Mühendislik Mekaniği
Dinamik

Yrd.Doç.Dr. Akın Ataş

Bölüm 13

Parçacık Kinetiği: Kuvvet ve İvme

Kaynak: ‘Mühendislik Mekaniği: Dinamik’, R.C.Hibbeler, S.C.Fan, Çevirenler: A. Soyuçok, Ö. Soyuçok.

13 Parçacık Kinetiği: Kuvvet ve İvme

Önceki bölümde bir parçacığın ivmesi konum ve hızı cinsinden ifade edildi.

Bu kavramlar, bu bölümde Newton'un ikinci hareket kanunu uygulanırken kullanılacak.

Problemlerin analizi, yörüngenin geometrisine bağlı olarak kartezyen, normal ve teğetsel veya silindirik koordinatlar kullanılarak yapılacaktır.

13.1 Newton Hareket Kanunları

Birinci Kanun: *Başlangıçta durağan halde olan veya sabit hızla bir doğru boyunca hareket eden bir parçacık, dengelenmemiş bir kuvvet etki etmedikçe, bu durumunu korur.*

İkinci Kanun: *Üzerine dengelenmemiş bir* **F** *kuvvetinin etkidiği bir parçacık, kuvvetle aynı doğrultuda ve büyüklüğü kuvvetle doğru orantılı olan bir* **a** *ivmesi kazanır.*

Üçüncü Kanun: *İki parçacık arasındaki karşılıklı etki ve tepki kuvvetleri eşittir, ters işaretlidir ve aynı doğrultudadır.*

13.1 Newton Hareket Kanunları

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

m pozitif skalerine parçacığın *kütlesi* denir. Herhangi bir ivme için sabit kalır. Parçacığın hızındaki değişime direncinin nicel bir ölçüsüdür.

Hareket denklemi olarak adlandırılan bu denklem, mekanikteki en önemli formüllerden birisidir.

13.1 Newton Hareket Kanunları

Newton Gravitasyonel Çekim Kanunu.

İki parçacık arasındaki karşılıklı çekimle ilgili olan bu kanun,

F = iki parçacık arasındaki çekim kuvveti,

G = evrensel gravitasyon sabiti; deney sonuçlarına göre,

$G = 66.73(10^{-12})\ m^3/(kg.s^2)$,

m_1, m_2 = her bir parçacığın kütlesi,

r = iki parçacığın merkezleri arasındaki uzaklık

olmak üzere, matematiksel olarak

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

şeklinde ifade edilir.

13.1 Newton Hareket Kanunları

Kütle ve Ağırlık.

Kütle, maddenin hızdaki bir değişime karşı direncinin nicel bir ölçüsüdür. Ölçümü herhangi bir konumda yapılabildiğinden, *mutlak* bir büyüklüktür.

Ağırlık ise mutlak bir büyüklük değildir. Büyüklüğü ölçüm yapılan yere bağlıdır.

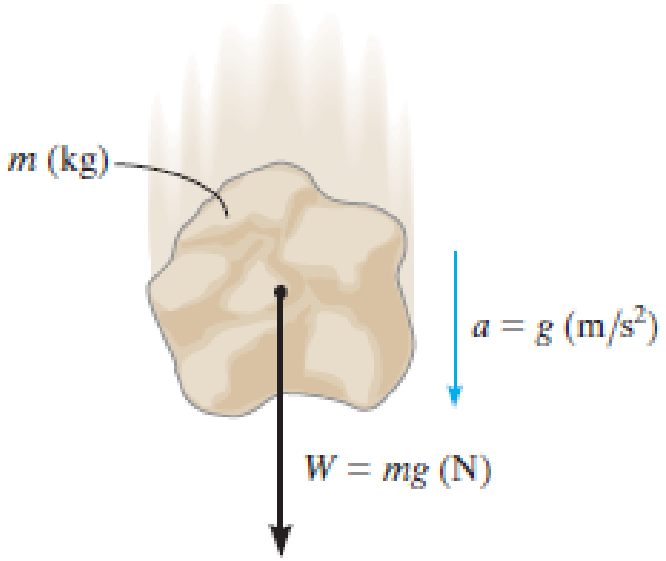
$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad W = G\frac{mM_e}{r^2} \qquad g = GM_e/r^2 \qquad \boxed{W = mg}$$

F = ma ile karşılaştırıldığında, *g*'ye gravitasyondan dolayı ortaya çıkan ivme diyoruz.

13.1 Newton Hareket Kanunları

SI Birim Sistemi.

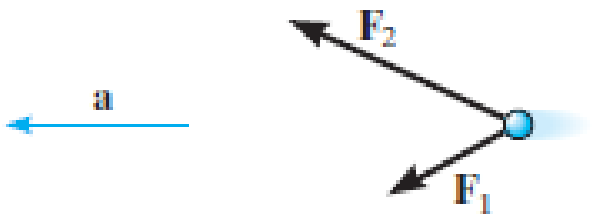
Uzunluğu metre (m), zamanı saniye (s), kütleyi kilogram (kg) cinsinden belirler. Newton (N) denilen kuvvet birimi ***F*** = *m**a***'dan çıkarılır. Böylece, 1 Newton, 1 kilogramlık kütleye 1 m/s^2'lik ivme kazandırmak için gerekli olan kuvvete eşittir (N = kg.m/s^2).



$$W = mg \text{ (N)} \qquad (g = 9.81 \text{ m/s}^2)$$

13.2 Hareket Denklemi

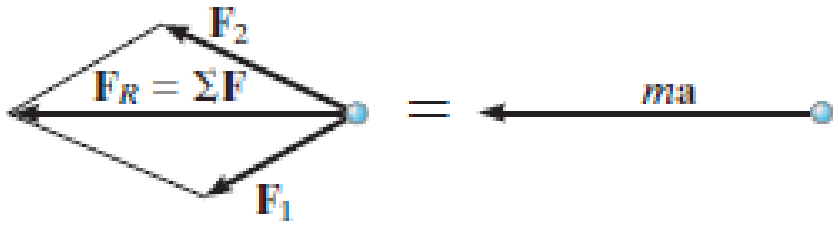
Bir parçacığa birden fazla kuvvet etki ederse, bileşke kuvvet, bütün kuvvetlerin vektörel toplamına eşittir.



(a)

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F}$$

Bu genel hal için hareket denklemi:



SCD

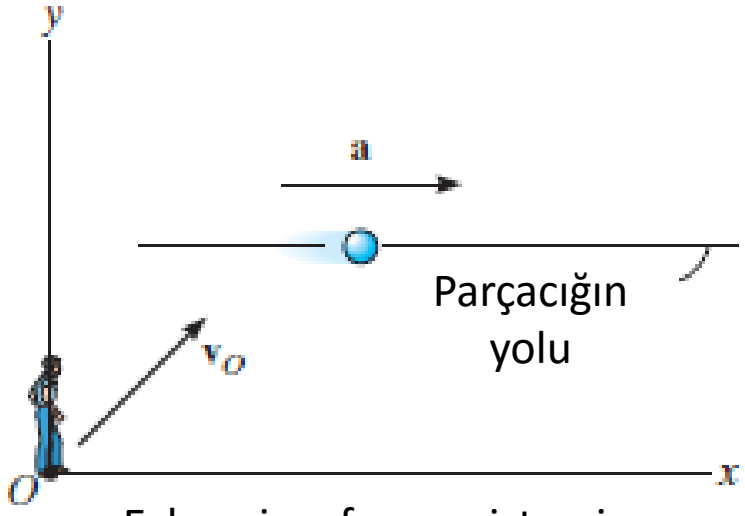
Kinetik diyagram

$$\boxed{\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}}$$

13.2 Hareket Denklemi

Eylemsiz Referans Sistemi.

İvme ölçümlerinin bir *Newtonyen* veya *eylemsiz referans sistemi*ne göre yapılması gerekir. Bu şekilde, parçacığın farklı iki referans sisteminde bulunan gözlemciler tarafından ölçülen *ivmesi daima* aynı kalır.



Eylemsiz referans sistemi

13.3 Parçacık Sistemlerinin Hareket Denklemi

f*i*: İç kuvvet. Diğer parçacıkların *i.* parçacığa uyguladıkları kuvvetlerden belirlenir. Çoğunlukla doğrudan temasla oluşur.

F*i*: Dış kuvvet. Gravitasyonel, elektriksel, manyetik etki veya sistem içinde bulunmayan komşu cisim veya parçacıklar arasındaki temas kuvvetlerini ifade eder.

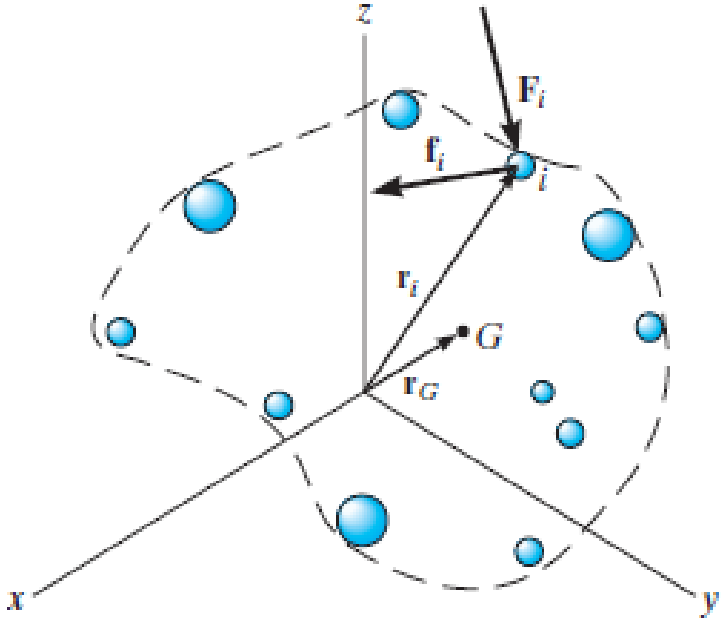
$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}; \qquad \mathbf{F}_i + \mathbf{f}_i = m_i\mathbf{a}_i$$

$$\Sigma \mathbf{F}_i + \Sigma \mathbf{f}_i = \Sigma m_i\mathbf{a}_i \qquad \Sigma \mathbf{F}_i = \Sigma m_i\mathbf{a}_i$$

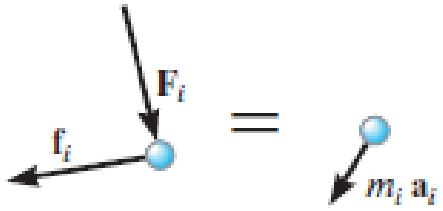
$$m\mathbf{r}_G = \Sigma m_i\mathbf{r}_i, \text{ where } m = \Sigma m_i$$

$$m\mathbf{a}_G = \Sigma m_i\mathbf{a}_i$$

$$\boxed{\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}_G}$$



Eylemsiz koordinat sistemi



SCD

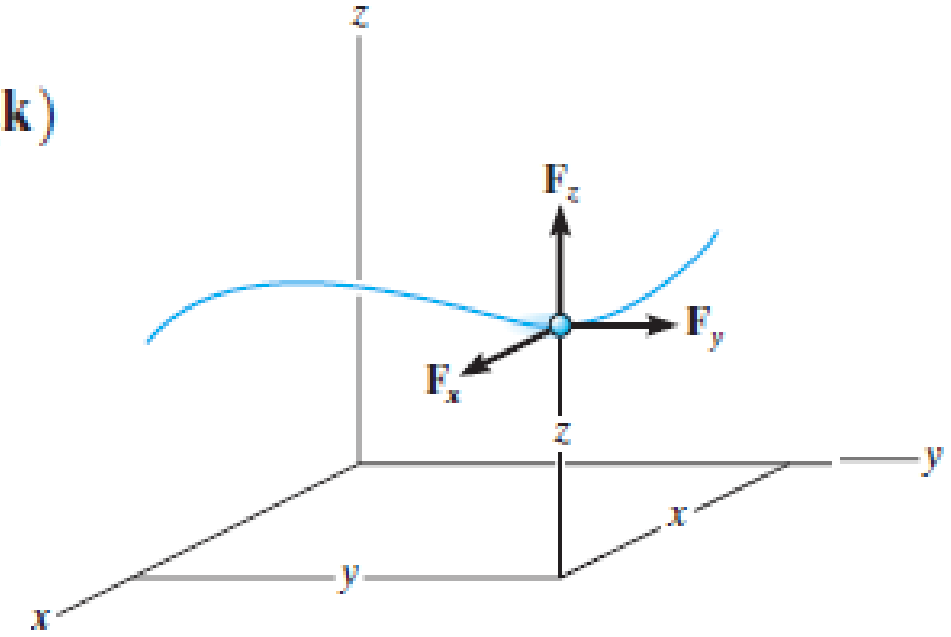
Kinetik diyagram

13.4 Hareket Denklemleri: Dik Koordinatlar

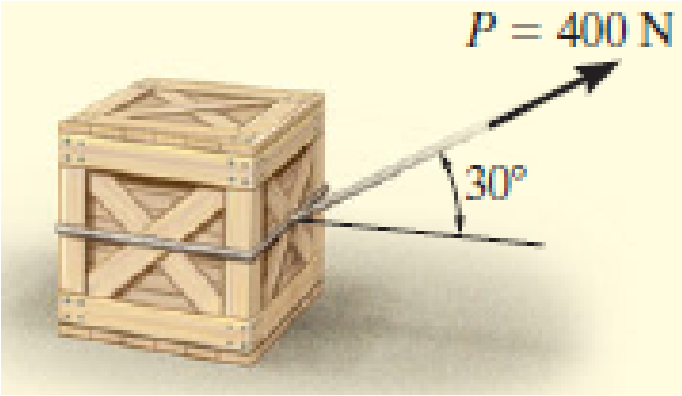
Bir parçacık *x, y, z* eylemsiz referans sistemine göre hareket ettiği zaman, parçacık üzerine etki eden kuvvetler, ivmeleriyle birlikte, kendilerinin **i, j, k** bileşenleri cinsinden ifade edilebilir.

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}; \quad \Sigma F_x \mathbf{i} + \Sigma F_y \mathbf{j} + \Sigma F_z \mathbf{k} = m(a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k})$$

$$\boxed{\begin{aligned} \Sigma F_x &= m a_x \\ \Sigma F_y &= m a_y \\ \Sigma F_z &= m a_z \end{aligned}}$$

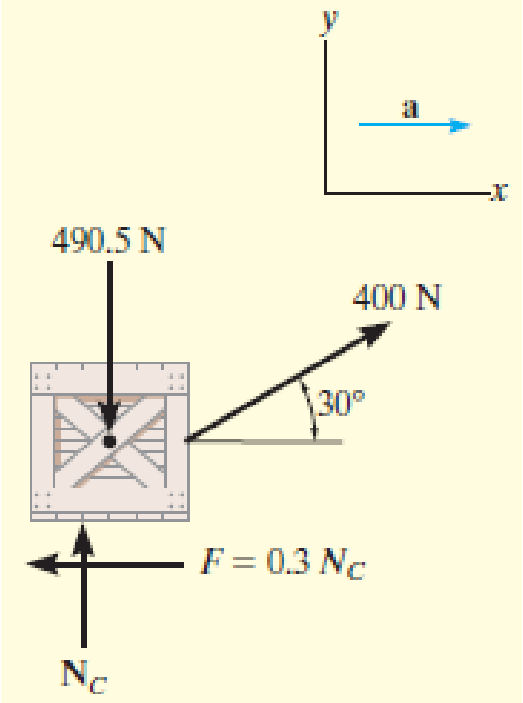


Örnek 13-1



Şekildeki 50 kg'lık bir sandık, kinetik sürtünme katsayısı μ_k = 0.3 olan yatay bir düzlemde durmaktadır. Sandık, 400 N'luk bir çekme kuvveti uygulandığında devrilmiyorsa, durağan halden başlayarak 5 s sonunda kazandığı hızı belirleyiniz.

Örnek 13-1



Serbest Cisim Diyagramı.

$$W = mg = 50\text{ kg}\,(9.81\text{ m/s}^2) = 490.5\text{ N}$$

$$F = \mu_k N_C$$

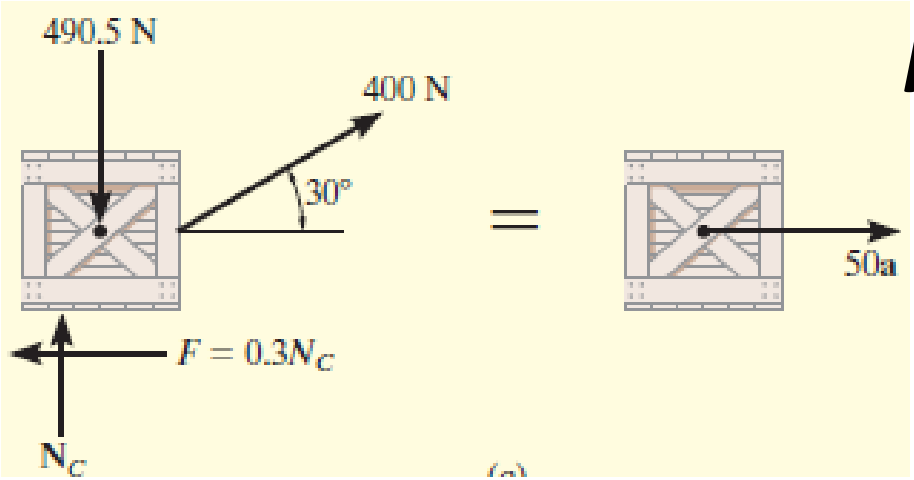
Hareket Denklemleri.

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = ma_x; \quad 400\cos 30^\circ - 0.3N_C = 50a$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y; \quad N_C - 490.5 + 400\sin 30^\circ = 0$$

$$N_C = 290.5\text{ N}$$

$$a = 5.185\text{ m/s}^2$$

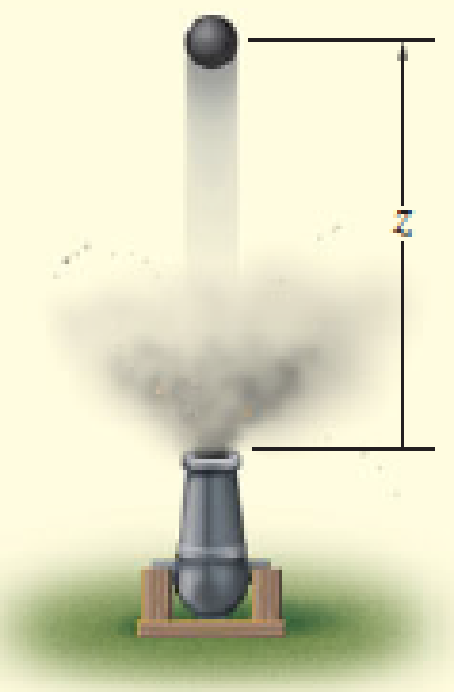


Kinematik.

$$(\overset{+}{\rightarrow}) \quad v = v_0 + a_c t = 0 + 5.185(3)$$

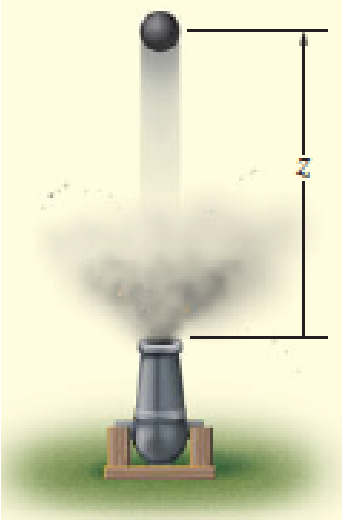
$$= 15.6\text{ m/s} \rightarrow$$

Örnek 13-2



10 kg'lık bir top mermisi 50 m/s'lik bir başlangıç hızı ile, yerden yukarıya doğru düşey olarak fırlatılıyor. *(a)* havanın direncini ihmal ederek, *(b)* v herhangi bir andaki ölçülen hız (m/s) olmak üzere, havanın direnci $F_D = (0.01v^2)$ N olarak ölçüldüğünde, merminin ulaşabileceği maksimum yüksekliği belirleyiniz.

Örnek 13-2



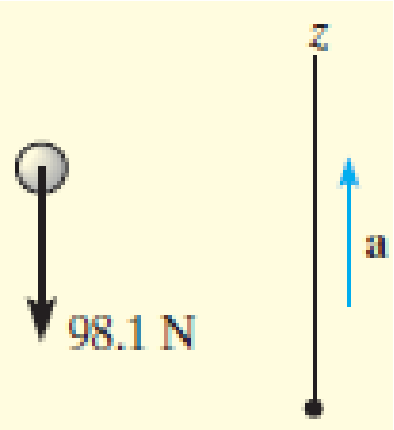
a) Serbest Cisim Diyagramı.

$$W = mg = 10(9.81) = 98.1 \text{ N}.$$

Hareket Denklemi.

$$+\uparrow \Sigma F_z = ma_z; \qquad -98.1 = 10a, \qquad a = -9.81 \text{ m/s}^2$$

Kinematik.

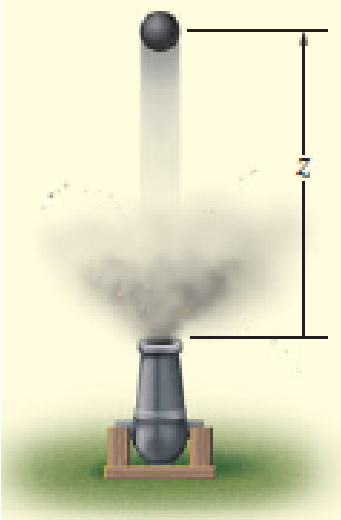


$$(+\uparrow) \quad v^2 = v_0^2 + 2a_c(z - z_0)$$

$$0 = (50)^2 + 2(-9.81)(h - 0)$$

$$h = 127 \text{ m}$$

Örnek 13-2



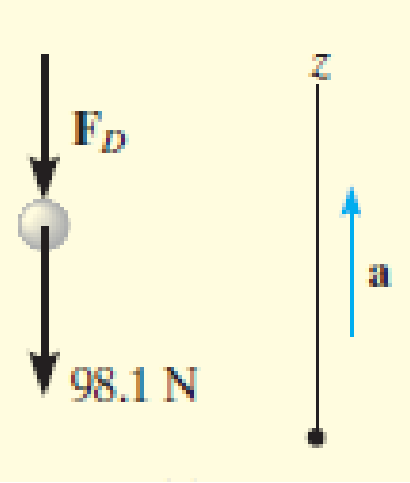
b) Serbest Cisim Diyagramı.

$$W = mg = 10(9.81) = 98.1 \text{ N.} \qquad F_D = (0.01v^2) \text{ N}$$

Hareket Denklemi.

$$+\uparrow \Sigma F_z = ma_z; \qquad -0.01v^2 - 98.1 = 10a, \qquad a = -(0.001v^2 + 9.81)$$

Kinematik.

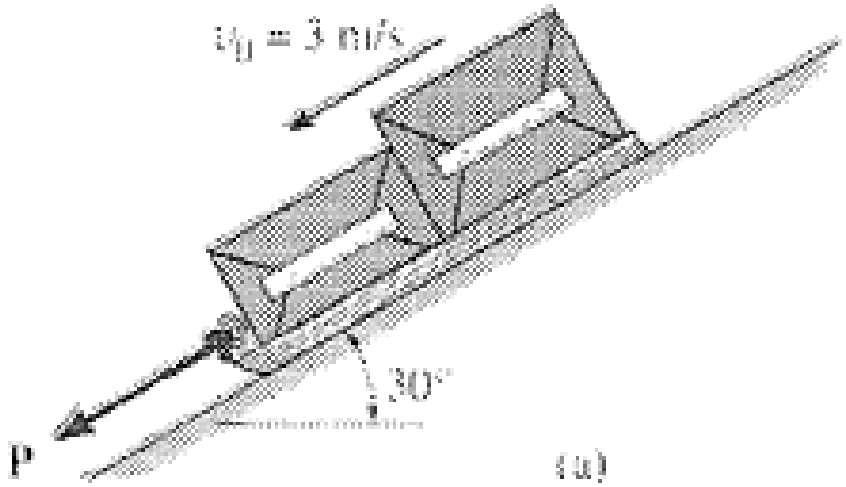


$$(+\uparrow)\ a\,dz = v\,dv; \qquad -(0.001v^2 + 9.81)\,dz = v\,dv$$

$$\int_0^h dz = -\int_{50}^0 \frac{v\,dv}{0.001v^2 + 9.81} = -500 \ln(v^2 + 9810)\Big|_{50\text{ m/s}}^{0}$$

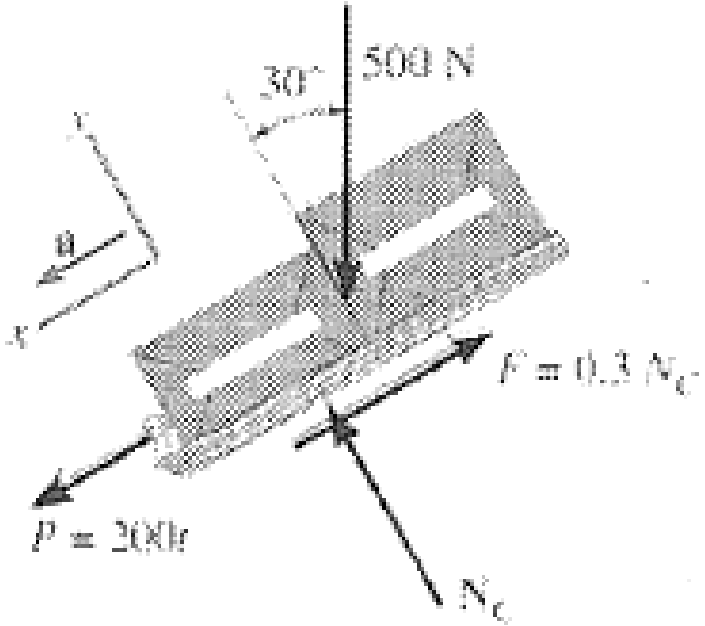
$$h = 114 \text{ m}$$

Örnek 13-3



Yüklü kızak 500N'luk bir ağırlığa sahiptir. Üzerine $P = 200\ t$ büyüklüğünde bir kuvvet etki etmektedir. Kızağın, P uygulandıktan 2 s sonraki hızını hesaplayınız. Kızağın eğik düzlemden aşağıya doğru hareketinin başlangıç hızı $v_0 = 3$ m/s'dir. Kızakla düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0.3$'tür.

Örnek 13-3



Serbest Cisim Diyagramı.

$$F = \mu_k N_C = 0.3\, N_C$$

$$m = W/g = 500/9.81 = 51.0 \text{ kg}$$

Hareket Denklemleri.

$$+\swarrow \quad \sum F_x = ma_x; \qquad 200t - 0.3N_C + 500 \sin 30° = 51a$$

$$+\nwarrow \quad \sum F_y = ma_y; \qquad N_C - 500 \cos 30° = 0$$

$$a = 3.922t + 2.355$$

Kinematik.

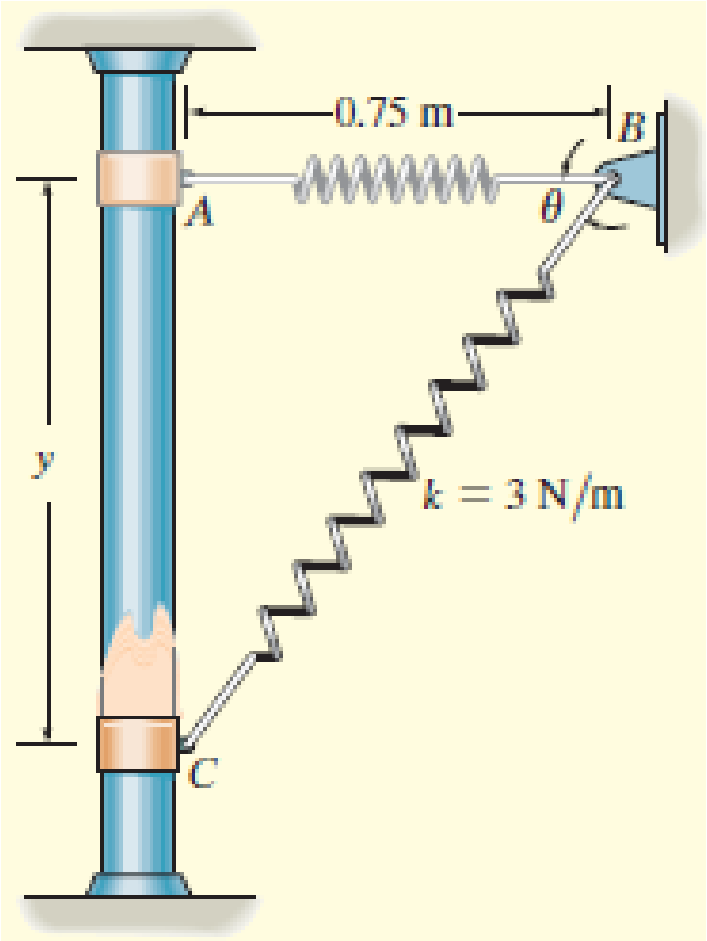
$$(+\swarrow) \qquad dv = a\, dt$$

$$\int_3^v v = \int_0^t 1.961t^2 + 2.355t + 3$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$v = 15.6 \text{ m/s} \swarrow$$

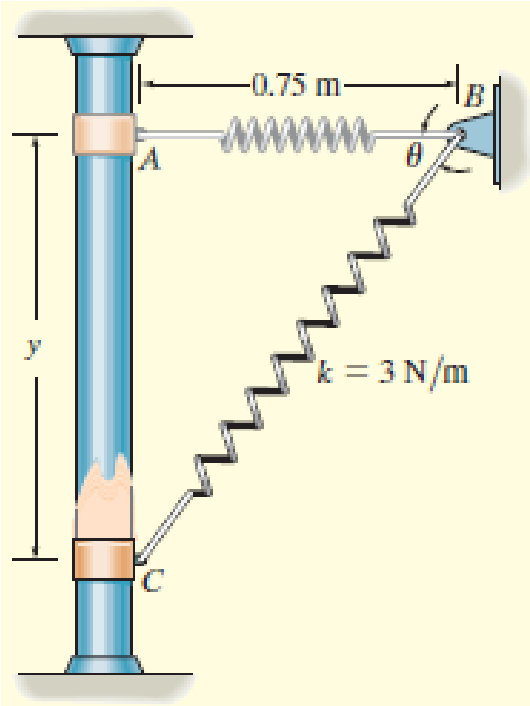
Örnek 13-4

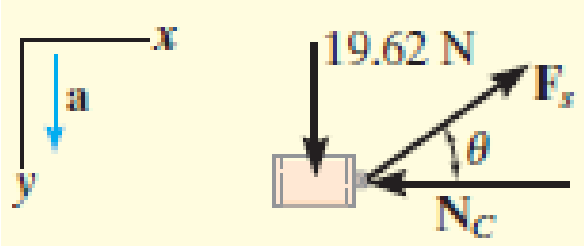


2 kg'lık sürtünmesiz bir *C* bileziği, yay katsayısı *k* = 3 N/m ve gerilmemiş haldeki uzunluğu 0.75 m olan bir yaya bağlanmıştır. Bilezik *A*'da durmakta iken bırakılırsa, *y* = 1 m olduğu andaki ivmesini ve çubuğun bilezik üzerine uyguladığı normal kuvveti belirleyiniz.

Örnek 13-4

Hareket Denklemleri.





$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = ma_x; \qquad -N_C + F_s \cos\theta = 0$$

$$+\downarrow \Sigma F_y = ma_y; \qquad 19.62 - F_s \sin\theta = 2a$$

$$F_s = ks \qquad AB = 0.75 \text{ m},$$

$$s = CB - AB = \sqrt{y^2 + (0.75)^2} - 0.75.$$

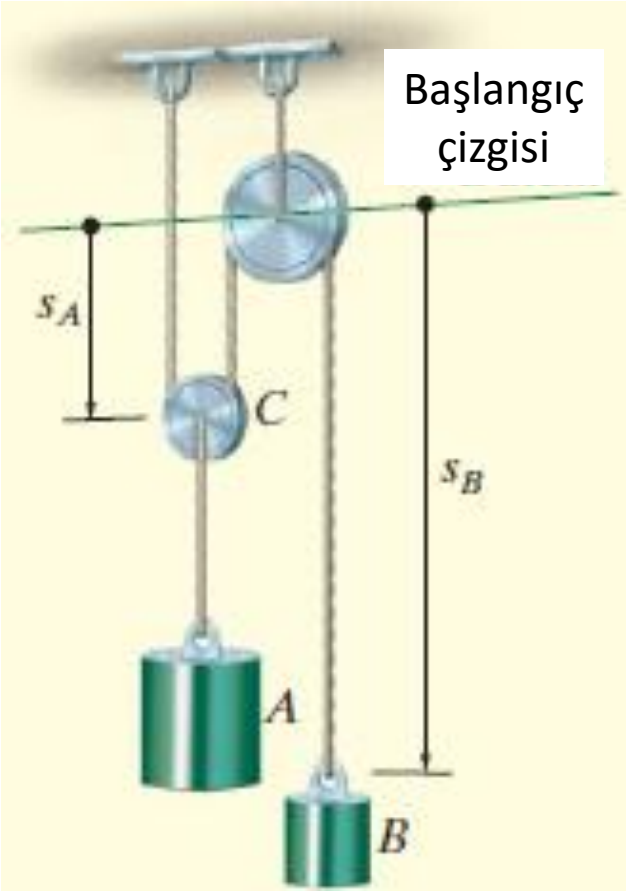
$$k = 3 \text{ N/m}, \qquad F_s = ks = 3\left(\sqrt{y^2 + (0.75)^2} - 0.75\right)$$

$$y = 1 \text{ m} \qquad F_s = 1.50 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{0.75} \qquad N_C = 0.900 \text{ N}$$

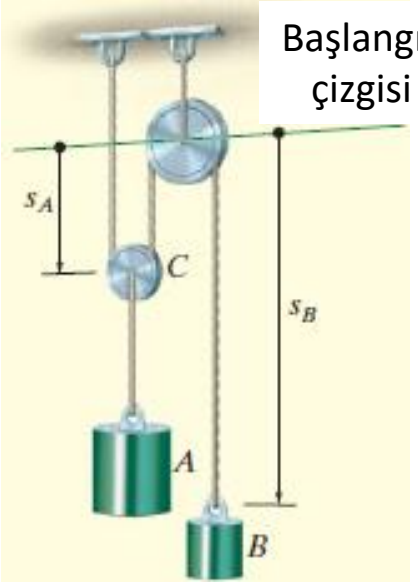
$$\theta = 53.1^\circ \qquad a = 9.21 \text{ m/s}^2 \downarrow$$

Örnek 13-5



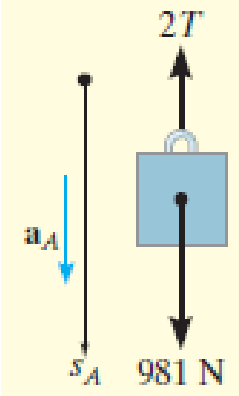
100 kg'lık *A* bloğu, durağan halden bırakılıyor. Makaraların ve ipin kütlesi ihmal edildiğine göre, 20 kg'lık *B* bloğunun 2 s sonraki ivmesini belirleyiniz.

Örnek 13-5

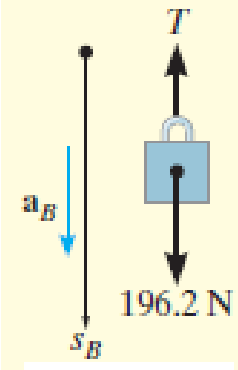


Serbest Cisim Diyagramı.

C makarası



A bloğu



B bloğu

Hareket Denklemleri.

$$+\downarrow \Sigma F_y = ma_y;$$
$$981 - 2T = 100a_A$$

$$+\downarrow \Sigma F_y = ma_y;$$
$$196.2 - T = 20a_B$$

Kinematik.

$$2s_A + s_B = l$$
$$2a_A = -a_B$$

$$T = 327.0 \text{ N}$$
$$a_A = 3.27 \text{ m/s}^2$$
$$a_B = -6.54 \text{ m/s}^2$$

$$(+\downarrow) \quad v = v_0 + a_B t$$
$$= 0 + (-6.54)(2)$$
$$= -13.1 \text{ m/s}$$

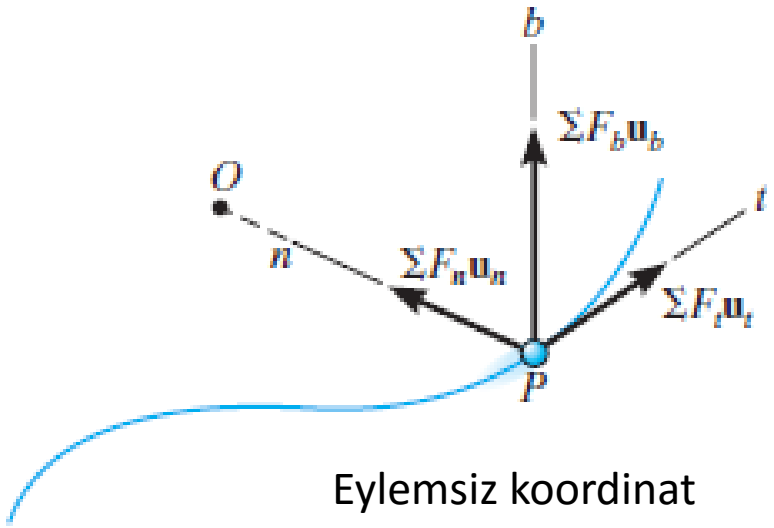
13.5 Hareket Denklemleri: Normal ve Teğetsel Koordinatlar

Bir parçacık, bilinen bir eğrisel yörünge üzerinde hareket ettiğinde, hareket denklemleri normal ve teğet doğrultularda yazılabilir.

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

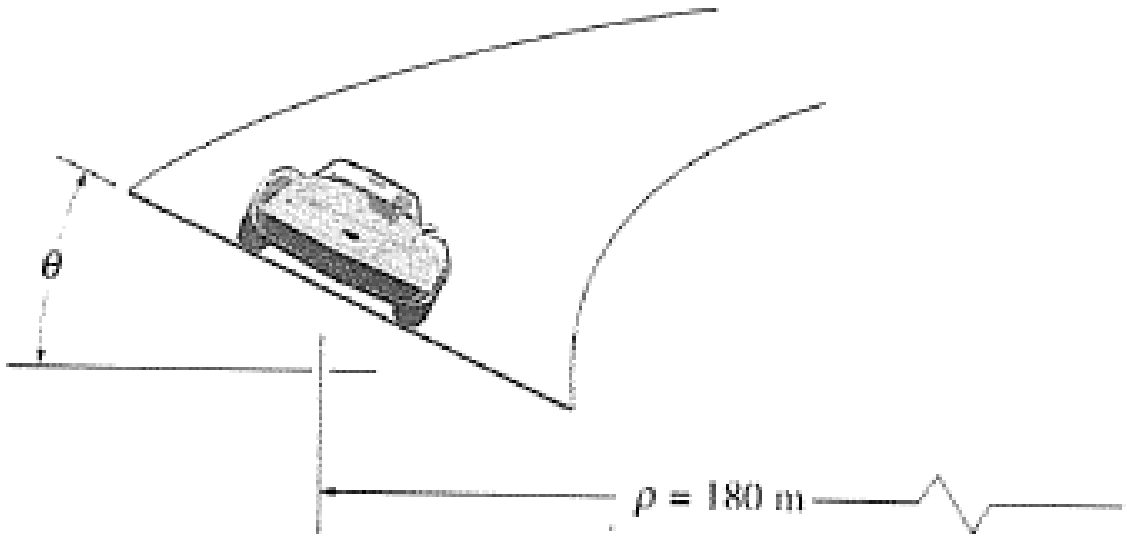
$$\Sigma F_t \mathbf{u}_t + \Sigma F_n \mathbf{u}_n + \Sigma F_b \mathbf{u}_b = m\mathbf{a}_t + m\mathbf{a}_n$$

$$\boxed{\begin{aligned} \Sigma F_t &= ma_t \\ \Sigma F_n &= ma_n \\ \Sigma F_b &= 0 \end{aligned}}$$



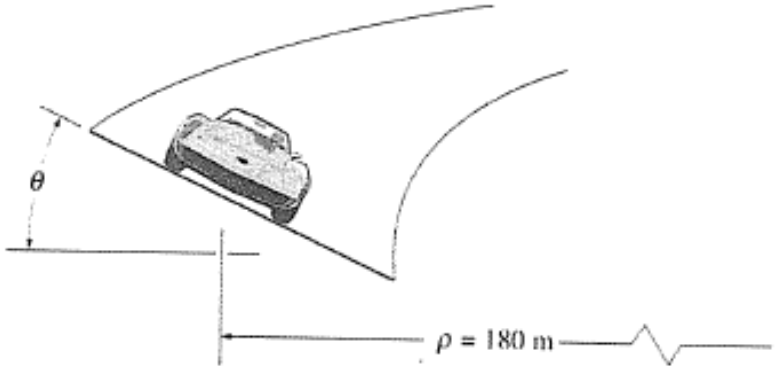
Eylemsiz koordinat sistemi

Örnek 13-6



Arabanın tekerleklerinin, arabanın eğri boyunca yukarı veya aşağı kaymasını önlemek üzere sürtünmeye bağımlı olmaması için dairesel yolun θ eğiminin ne olması gerektiğini belirleyiniz. 30 m/s'lik sabit hızla giden arabanın boyutları ihmal edilcektir. Yolun yarıçapı 180 m'dir.

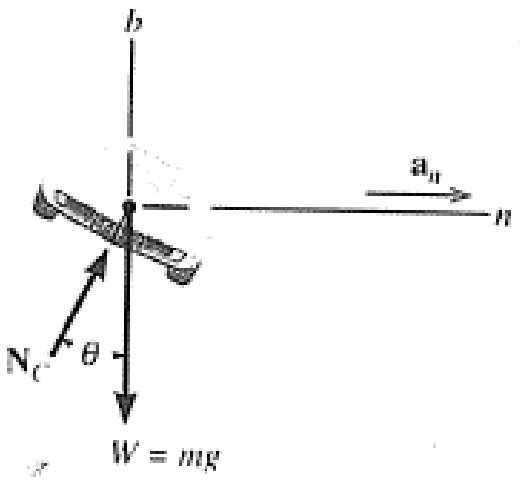
Örnek 13-6



Hareket Denklemleri.

$$+\uparrow \sum F_b = 0; \qquad N_C \cos\theta - mg = 0$$

$$\xrightarrow{+} \sum F_n = ma_n \qquad N_C \sin\theta = m\frac{v^2}{\rho}$$

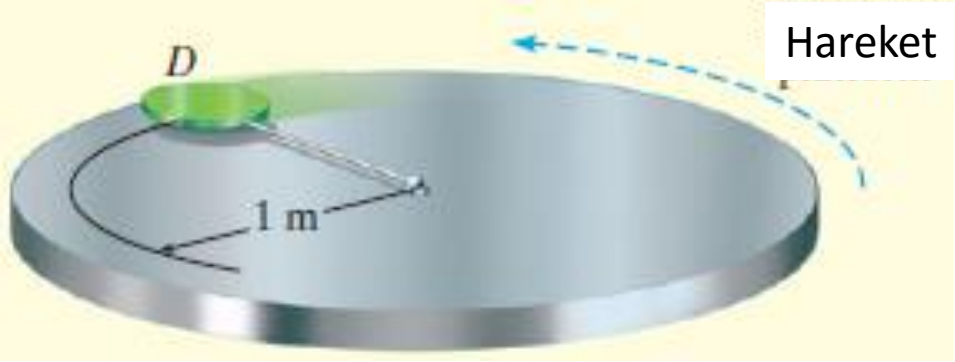


$$\tan\theta = \frac{v^2}{g\rho} = \frac{(30)^2}{9.81(180)}$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.510)$$

$$= 27.0°$$

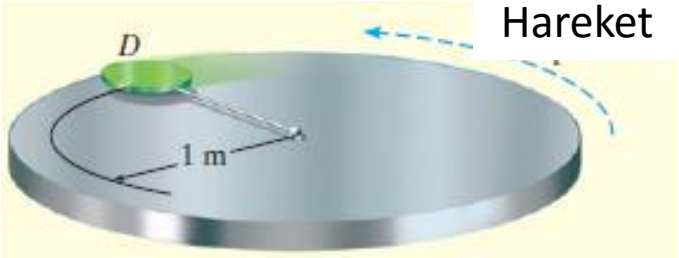
Örnek 13-7



3 kg'lık *D* diski, bir ipin ucuna bağlanıyor. İpin diğer ucu, bir platformun merkezindeki mafsala bağlanıyor. Platform hızlı bir şekilde dönüyor ve disk durağan haldeyken platform üzerine bırakılıyorsa, diskin ipi koparacak hıza ulaşması için gerekli süreyi belirleyiniz. İpin dayanabileceği maksimum çekme kuvveti 100N'dur. Disk ve platform arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k = 0.1'dir.

Örnek 13-7

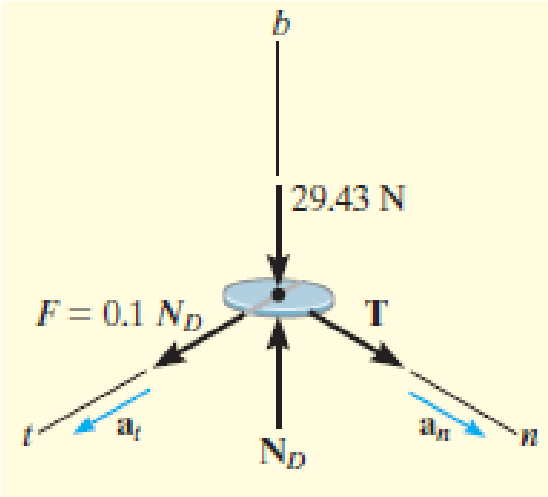
Serbest Cisim Diyagramı.



Hareket

$$F = \mu_k N_D = 0.1 N_D \qquad W = 3(9.81) = 29.43\ \text{N}.$$

Hareket Denklemleri.



$$\Sigma F_n = ma_n;$$

$$\Sigma F_t = ma_t;$$

$$\Sigma F_b = 0;$$

$$T = 3\left(\frac{v^2}{1}\right)$$

$$0.1 N_D = 3a_t$$

$$N_D - 29.43 = 0$$

$$N_D = 29.43\ \text{N}$$

$$a_t = 0.981\ \text{m/s}^2$$

$$v_{cr} = 5.77\ \text{m/s}$$

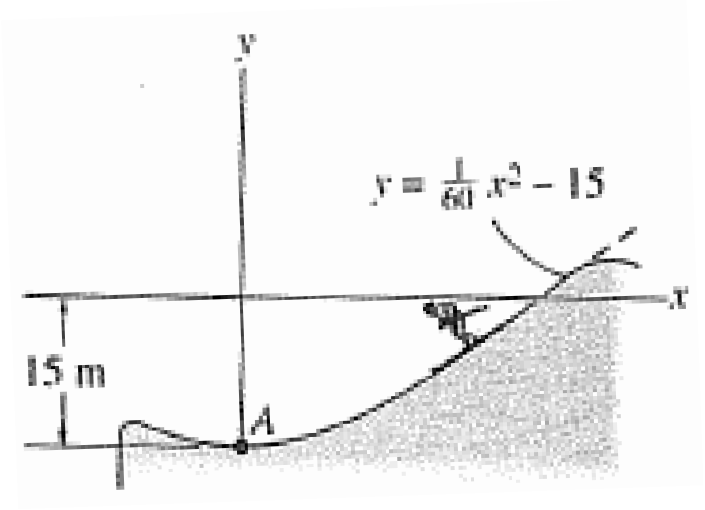
Kinematik.

$$v_{cr} = v_0 + a_t t$$

$$5.77 = 0 + (0.981)t$$

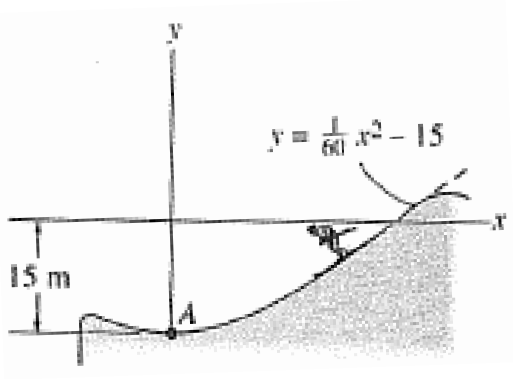
$$t = 5.89\ \text{s}$$

Örnek 13-8



Şekildeki kayakçı, yaklaşık olarak bir parabol şeklinde olan pürüzsüz bir eğimli yoldan aşağıya inmektedir. Kayakçının ağırlığı 600 N ve *A* noktasına ulaştığındaki hızı 9 m/s olduğuna göre, bu anda yere uyguladığı normal kuvveti belirleyiniz. Ayrıca, *A*'daki ivmesini belirleyiniz.

Örnek 13-8

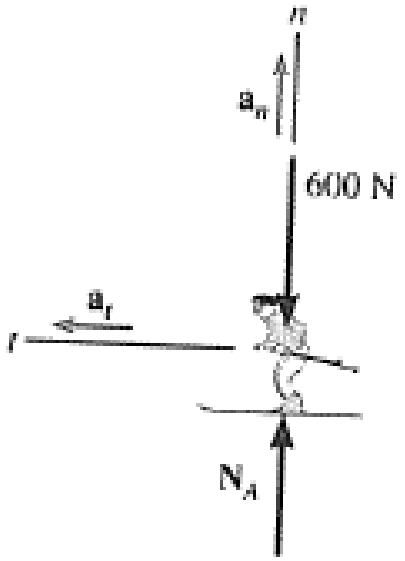


Hareket Denklemleri.

$$+\uparrow \sum F_n = ma_n; \qquad N_A - 600 = \frac{600}{9.81}\,3\left(\frac{(9)^2}{\rho}\right)$$

$$\overset{+}{\leftarrow} \sum F_t = ma_t; \qquad 0 = \frac{600}{9.81}\,a_t$$

$$y = \frac{1}{60}x^2 - 15, \qquad dy/dx = \frac{1}{30}x, \qquad d^2y/dx^2 = \frac{1}{30}$$



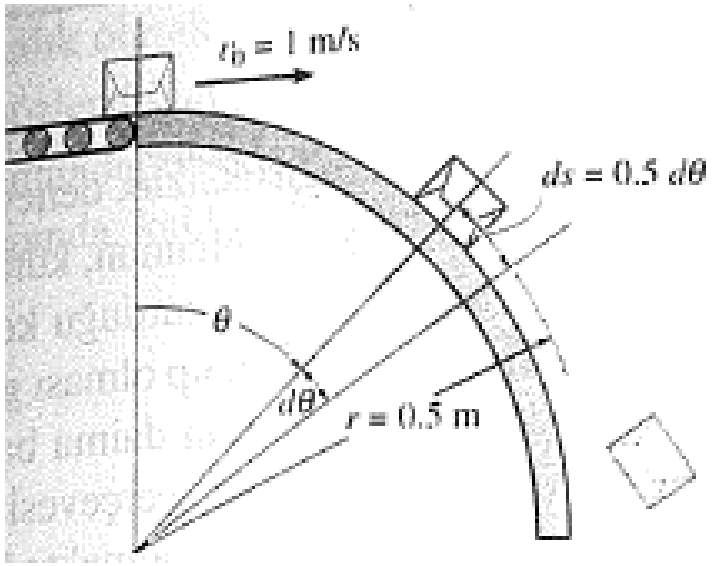
$$\rho = \left|\frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{d^2y/dx^2}\right|_{x=0} = \left|\frac{[1 + (0)^2]^{3/2}}{\frac{1}{30}}\right| = 30 \text{ m} \qquad N_A = 765 \text{ N}$$

Kinematik.

$$a_t = 0 \qquad a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(9)^2}{30} = 2.7 \text{ m/s}^2$$

$$a_A = a_n = 2.7 \text{ m/s}^2 \uparrow$$

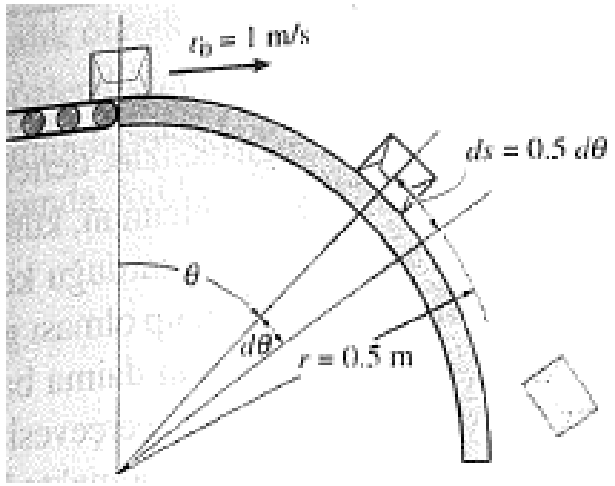
Örnek 13-9



2 kg'lık kütleli paketler bir taşıyıcı banttan v_0 = 1 m/s hızıyla pürüzsüz bir dairesel rampaya aktarılıyor. Rampanın yarıçapı 0.5 m olduğuna göre, her bir paketin yüzeyi terk etmeye başladığı andaki $\theta = \theta_{maks}$ açısını belirleyiniz.

Örnek 13-9

Hareket Denklemleri.

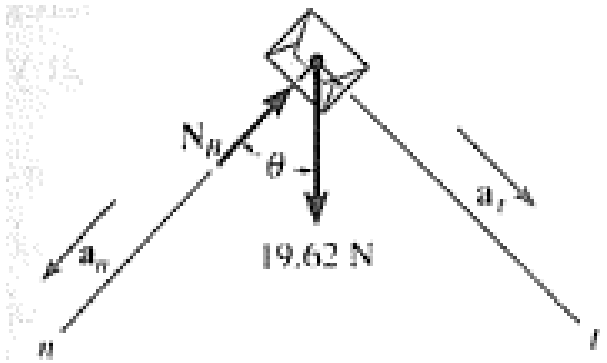


$$+\swarrow \sum F_n = ma_n \qquad -N_B + 19.62\cos\theta = 2\,\frac{v^2}{0.5}$$

$$+\searrow \sum F_t = ma_t \qquad 19.62\sin\theta = 2a_t$$

Kinematik.

$$a_t\,ds = v\,dv \text{ ve } ds = r\,d\theta = 0.5\,d\theta, \qquad a_t = \frac{v\,dv}{0.5\,d\theta} \qquad v\,dv = 4.905\sin\theta\,d\theta$$



$$\int_1^v v\,dv = 4.905\int_{0°}^{\theta}\sin\theta\,d\theta$$

$$\frac{v^2}{2}\Big|_1^v = -4.905\cos\theta\Big|_{0°}^{\theta}$$

$$v^2 = 9.81(1-\cos\theta) + 1$$

$$19.62\cos\theta_{maks} = \frac{2}{0.5}\,[9.81(1-\cos\theta_{maks}) + 1]$$

$$\cos\theta_{maks} = \frac{43.24}{58.86}\,;$$

$$\theta_{maks} = 42.7°$$

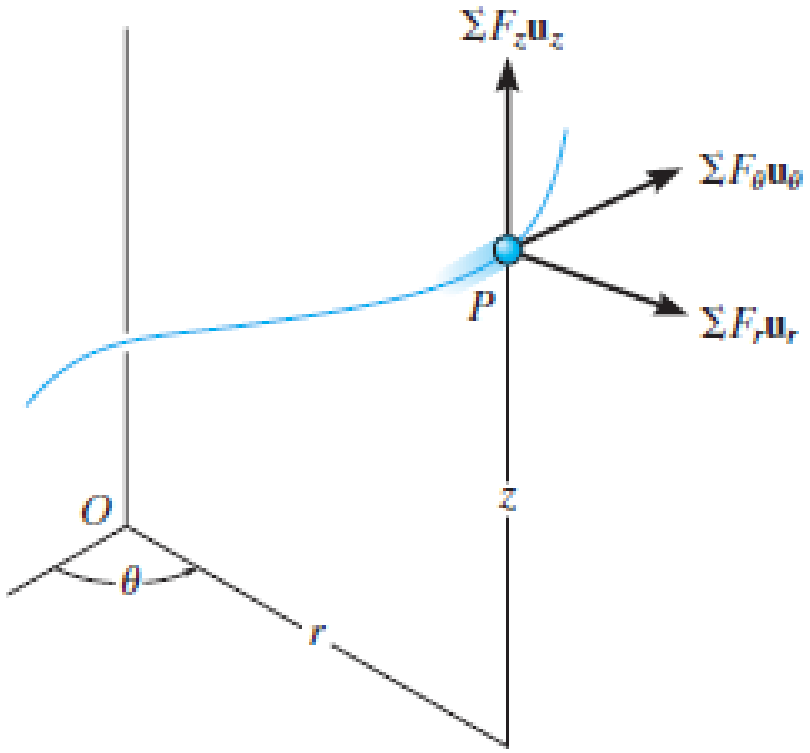
13.6 Hareket Denklemleri: Silindirik Koordinatlar

Bir parçacık üzerine etki eden bütün kuvvetler silindirik bileşenlerine ayrılarak yazılabilir.

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$\Sigma F_r \mathbf{u}_r + \Sigma F_\theta \mathbf{u}_\theta + \Sigma F_z \mathbf{u}_z = m a_r \mathbf{u}_r + m a_\theta \mathbf{u}_\theta + m a_z \mathbf{u}_z$$

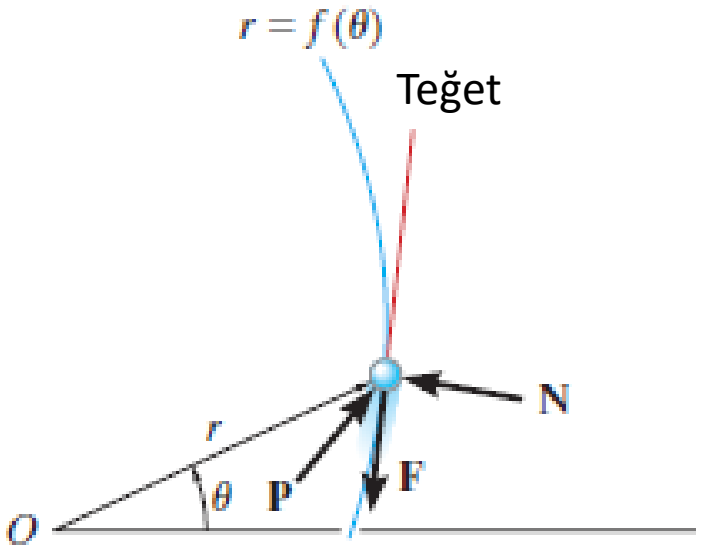
$$\boxed{\begin{aligned} \Sigma F_r &= m a_r \\ \Sigma F_\theta &= m a_\theta \\ \Sigma F_z &= m a_z \end{aligned}}$$

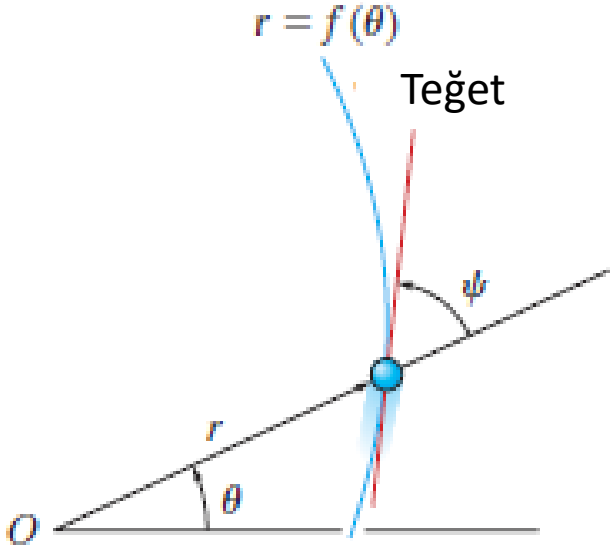


13.6 Hareket Denklemleri: Silindirik Koordinatlar

Teğetsel ve Normal Kuvvetler.

Verilen halde parçacığın ivmeli hareketi tamamen belirtilmemiş ise, parçacık üzerine etkiyen kuvvetlerin doğrultuları veya büyüklüklerini hesaplamak gerekir.



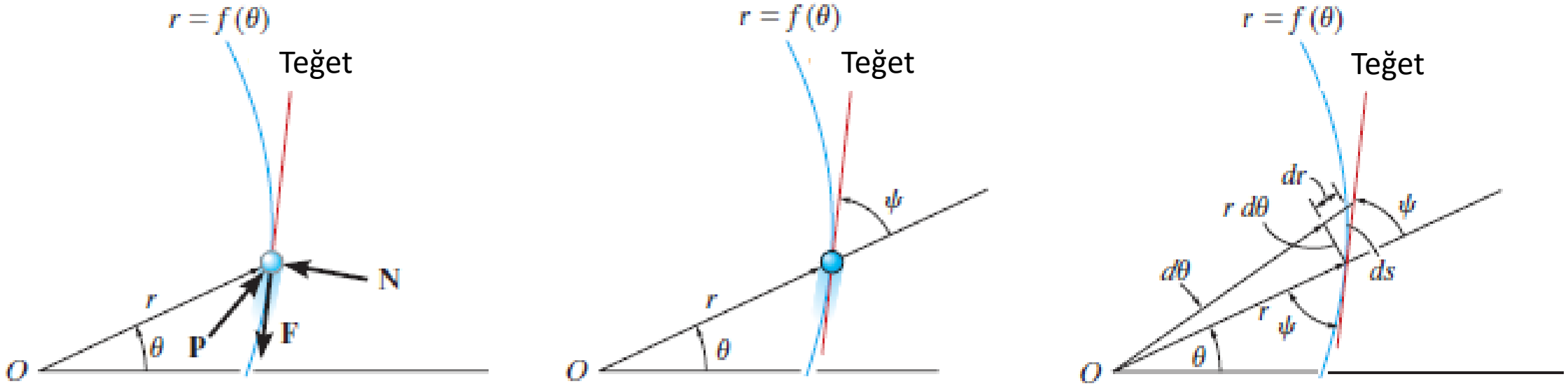


13.6 Hareket Denklemleri: Silindirik Koordinatlar

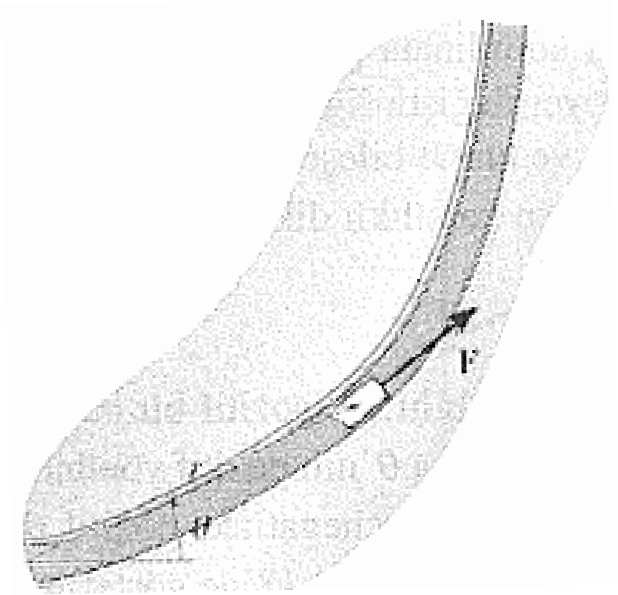
Teğetsel ve Normal Kuvvetler.

Verilen halde parçacığın ivmeli hareketi tamamen belirtilmemiş ise, parçacık üzerine etkiyen kuvvetlerin doğrultuları veya büyüklüklerini hesaplamak gerekir.

$$\tan\psi = r\,d\theta/dr, \qquad \tan\psi = \frac{r}{dr/d\theta}$$

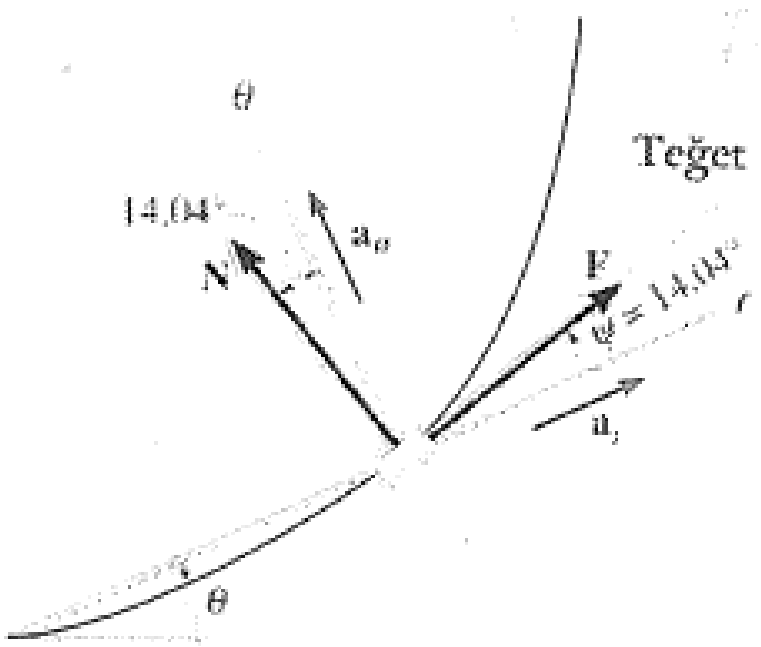


Örnek 13-10



10 N'luk blok, yörüngesi kutupsal koordinatlarda $r = (3t^2)$ m ve $\theta = (0.5t)$ rad parametrik denklemleri ile belirlenecek şekilde, pürüzsüz yatay yol üzerinde hareket etmektedir. Harekete neden olan **F** teğetsel kuvvetinin büyüklüğünün $t = 1$ s'deki değerini belirleyiniz.

Örnek 13-10



Serbest Cisim Diyagramı.

$$r = 120\theta^2 \qquad \theta = 0.5(1\text{ s}) = 0.5\text{ rad}$$

$$\tan\psi = \frac{r}{dr/d\theta} = \frac{120\theta^2}{120(2\theta)}\bigg|_{\theta=0.5\text{ rad}} = 0.25$$

$$\psi = 14.04°$$

Hareket Denklemleri.

$$+\nearrow \sum F_r = ma_r \quad F\cos 14.04° - N\sin 14.04° = \frac{10}{9.81}a_r$$

$$\nwarrow + \sum F_\theta = ma_\theta \quad F\sin 14.04° + N\cos 14.04° = \frac{10}{9.81}a_\theta$$

$$r = 3t^2\Big|_{t=1\text{ s}} = 3\text{ m} \qquad \theta = 0.5t\Big|_{t=1\text{ s}} = 0.5\text{ rad}$$

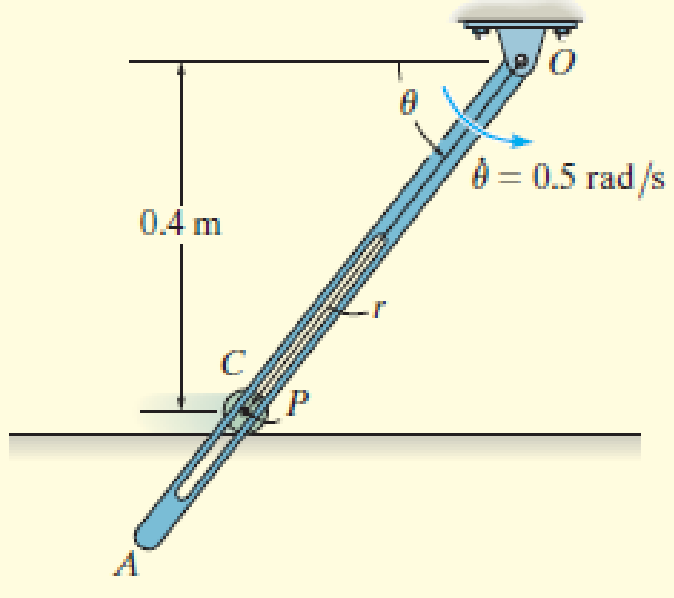
$$\dot{r} = 6t\Big|_{t=1\text{ s}} = 6\text{ m/s} \qquad \dot{\theta} = 0.5\text{ rad/s} \qquad F = 6.68\text{ N}$$

$$\ddot{r} = 6\text{ m/s}^2 \qquad \ddot{\theta} = 0 \qquad N = 4.64\text{ N}$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 6 - 3(0.5)^2 = 5.25\text{ m/s}^2$$

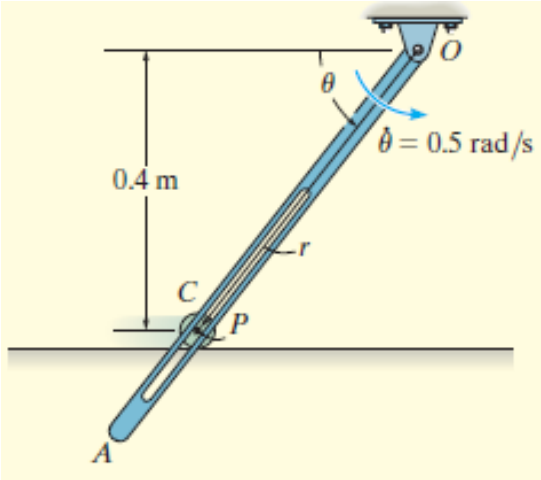
$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 3(0) + 2(6)(0.5) = 6\text{ m/s}^2$$

Örnek 13-11



2 kg'lık pürüzsüz *C* silindirinin merkezinde, *OA* kolundaki oluktan geçen bir *P* pimi bulunmaktadır. Kol düşey düzlemde $\dot{\theta}$ = 0.5 rad/s'lik sabit bir hızla döndüğüne göre, θ = 60˚ olduğu anda kolun pime uyguladığı kuvveti belirleyiniz.

Örnek 13-11



Hareket Denklemleri.

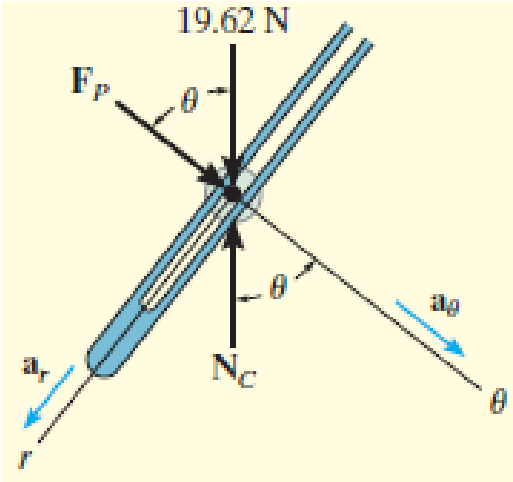
$$+\swarrow \Sigma F_r = ma_r; \qquad 19.62 \sin\theta - N_C \sin\theta = 2a_r$$

$$+\searrow \Sigma F_\theta = ma_\theta; \quad 19.62 \cos\theta + F_P - N_C \cos\theta = 2a_\theta$$

Kinematik.

$$r = \frac{0.4}{\sin\theta} = 0.4 \csc\theta$$

$$d(\csc\theta) = -(\csc\theta \cot\theta)\, d\theta \text{ and } d(\cot\theta) = -(\csc^2\theta)\, d\theta,$$



$$\dot{\theta} = 0.5 \qquad r = 0.4 \csc\theta$$

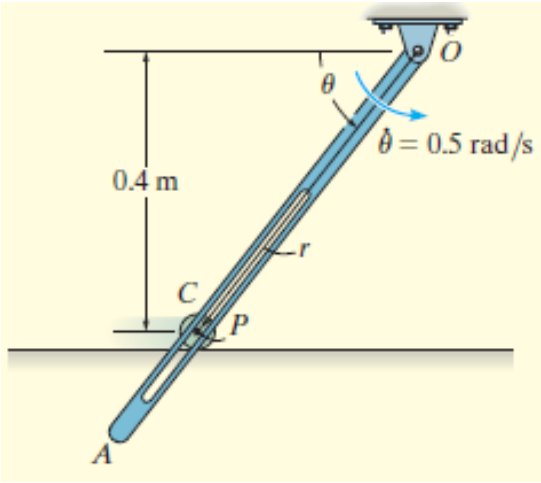
$$\ddot{\theta} = 0 \qquad \dot{r} = -0.4(\csc\theta \cot\theta)\dot{\theta}$$

$$= -0.2 \csc\theta \cot\theta$$

$$\ddot{r} = -0.2(-\csc\theta \cot\theta)(\dot{\theta}) \cot\theta - 0.2 \csc\theta(-\csc^2\theta)\dot{\theta}$$

$$= 0.1 \csc\theta(\cot^2\theta + \csc^2\theta)$$

Örnek 13-11



Kinematik.

$$\theta = 60°,$$

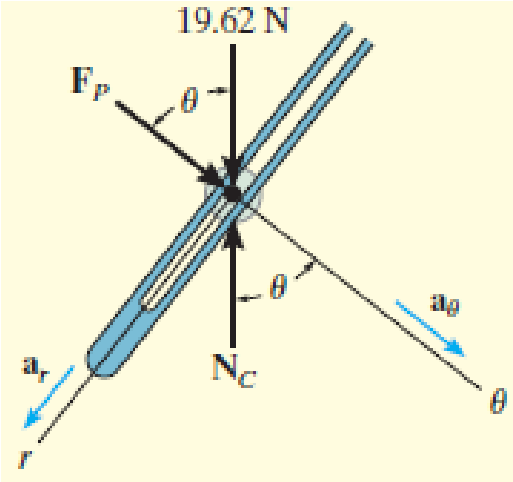
$$\dot{\theta} = 0.5 \qquad r = 0.462$$

$$\ddot{\theta} = 0 \qquad \dot{r} = -0.133$$

$$\ddot{r} = 0.192$$

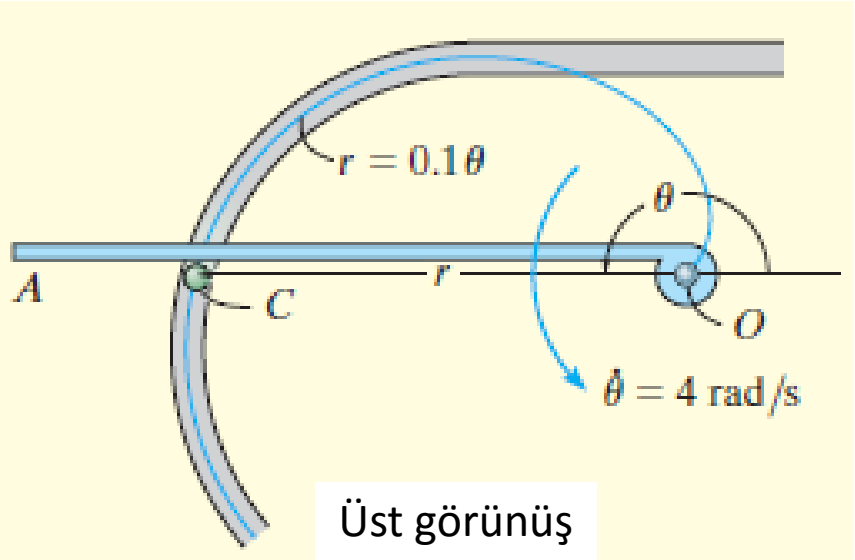
$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0.192 - 0.462(0.5)^2 = 0.0770$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 2(-0.133)(0.5) = -0.133$$



$$N_C = 19.5 \text{ N} \qquad F_P = -0.356 \text{ N}$$

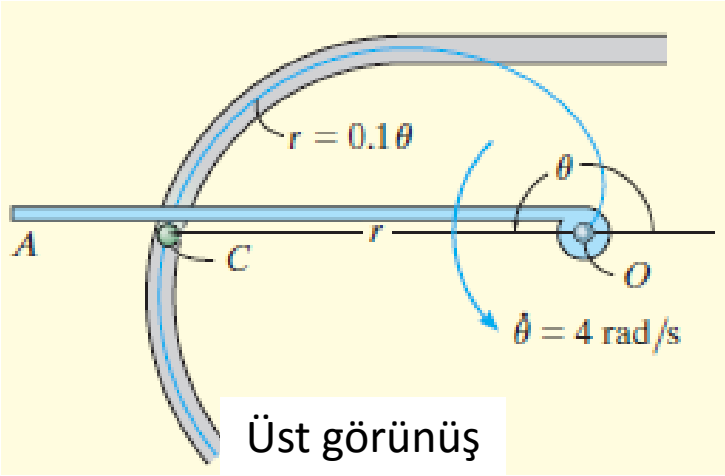
Örnek 13-12



0.5 kg'lık bir *C* kutusu, yatay bir oluklu yuva boyunca hareket etmektedir. Yuva, $r = (0.1\theta)$ m denklemiyle tanımlı bir spiral şeklindedir. *OA* kolu yatay düzlemde $\dot{\theta} = 4$ rad/s'lik sabit bir hızla döndüğüne göre, $\theta = \pi$ rad olduğu anda kolun kutuya uyguladığı kuvveti belirleyiniz. Sürtünmeyi ve kutunun boyutlarını ihmal ediniz.

Örnek 13-12

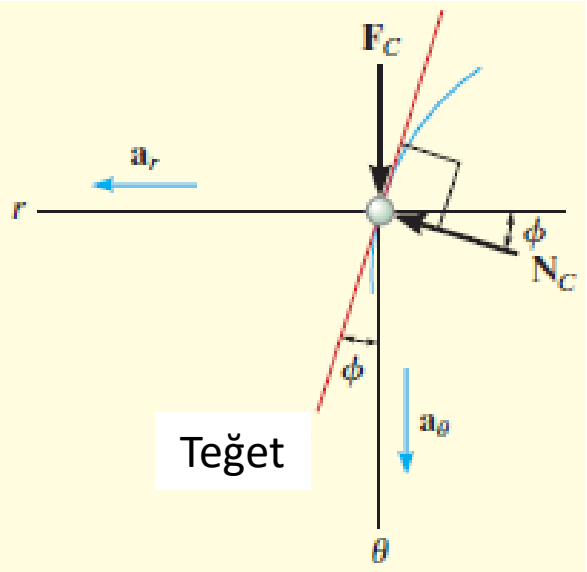
Serbest Cisim Diyagramı.



$$r = 0.1\theta, \qquad dr/d\theta = 0.1,$$

$$\tan\psi = \frac{r}{dr/d\theta} = \frac{0.1\theta}{0.1} = \theta$$

$$\theta = \pi,\ \psi = \tan^{-1}\pi = 72.3^\circ, \qquad \phi = 90^\circ - \psi = 17.7^\circ$$



Hareket Denklemleri.

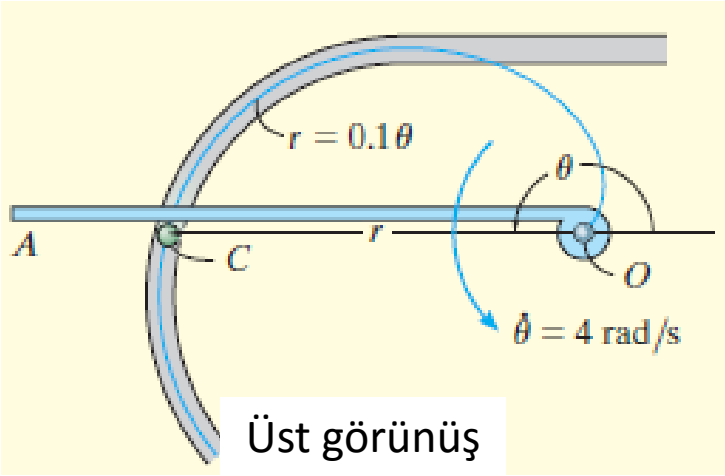
$$\phi = 17.7^\circ$$

$$\overset{+}{\leftarrow} \Sigma F_r = ma_r; \qquad N_C \cos 17.7^\circ = 0.5a_r$$

$$+\downarrow \Sigma F_\theta = ma_\theta; \qquad F_C - N_C \sin 17.7^\circ = 0.5a_\theta$$

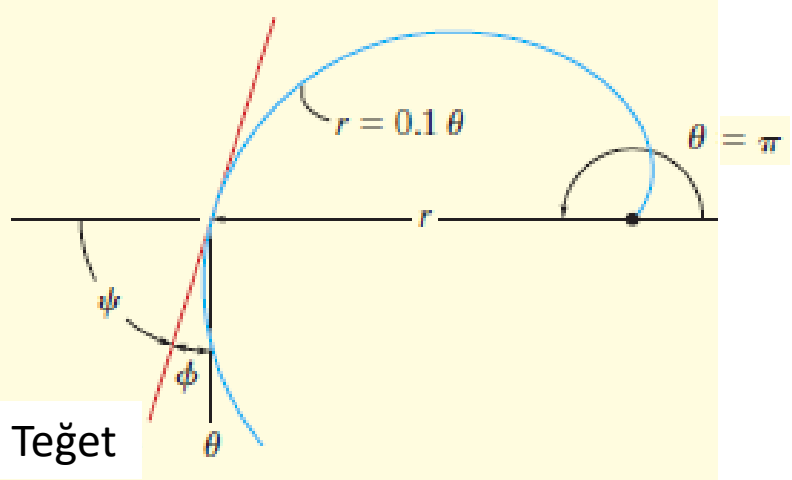
Örnek 13-12

Kinematik.



$$\dot{\theta} = 4 \text{ rad/s}$$
$$\ddot{\theta} = 0$$

$$r = 0.1\theta$$
$$\dot{r} = 0.1\dot{\theta} = 0.1(4) = 0.4 \text{ m/s}$$
$$\ddot{r} = 0.1\ddot{\theta} = 0$$



$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - 0.1(\pi)(4)^2 = -5.03 \text{ m/s}^2$$
$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0 + 2(0.4)(4) = 3.20 \text{ m/s}^2$$

$$N_C = -2.64 \text{ N}$$
$$F_C = 0.800 \text{ N}$$