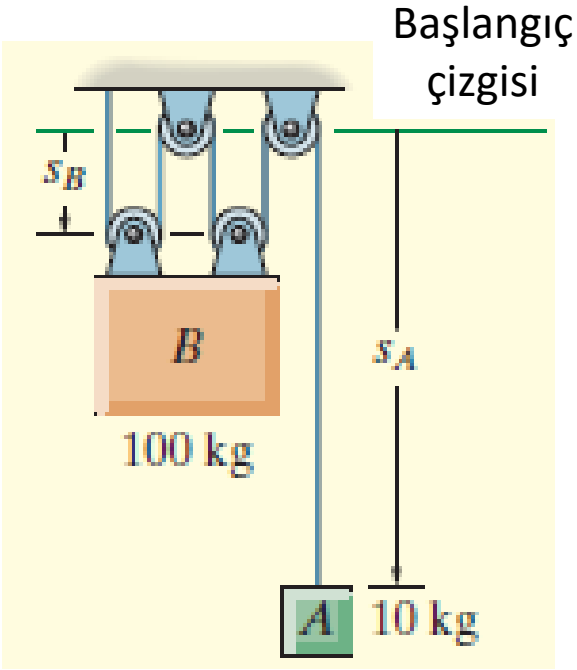
$$+\swarrow \Sigma F_n = ma_n; \qquad -N_B + 19.62\text{ N}\cos\theta = (2\text{ kg})\left(\frac{v^2}{0.5\text{ m}}\right)$$

$$\cos\theta_{maks} = \frac{v_2^2}{4.905} \qquad 4.905\cos\theta_{maks} = 9.81(1 - \cos\theta_{maks}) + 1$$

$$\cos\theta_{maks} = 0.735$$

$$\theta_{maks} = 42.7°$$

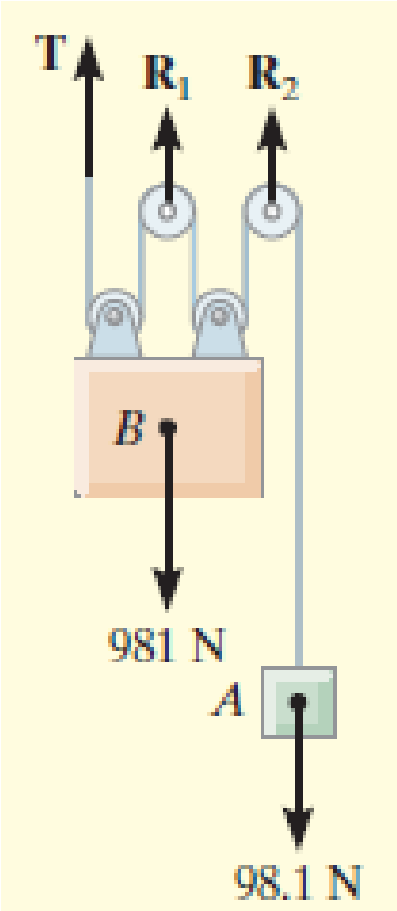
Örnek 14-6



A ve *B* blokları, sırasıyla, 10 ve 100 kg'lık kütlelere sahiptir. *B*'nin durağan halde bırakıldığı noktadan, hızının 2 m/s olduğu noktaya kadar katettiği mesafeyi belirleyiniz.

Örnek 14-6

İş ve Enerji İlkesi.



$$\Sigma T_1 + \Sigma U_{1-2} = \Sigma T_2$$

$$\left\{\tfrac{1}{2}m_A(v_A)_1^2 + \tfrac{1}{2}m_B(v_B)_1^2\right\} + \{W_A\,\Delta s_A + W_B\,\Delta s_B\} = \left\{\tfrac{1}{2}m_A(v_A)_2^2 + \tfrac{1}{2}m_B(v_B)_2^2\right\}$$

$$\{0 + 0\} + \{98.1\text{ N }(\Delta s_A) + 981\text{ N }(\Delta s_B)\} = \left\{\tfrac{1}{2}(10\text{ kg})(v_A)_2^2 + \tfrac{1}{2}(100\text{ kg})(2\text{ m/s})^2\right\}$$

Kinematik.

$$s_A + 4s_B = l$$

$$\Delta s_A + 4\,\Delta s_B = 0$$

$$\Delta s_A = -4\,\Delta s_B$$

$$v_A = -4v_B = -4(2\text{ m/s}) = -8\text{ m/s}$$

$$\Delta s_B = 0.883\text{ m}\downarrow$$

14.4 Güç ve Verim

Güç. Güç terimi, verilen bir zamanda belirli bir işi yapmak için gereken motor veya makineyi seçmek için faydalı bir temel sağlar. Örneğin, iki pompadan her biri *yeterli zaman verildiğinde* bir havuzu boşaltabilir. Ancak, daha güçlü olan, işi daha kısa sürede bitirir.
Güç, birim zamanda yapılan iş miktarı olarak tanımlanır.

$$\boxed{P = \frac{dU}{dt}} \qquad P = \frac{dU}{dt} = \frac{\mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F}\cdot\frac{d\mathbf{r}}{dt} \qquad \boxed{P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}}$$

$$1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J/s} = 1\ \mathrm{N\cdot m/s} \qquad 1\ \mathrm{hp} = 746\ \mathrm{W}$$

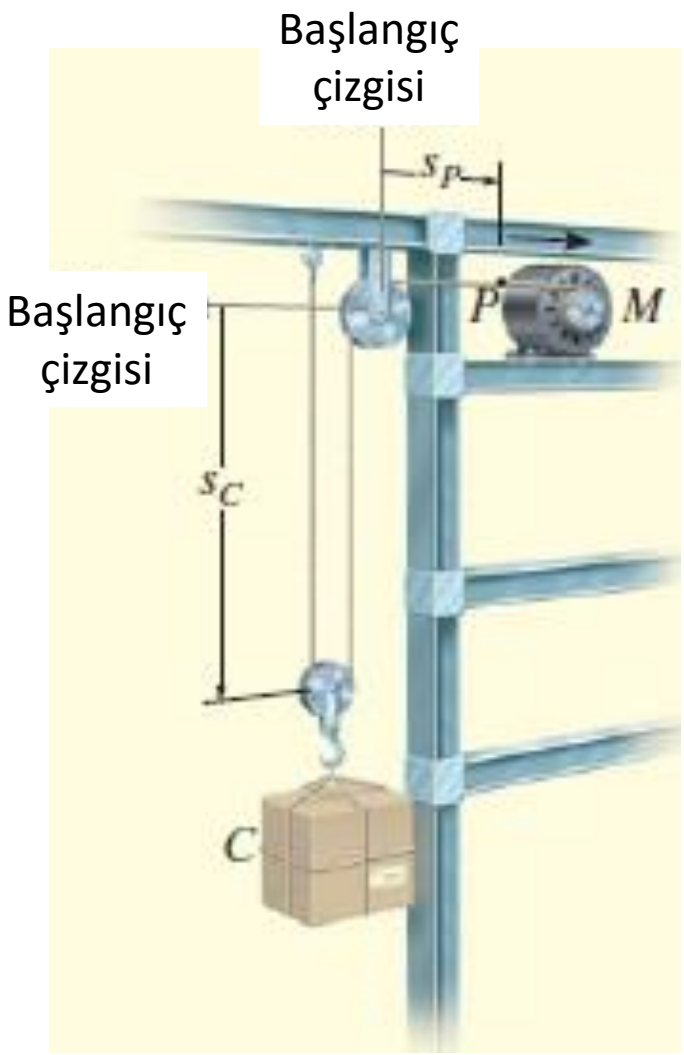
14.4 Güç ve Verim

Verim. Bir makinenin *mekanik verimi*, makine tarafından üretilen yararlı çıkış gücünün, makineye verilen giriş gücüne oranı olarak tanımlanır.

$$\epsilon = \frac{\text{çıkış gücü}}{\text{giriş gücü}}$$

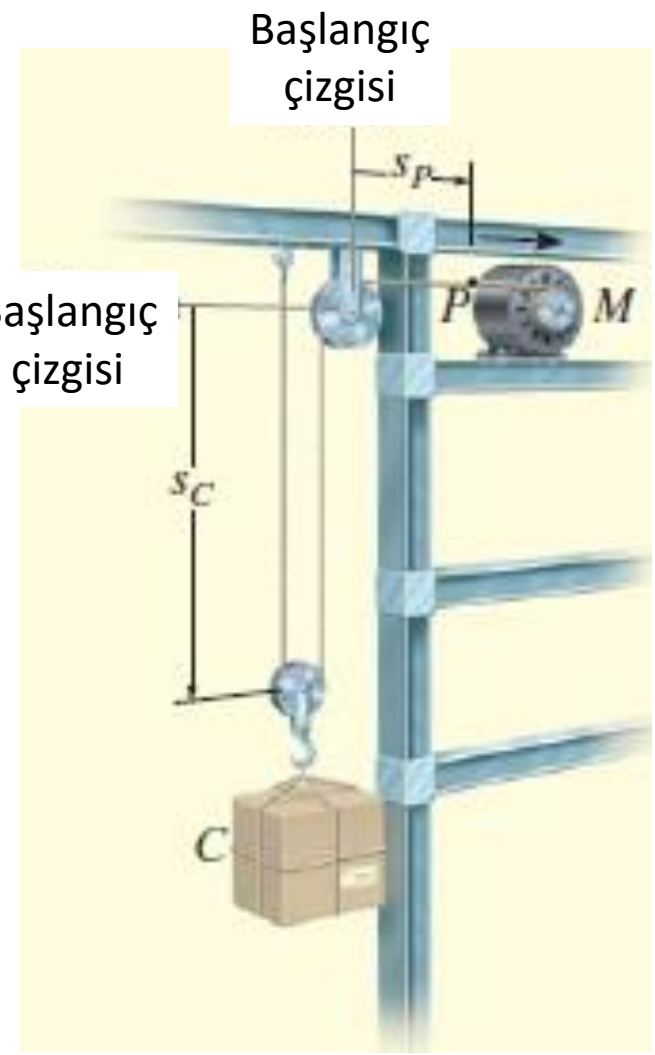
Makineye, enerjinin alındığı aynı zaman aralığında enerji veriliyorsa, verim, çıkış enerjisinin giriş enerjisine oranı olarak da ifade edilebilir.

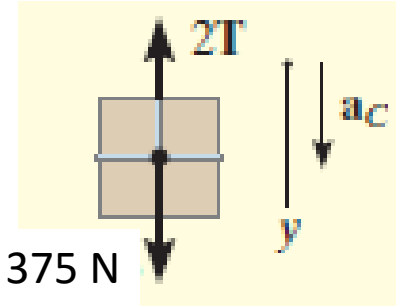
Örnek 14-7



Şekildeki asansörün *M* motoru 0.85'lik bir verimle çalışmaktadır. 375 N'luk *C* sandığını, ip üzerindeki *P* noktası 1.2 m/s^2'lik bir ivme ile çekilecek ve gösterilen andaki hızı 0.6 m/s olacak şekilde, kaldırması için motora sağlanması gereken gücü belirleyiniz. Makara ve ipin kütlesini ihmal ediniz.

Örnek 14-7





$$+\downarrow \sum F_y = ma_y; \qquad -2T + 375\text{ N} = \frac{375\text{ N}}{9.81\text{ m/s}^2}a_C$$

$$2s_C + s_P = l. \qquad 2a_C = -a_P$$

$$a_P = +1.2\text{ m/s}^2 \qquad a_C = (-1.2\text{ m/s}^2)/2$$

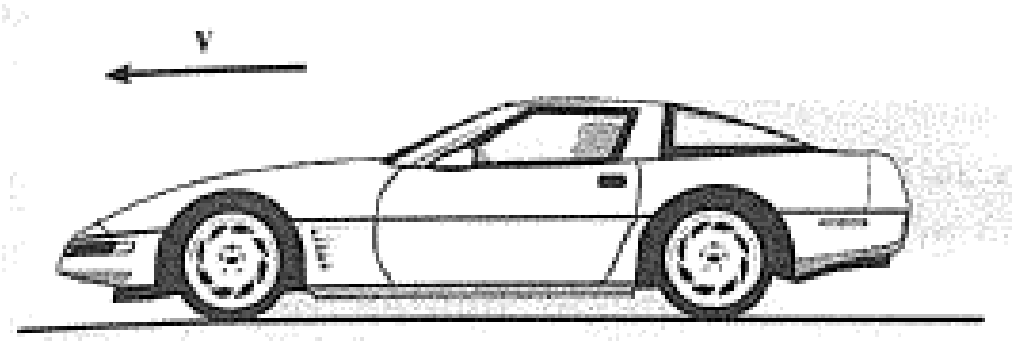
$$-2T + 375\text{ N} = \frac{375\text{ N}}{9.81\text{ m/s}^2}(-0.6\text{ m/s}^2)$$

$$T = 199.0\text{ N}$$

$$P = \mathbf{T}\cdot\mathbf{v} = (199\text{ N})(0.6\text{ m/s}) = 119.4\text{ W}$$

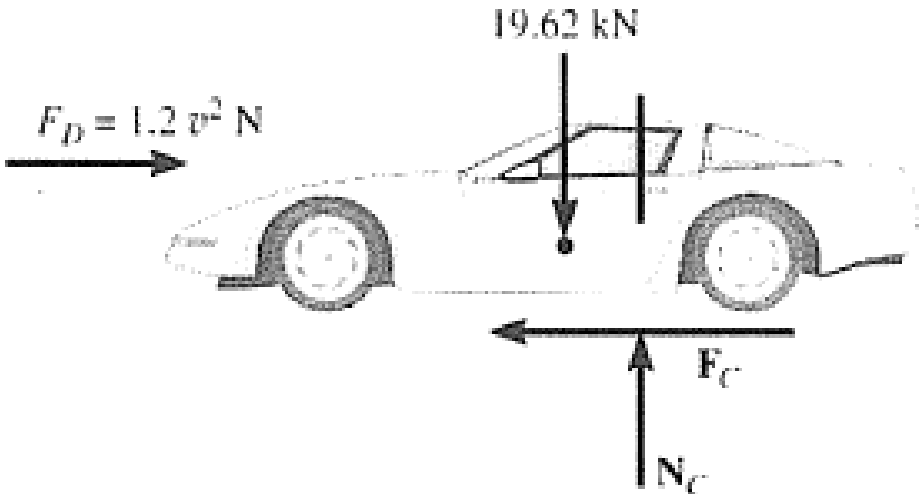
$$\text{giriş gücü} = \frac{1}{\epsilon}(\text{çıkış gücü}) = \frac{1}{0.85}(119.4\text{ W}) = 140.5\text{ W}$$

Örnek 14-8



Şekildeki araba, 2 Mg'lık bir kütleye ve ε = 0.63'lük bir motor verimine sahiptir. Araba ileri doğru giderken, rüzgar araba üzerinde, $F_D = 1.2v^2$ N'luk bir sürüklenme direnci yaratmaktadır. Araba, 50 m/s'lik bir hızla ilerlediğine göre, motor tarafından sağlanan maksimum gücü belirleyiniz.

Örnek 14-8



$$\overset{+}{\leftarrow} \sum F_x = ma_x; \qquad F_C - 1.2v^2 \text{ N} = (2000 \text{ kg})\frac{dv}{dt}$$

$$v = 50 \text{ m/s} \qquad F_C = 1.2(50 \text{ m/s})^2 = 3000 \text{ N} \qquad P = \mathbf{F}_C \cdot \mathbf{v} = (3000 \text{ N})(50 \text{ m/s}) = 150 \text{ kW}$$

$$\text{giriş gücü} = \frac{1}{\epsilon}(\text{çıkış gücü}) = \frac{1}{0.63}(150 \text{ kW}) = 238 \text{ kW}$$

14.5 Konservatif Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

Konservatif Kuvvet. *Sadece* parçacığın konumundaki net *değişime* bağlı ve parçacığın hız ve ivmesinden bağımsız olan kuvvettir.

Parçacık bir noktadan diğerine hareket ettiğinde, kuvvetin yaptığı iş, parçacığın izlediği yoldan bağımsız ise bu kuvvete *konservatif kuvvet* denir.

Bir parçacığın ağırlığı ve elastik bir yayın kuvveti, mekanikte sık karşılaşılan iki konservatif kuvvet örneğidir.

14.5 Konservatif Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

Ağırlık. Bir parçacığın ağırlığı tarafından yapılan iş *yoldan bağımsızdır*. Sadece parçacığın *düşey yer değiştirmesine* bağlıdır.

$$U = -W(\Delta y)$$

Elastik Yay. *Bir parçacık üzerine etki eden* bir yay kuvveti tarafından yapılan iş, parçacığın izlediği yoldan bağımsızdır. Sadece, yayın *s* uzaması veya sıkışmasına bağlıdır.

$$U = -\left(\tfrac{1}{2}ks_2^2 - \tfrac{1}{2}ks_1^2\right)$$

Sürtünme. Konservatif kuvvetten farklı olarak, hareketli bir cisme sabit bir yüzey tarafından uygulanan sürtünme kuvvetinin işi yola bağlıdır, yol uzadıkça iş artar. İş, cisimden ısı şeklinde dışarı atılır.

14.5 Konservatif Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

Potansiyel Enerji. Enerji, iş yapma kapasitesi olarak tanımlanabilir. Parçacığın *hareketinden* dolayı ortaya çıktığı zaman, *kinetik enerji* olarak adlandırılır.

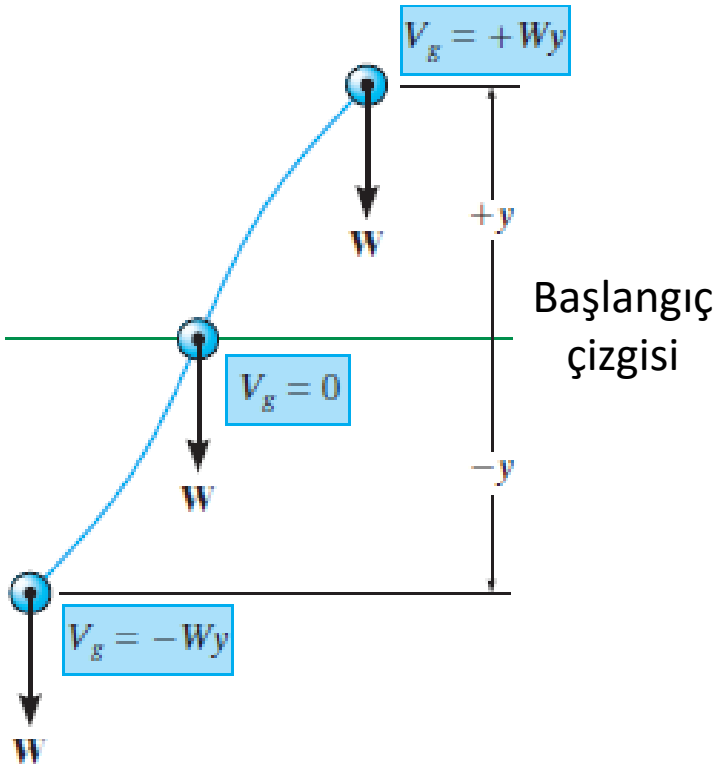
Parçacığın sabit bir başlangıç çizgisi veya referans düzleminden ölçülen konumundan dolayı ortaya çıkan enerjiye *potansiyel enerji* denir.

Mekanikte, hem gravitasyona (ağırlık) hem de elastik bir yaya bağlı olarak ortaya çıkan potansiyel enerji önemlidir.

14.5 Konservatif Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

Gravitasyonel Potansiyel Enerji.

+*y*'de parçacığın **W** ağırlığı *Vg* +ve *g.p.e*'ye sahiptir. Çünkü, parçacık başlangıç çizgisine indiği zaman, **W** pozitif iş yapma kapasitesine sahip olur.



Benzer şekilde, -*y*'de *Vg* negatiftir.

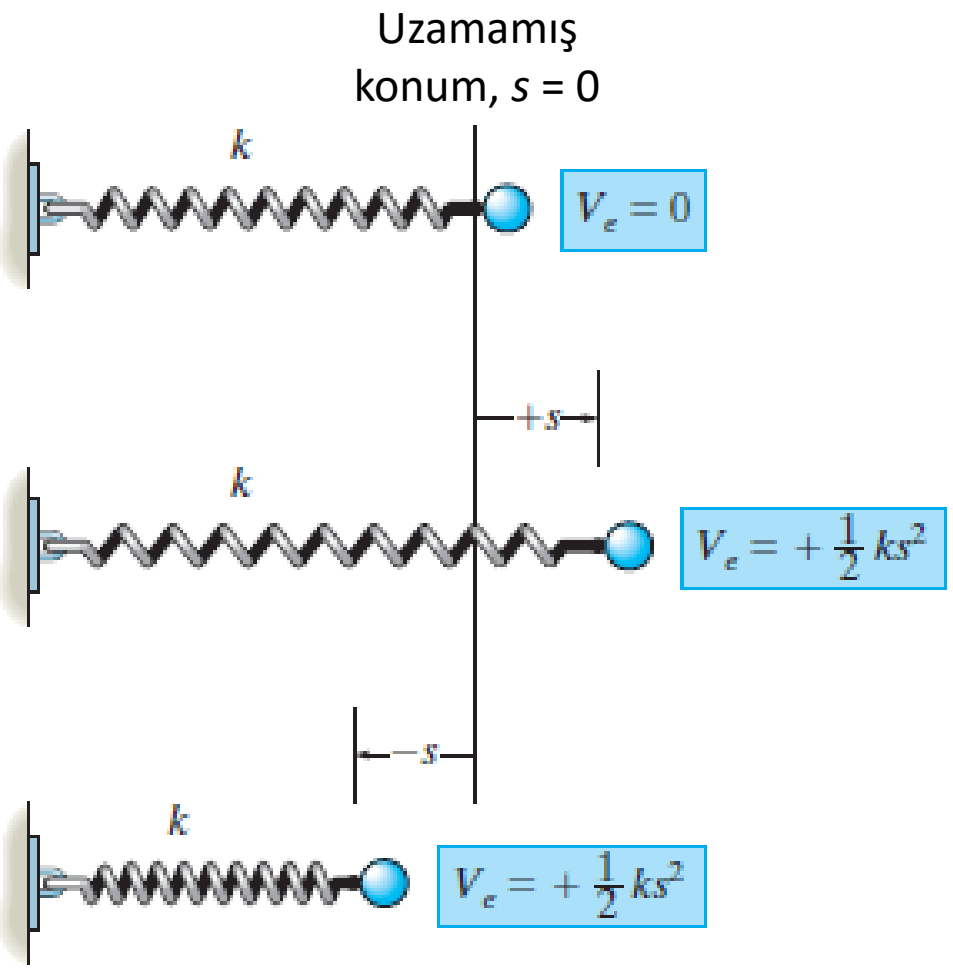
Başlangıç çizgisinde *Vg* = 0'dır.

14.5 Konservatif Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

Elastik Potansiyel Enerji. Elastik bir yay, gerilmemiş konumundan *s* mesafesi kadar uzatılır veya sıkıştırlırsa, yayın V_e elastik potansiyel enerjisi:

$$V_e = +\tfrac{1}{2}ks^2$$

V_e daima pozitiftir. Şekil değiştirmiş yay ilk konumuna döndüğünde, **parçacık üzerinde** daima pozitif iş yapma kapasitesine sahiptir.

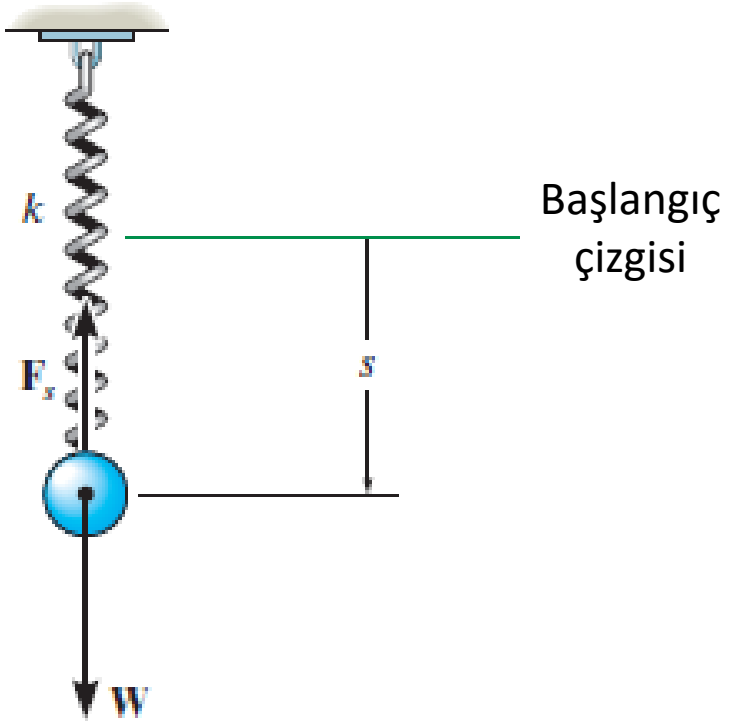


Elastik potansiyel enerji

14.5 Konservatif Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

Potansiyel Fonksiyonu. Genel halde, bir parçacık hem gravitasyonel hem de elastik kuvvetlere maruz kalıyorsa, potansiyel enerjisi:

$$\boxed{V = V_g + V_e}$$



Parçacığın iki nokta arasındaki hareketi ile bir konservatif kuvvet tarafından yapılan iş:

$$U_{1-2} = V_1 - V_2$$

$$U_{1-2} = V_1 - V_2 = \left(-Ws_1 + \tfrac{1}{2}ks_1^2\right) - \left(-Ws_2 + \tfrac{1}{2}ks_2^2\right)$$
$$= W(s_2 - s_1) - \left(\tfrac{1}{2}ks_2^2 - \tfrac{1}{2}ks_1^2\right)$$

$$V = V_g + V_e$$
$$= -Ws + \tfrac{1}{2}ks^2$$

14.5 Konservatif Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

Yörünge boyunca yer değiştirme sonsuz küçük ise, yani (*x, y, z*) noktasından (*x+dx, y+dy, z+dz*) noktasına ise:

$$U_{1-2} = V_1 - V_2$$

$$\begin{aligned} dU &= V(x, y, z) - V(x + dx, y + dy, z + dz) \\ &= -dV(x, y, z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dU &= \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = (F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}) \cdot (dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k}) \\ &= F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz \end{aligned}$$

$$F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz\right)$$

$$F_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad F_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad F_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= -\frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{k} \\ &= -\left(\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}\right)V \end{aligned}$$

$$\mathbf{F} = -\nabla V$$

14.5 Konservatif Kuvvetler ve Potansiyel Enerji

$$\mathbf{F} = -\frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{k}$$
$$= -\left(\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}\right)V$$

$$\mathbf{F} = -\nabla V$$

$$\nabla = (\partial/\partial x)\mathbf{i} + (\partial/\partial y)\mathbf{j} + (\partial/\partial z)\mathbf{k}.$$

Bu denklem, bir **F** kuvvetini kendi potansiyeli ile bağlar ve böylece **F**'nin konservatif olduğunu kanıtlamada matematiksel bir kriter oluşturur. **W**'nin konservatif olduğunun kanıtlanması:

$$F_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \qquad F_y = -\frac{\partial}{\partial y}(Wy) = -W$$

14.6 Enerjinin Korunumu

Bir parçacığın üzerine konservatif ve konservatif olmayan kuvvetler aynı anda etki ediyorsa:

$$T_1 + V_1 + (\sum U_{1-2})_{\text{kons. olm.}} = T_2 + V_2$$

Sadece konservatif kuvvetler etki ediyorsa:

$$\boxed{T_1 + V_1 = T_2 + V_2}$$

Bu denklem, *mekanik enerjinin korunumu* veya kısaca, *enerjinin korunumu* olarak anılır.

Hareket esnasında parçacığın potansiyel ve kinetik enerjilerinin toplamının sabit kaldığını ifade eder.

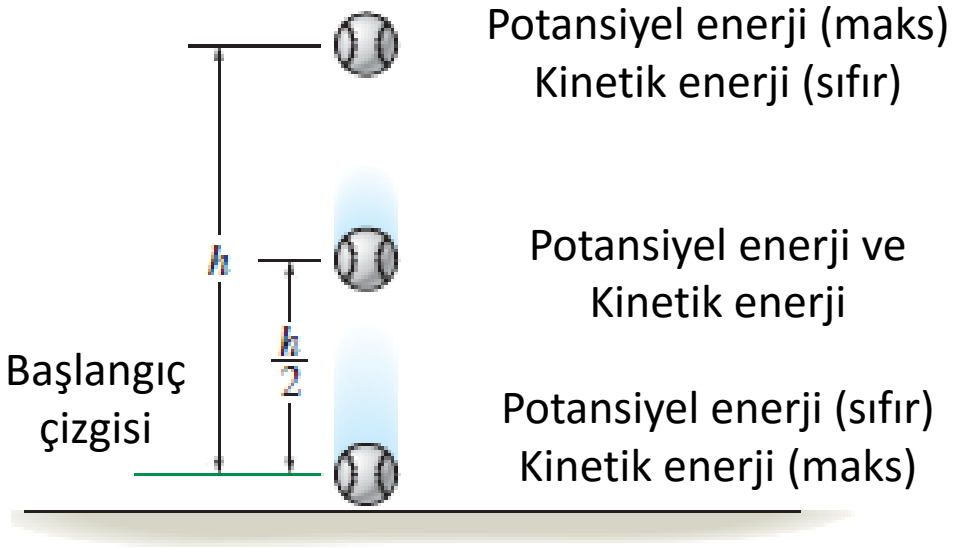
14.6 Enerjinin Korunumu

$$E = T_1 + V_1 = 0 + Wh = Wh$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(y - y_0), \qquad v = \sqrt{2g(h/2)} = \sqrt{gh}.$$

$$E = T_2 + V_2 = \frac{1}{2}\frac{W}{g}\left(\sqrt{gh}\right)^2 + W\left(\frac{h}{2}\right) = Wh$$

$$E = T_3 + V_3 = \frac{1}{2}\frac{W}{g}\left(\sqrt{2gh}\right)^2 + 0 = Wh$$

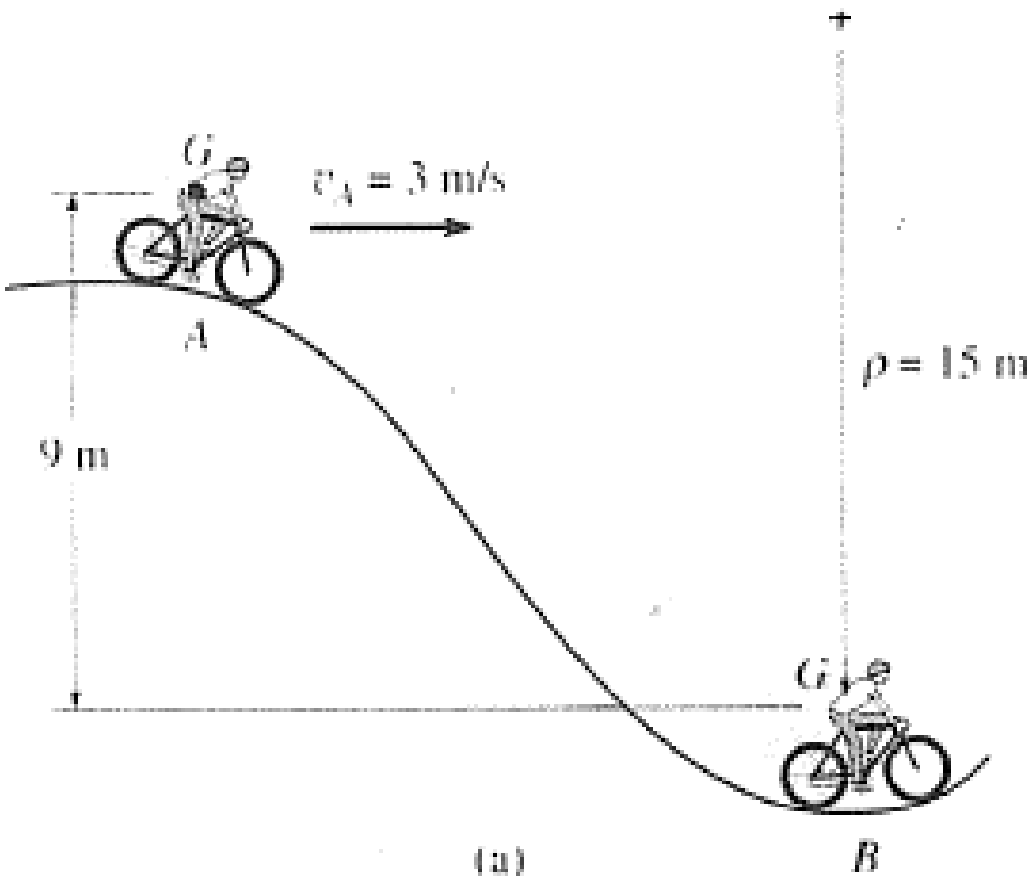


Parçacık Sistemi. Bir parçacık sistemi sadece konservatif kuvvetlere maruz kalıyorsa:

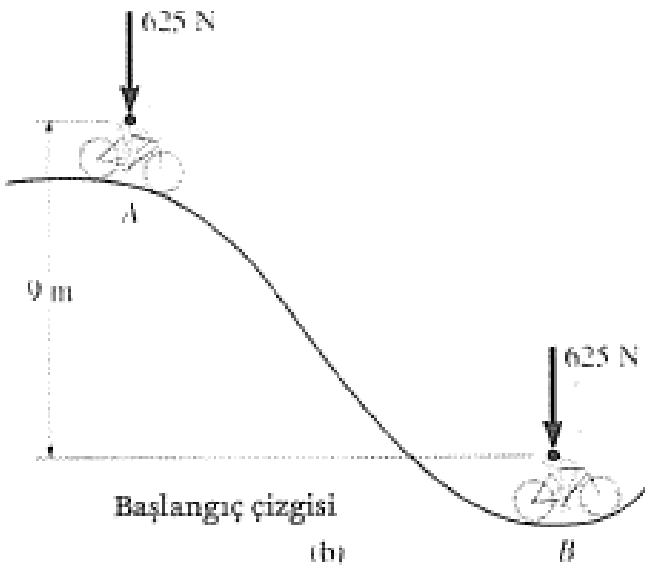
$$\boxed{\Sigma T_1 + \Sigma V_1 = \Sigma T_2 + \Sigma V_2}$$

Örnek 14-9

Şekildeki çocuk ve bisikletin toplam ağırlığı 625 N'dur. Çocuk 3 m/s hızla *A* tepesinden aşağı pedal çevirmeden indiğine göre, yolun eğrilik yarıçapının ρ = 15 m olduğu *B* noktasına ulaştığı anda bisikletin her iki tekerleğine uygulanan normal kuvveti belirleyiniz. Sürtünmeyi ihmal ediniz.



Örnek 14-9

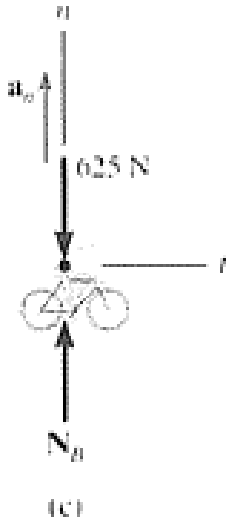


Enerjinin Korunumu.

$$\{T_A\} + \{V_A\} = \{T_B\} + \{V_B\}$$

$$\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{625\text{ N}}{981\text{ m/s}^2}\right)(3\text{ m/s})^2\right\} + \{(625\text{ N})(9\text{ m})\} = \left\{\frac{1}{2}\left(\frac{625\text{ N}}{981\text{ m/s}^2}\right)(v_B)^2\right\} + \{0\}$$

$$v_B = 13.4\text{ m/s}$$



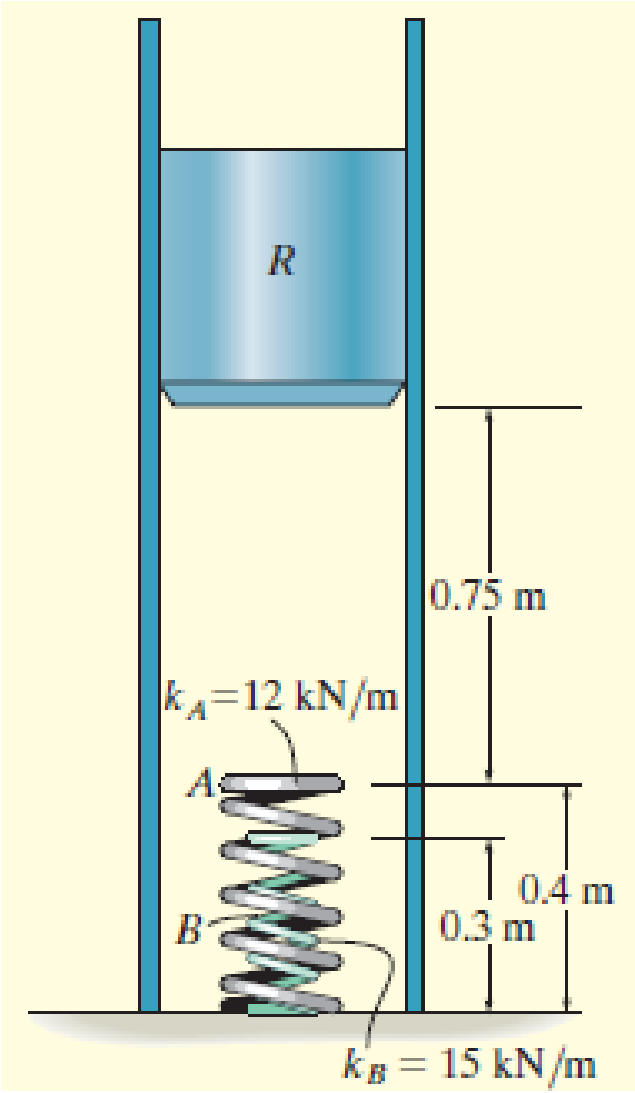
Hareket Denklemi.

$$+\uparrow \sum F_n = ma_n;$$

$$N_B - 625 = \frac{625\text{ N}}{9.81\text{ m/s}^2}\frac{(13.4\text{ m/s})^2}{(15\text{ m})}$$

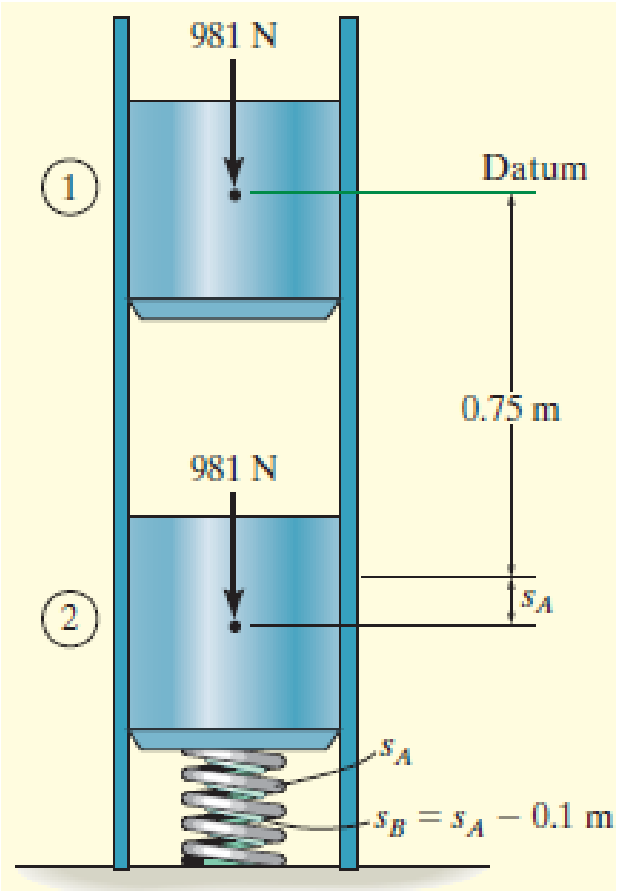
$$N_B = 1.39\text{ kN}$$

Örnek 14-10



100 kg kütleli *R* bloğu, sabiti k_A = 12 kN/m olan *A* yayının üstüne 0.75 m'lik mesafeden, durmaktayken bırakılıyor. *A* yayının içine, sabiti k_B = 15 kN/m olan *B* yayı yerleştirildiğine göre, bloğun aşağı doğru hareketini durdurmak için *A*'da olması gereken yer değiştirmeyi belirleyiniz. Her bir yayın gerilmemiş uzunluğu şekilde gösterilmiştir. Yayların kütlesini ihmal ediniz.

Örnek 14-10



Enerjinin Korunumu.

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

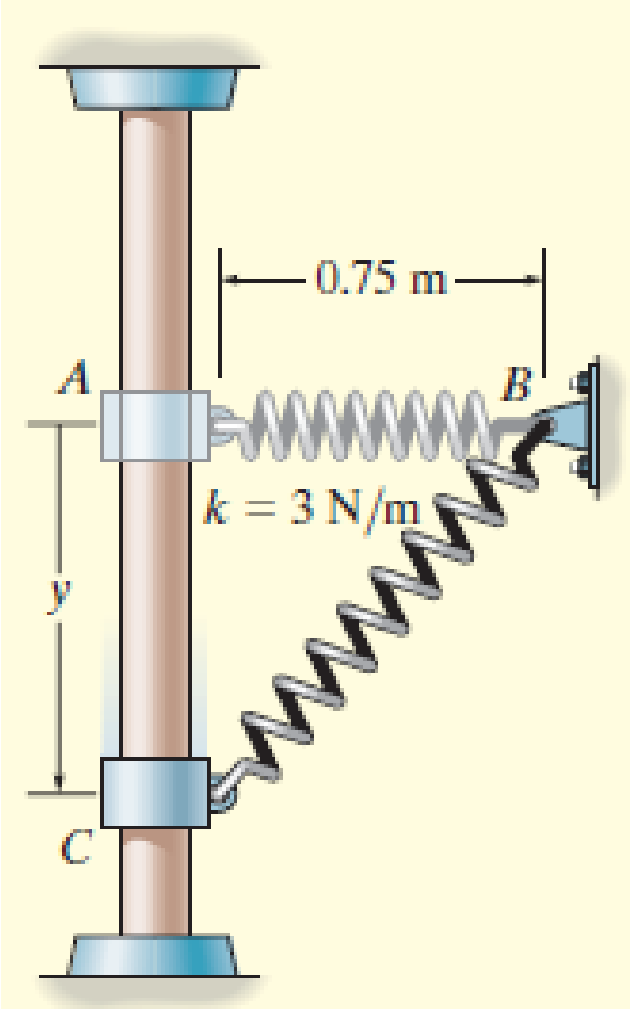
$$0 + 0 = 0 + \left\{\tfrac{1}{2}k_A s_A^2 + \tfrac{1}{2}k_B(s_A - 0.1)^2 - Wh\right\}$$

$$0 + 0 = 0 + \left\{\tfrac{1}{2}(12\,000\ \text{N/m})s_A^2 + \tfrac{1}{2}(15\,000\ \text{N/m})(s_A - 0.1\ \text{m})^2 - 981\ \text{N}\,(0.75\ \text{m} + s_A)\right\}$$

$$13\,500 s_A^2 - 2481 s_A - 660.75 = 0$$

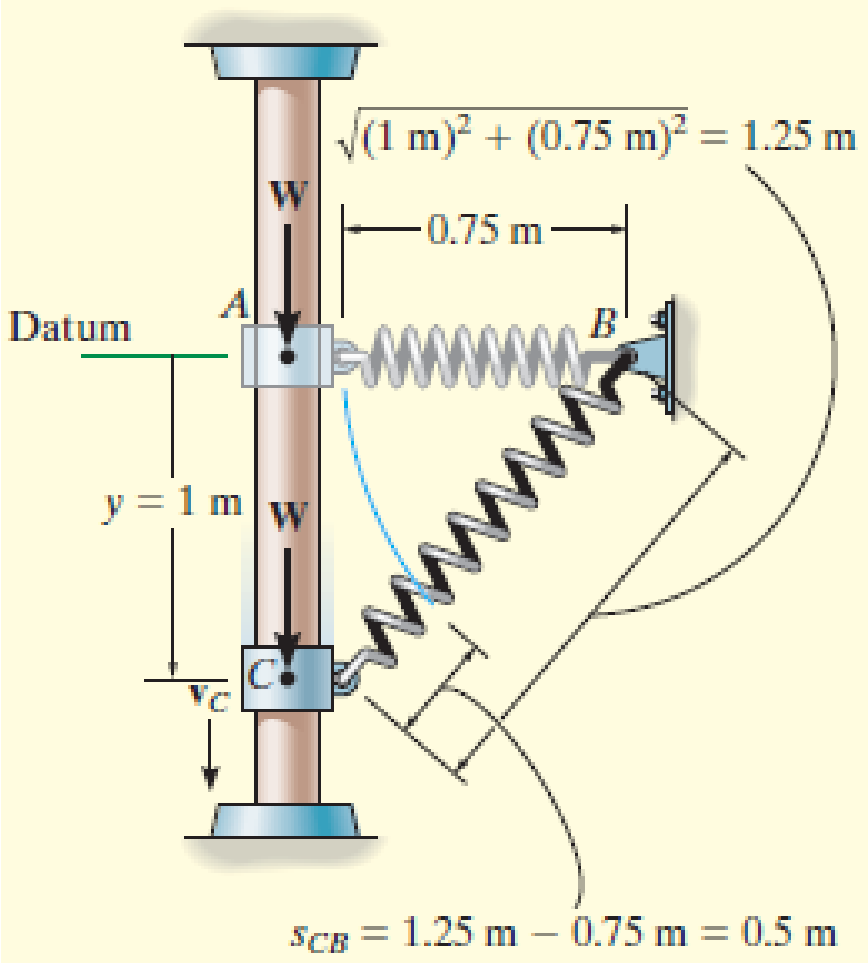
$$s_A = 0.331\ \text{m}$$

Örnek 14-11



2 kg kütleli pürüzsüz *C* bileziği, düşey şaft üzerinde kayabilecek şekilde yerleştiriliyor. Bilezik *A* konumundayken yay gerilmemiş durumda olduğuna göre; bilezik, (a) *A*'da durmakta iken bırakılıyorsa, (b) *A*'da yukarı doğru v_A = 2 m/s'lik bir hızla bırakılıyorsa, *y* = 1 m olduğu anda bileziğin hızını belirleyiniz.

Örnek 14-11



a) Enerjinin Korunumu.

$$T_A + V_A = T_C + V_C$$

$$0 + 0 = \tfrac{1}{2}mv_C^2 + \left\{\tfrac{1}{2}ks_{CB}^2 - mgy\right\}$$

$$0 + 0 = \left\{\tfrac{1}{2}(2\text{ kg})v_C^2\right\} + \left\{\tfrac{1}{2}(3\text{ N/m})(0.5\text{ m})^2 - 2(9.81)\text{ N }(1\text{ m})\right\}$$

$$v_C = 4.39\text{ m/s} \downarrow$$

b) Enerjinin Korunumu.

$$T_A + V_A = T_C + V_C$$

$$\tfrac{1}{2}mv_A^2 + 0 = \tfrac{1}{2}mv_C^2 + \left\{\tfrac{1}{2}ks_{CB}^2 - mgy\right\}$$

$$\tfrac{1}{2}(2\text{ kg})(2\text{ m/s})^2 + 0 = \tfrac{1}{2}(2\text{ kg})v_C^2 + \left\{\tfrac{1}{2}(3\text{ N/m})(0.5\text{ m})^2 - 2(9.81)\text{ N }(1\text{ m})\right\}$$

$$v_C = 4.82\text{ m/s} \downarrow$$