Uygulama–1/10
Fan ve motor gurubu şasi üzerine cıvatalanmış olup şasi de fabrika zeminine dübellerle bağlanmak istenmektedir. Şasi ve üzerindeki toplam kütle 200 kg ‘dır. Motor dönme devri n=1000 dev/dak. Sistemin yere iletebileceği kuvvet seviyesi maksimum %19 istenmektedir. Başka bir deyişle sistemin titreşim yalıtımı %81 olarak gerçekleşmesi istenmektedir. Sistemde yalıtım için kullanılan elemanların sönümleme oranı ζ =0 olduğuna göre seçilecek ” k” yay katsayısının değeri ne olmalıdır?

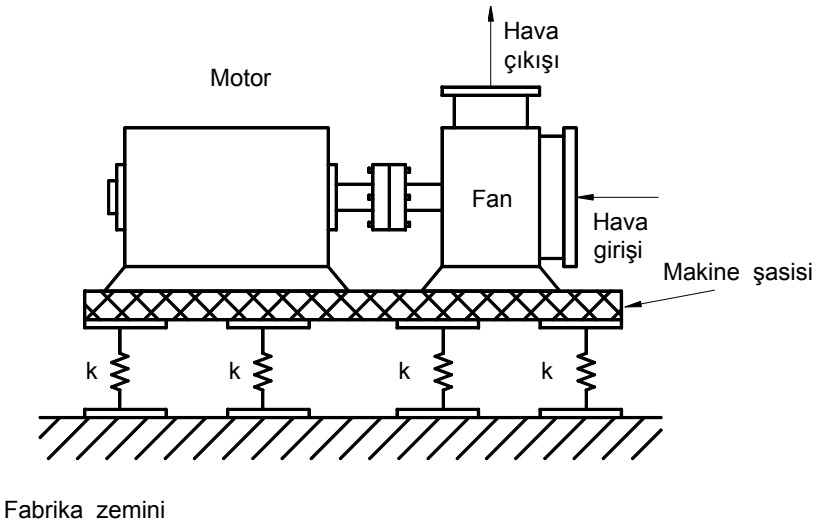
Çözüm:
Adım 1:
Kolaylıkla anlaşıldığı gibi bu problemde de makinenin veya bir amaç için oluşturulan sistemin üzerinde, sebeplerini daha önce izah ettiğimiz nedenlere dayalı olarak oluşan istenmeyen kuvvetlerin yarattığı titreşim tesirlerinin, kabul edilebilecek seviyeye indirgenerek sistemin yalıtılmasına çalışılmaktadır. Sistemde oluşan ve zemine iletilecek kuvvetin ancak %19 un geçmesine müsaade edilmekte olduğu soruda söylenmektedir. Şu halde TR=%19’dur. TR denklemini tekrar yazalım ve üzerine elimizdeki parametreleri işleyelim.

Adım 2:

$$TR = \frac{\left[(1+(2\zeta r)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$ olup verilen uygulamada ζ =0 olduğuna göre bu değer denklemde işlenirse

$$TR = \frac{1}{(1-r^2)} \leq 0.19$$ burada kullanılan $\leq$ sembolü matematiksel olarak %19 iletimlilik

değerinin üzerine çıkılamaz demek olup ancak bundan biraz düşük olması koşulu sağlayacağı da teknik olarak aşikardır. En azından seçilecek yayın asgari değerine ulaşmış ve durumu daha da iyileştirecek aralığın yönünü tespit etmiş oluruz.



Şekil 1–6/7 Motor şasi ve fan gurubunun yalıtımı

Şekil 1–6/2’da incelemenize sunulan grafiğe dikkatlice baktığınızda yalıtım için mana taşıyan bölgenin, düşey kesik çizgilerle yukarıdan aşağıya çizildiğini ve bunun da sağında kalan ve $r > \sqrt{2}$ değerinin üstünde gerçekleştiği görülmektedir. O halde aşağıdaki eşitsizliği yazabiliriz.

$r = \frac{\Omega}{\omega_n}$ olduğuna göre “$r > \sqrt{2}$” olmalıdır ki yalıtım gerçekleşin. Bunun haricindeki bölgelerde yapılan yalıtım işlemleri makinenin darbelerini “TR=1” değerinin üstünde olmak kaydıyla sadece biraz “kötünün iyisi” düşüncesiyle “TR=1” değerine yaklaştırmaya çalışma gayretlerinden başka bir şey

değildir. Dolayısıyla buna da “yalıtım yaptık” denilemeyeceğinden yapılan faaliyet mühendisin kabul edebileceği teknik düzeyde gerçekleşemez.

Adım 3:
ζ =0 yapmakla elde ettiğimiz denklemi aşağıdaki biçimde yazarız çünkü r pozitif bir sayıdır .

$$TR = \frac{1}{r^2 - 1} \leq 0.19$$

Yalıtım Grafiğini kullanarak, $r > \sqrt{2}$ olduğu gerekçesi ile r ye deneme değerleri uygulanarak r=2,5 değerinin eşitsizliği gerçekleştirdiği bulunur.

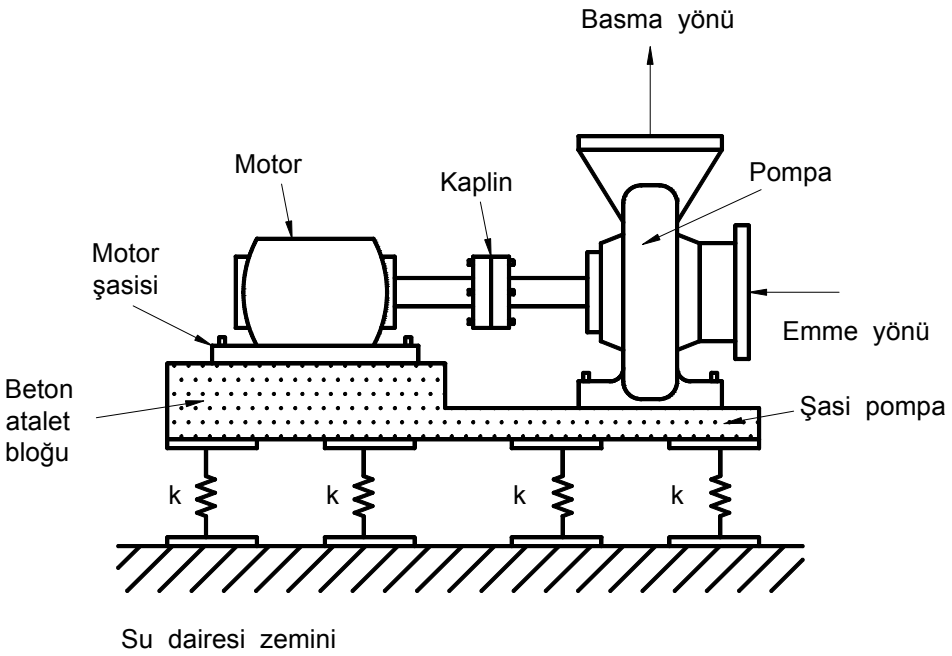
Adım 4:
Bulduğumuz bu değer bize aşağıdaki eşitliği yazmamıza yeterlidir.

$$r = \frac{\Omega}{\omega_n} = \frac{\frac{2\pi n}{60}}{\omega_n} = 2.5$$ buradan ω_n değeri hesaplanırsa,

$$\omega_n = \frac{\Omega}{r} = \frac{\frac{2\pi n}{60}}{2.5} = 41.9 rad/s \quad ; \quad \omega_n^2 = \frac{k}{m} \; ; \quad k = 200x(41.9)^2 = 3.51x10^5 N/m$$

Sonuç:
$k = 200x(41.9)^2 = 3.5x10^5 N/m$

Uygulama–1/11
Damper kullanmaksızın yapılması düşünülen Pompa-Motor şasisinin bağlı olduğu beton platform altına yaylar yerleştirilip sistem bunun üzerine oturtulacaktır. İstenilen yalıtımın seviyesi %75 dir. Pompanın çalıştırılma aralığı 1500–2000 dev/dak. Bu durumda yayları statik sehimlerinin olabileceği maksimum değeri hesaplayınız.



Şekil 1–6/8 Motor şasi ve pompa gurubunun yalıtımı

Çözüm
Adım 1:

%75 yalıtım demek %25 nispetinde sistemde ortaya çıkan kuvvetlerin temele veya sistemin zeminine iletilmesi demektir. O halde TR=0.25 olur.

Adım 2:
TR genel formülünde $\zeta = 0$ yapılırsa ve r 'nin pozitif olması gerektiği göz önüne alınırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$TR = \dfrac{1}{r^2 - 1}$ değeri elde edilir.

Adım 3:
Yukarıda elde ettiğimiz denklemi parametrelerini işlenmiş hale getirirsek,

$0.25 = \dfrac{1}{r^2 - 1}$; $r > \sqrt{2}$ olmak şartıyla r değer

$r = \pm 2.24$ bulunur. Buradaki negatif kökün fiziksel manası olmadığı için sadece pozitif değerli seçenek alınır.

Adım 4:
Yalıtım için, şekil 1–6/2'den de görüleceği gibi, zorlayıcı kuvveti oluşturan tahrik motorunun üst devirler sorun teşkil etmeyecektir. O zaman hesabı en alt devire göre yaparsak üst çalışma devirleri emniyetli ve uygun aralığa düşmüş olacaktır. Dolayısıyla,

$$\omega_n = \frac{\Omega}{r} = \frac{\frac{2\pi 1500}{60}}{2.24} = 70.25 \text{rad/s}.$$

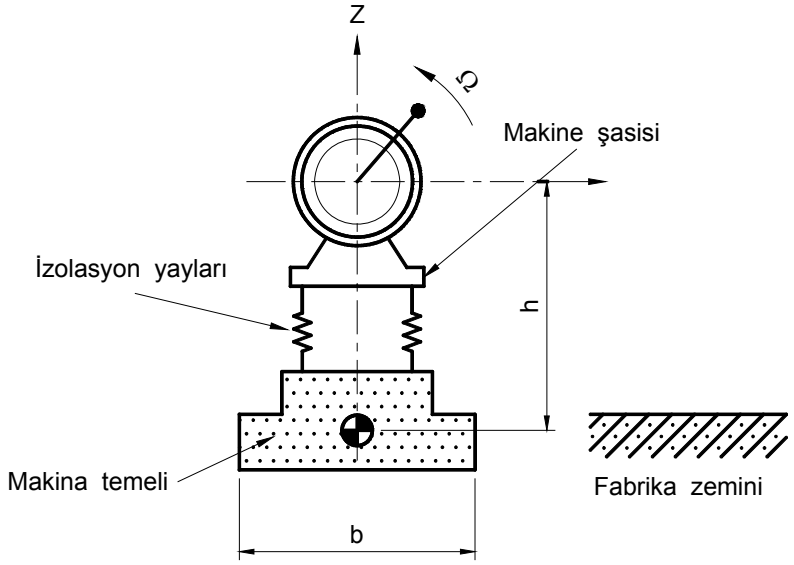
Bu değer sistemin tabii frekansıdır. Bunu kullanarak tasarım yapmaya çalışalım.

$$k\delta_{stk} = mg \qquad \Rightarrow \qquad \omega_n^2 = \frac{k}{m} = \frac{g}{\delta_{stk}}$$

$$\delta_{stk} = \frac{g}{\omega_n^2} = \frac{9.81\left(m/s^2\right)}{\left(70.25\,\text{rad/s}\right)^2} = 1.99\,\text{mm}$$

Uygulama–1/12
Şekilde verilen elektrik motorunun kütlesi m=40 kg' dır. Motorun dönme devri n=1000 dev/dak. Motorun bağlandığı şasinin altına 4 adet yay konularak temel beton bloğuna dübellenecektir. Her yayın yay katsayısı olan değer k olarak tanımlanmıştır. Bu parametrelere göre a,b ve c maddelerinde sorulan soruları cevaplayınız.

a) Eğer makineye sarsıntı verecek kuvvetlerin %10'u zemine iletilsin istersek, altına konulacak yayların her birinin yay katsayısını hesaplayınız, not; $\zeta = 0$ alınız.
b) Rezonans şartlarında TR=4 olarak kısıtlayabilecek damping oranının değeri ζ ne olmalıdır.
c) TR (iletimlilik)değerini hesaplayınız



Şekil 1–6/9

Çözüm
Adım 1:
Önce verilen problemde (a) maddesini çözümleyelim; Buradaki mühendislik konumuz tekrar bir makineye ait yalıtım uygulaması ile ilgidir. Konu iletim-yalıtım meselesi olunca hemen hatırlamamız gereken bağıntıyı aşağıda bir kez daha yazıp bunun üzerine elimizdeki parametreleri yerleştirerek yorumlama safhasına geçelim.

$$TR = \frac{\left[(1+(2\zeta r)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \%10 \text{ olsun istenmektedir.}$$

Zorlayıcı açısal frekansın değerini hesaplayalım. Bu tabiî ki sistemi tahrik eden motorun devir sayısına bağlı olarak elde edilecektir. Burada var olan dengelenmemiş kuvvet her devirde ki açısal hızda her radyanda makineye etki edecektir, makinede bağlı olduğu şasi üzerinden bunu temele oradan da deprem dalgası misali fabrika veya atölyenin zeminine bağlı diğer makinelere gidip onların çalışma performanslarına tesir edecektir. Amacımız bütün bu uygun olmayan titreşimleri kabul edilebilecek seviyelere indirmektir.

$$\Omega = \frac{2\pi 1000}{60} = 104.72 \text{rad/s} \quad ; \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_{eş}}{m}} = \left(\frac{4k}{40}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{k}}{3.16}$$

Adım 2:
$\zeta = 0$ için yukarıdaki denklem

$$0.1 = \frac{1}{\left(\frac{104.72}{\frac{\sqrt{k}}{3.16}}\right)^2 - 1}$$

Bu denklemde imajiner değerlerden kaçınmak için payı ve paydayı pozitif verecek tarzda "-1" ile çarparak ve negatif değerleri çözüm dışı görerek bir tek yay için bulunan k değeri aşağıdaki gibi tespit edilmiştir.

k=9954.98 N/m

Adım 3:
Bu adımda ise (b) maddesini çözümleyelim. Daha önceki bilgilerimizden rezonans koşulunda r=1 olduğunu yani $\omega_n = \Omega$ olduğunu biliyoruz. İletimlilik eşitliği ise r=1 için nasıl değiştiğini görelim. Rezonans durumundaki TR=4 olarak problemde tanımlanmıştık.

$$TR = \frac{\sqrt{(1+(2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}} \quad ; \quad TR = \frac{\sqrt{1+(2\zeta 1)^2}}{\sqrt{(1-1^2)^2+(2\zeta 1)^2}} = \frac{\sqrt{1+(2\zeta)^2}}{(2\zeta)}$$

$$TR^2(2\zeta)^2 = 1+(2\zeta)^2$$

$$TR^2(2\zeta)^2-(2\zeta)^2 = 1 \quad ; \quad (2\zeta)^2[TR^2-1] = 1 \quad ; \quad \zeta^2 = \frac{1}{2^2[TR^2-1]}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{1}{2^2[TR^2-1]}} = \frac{1}{2\sqrt{4^2-1}} = \frac{1}{2\sqrt{15}} = 0.12$$

Adım 4:
Bu adımda da (c) maddesinde sorulan soruyu cevaplayalım. Sistemin tabii frekansının hesabı kolaylıkla aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\omega_n = \left(\frac{4k}{m}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{4x9954.98}{40}\right)^{\frac{1}{2}} = 31.57 rad/s$$

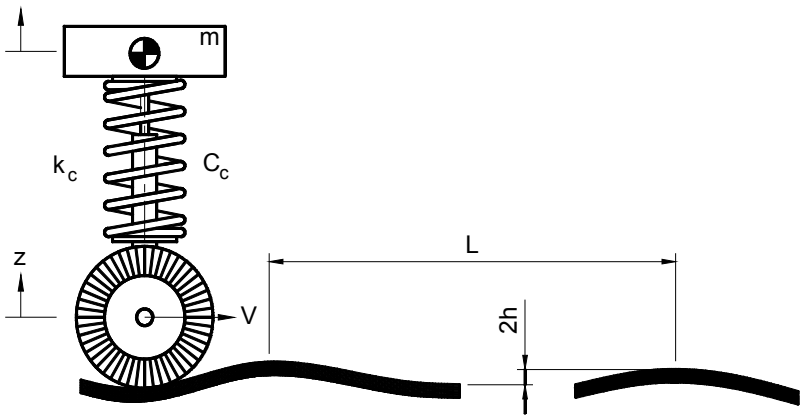
$$r = \frac{\Omega}{\omega_n} = \frac{104.72}{31.57} = 3.31$$

Değerini göz önüne alırsak ve yukarıda hesapladığımız parametreleri de denklemde yerlerine koyarsak sistemin TR iletimliliği aşağıdaki gibi hesaplanacaktır.

$$TR = \frac{\left[(1+(2x0.12x3.31)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[(1-3.31^2)^2+(2x0.12x3.31)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \%12.7$$

Sonuç:
$TR = \%12.7$

Uygulama–1/13
Basitleştirilmiş çeyrek otomobil modeli aşağıdaki şekilde verilmiştir. Sistem TSD olarak çalışmakta olup düşey eksende yukarı-aşağı salınımlarını yapabilmektedir. Yol fonksiyonu doğrudan araca iletilmektedir, yani lastiklerin yaylanma katsayıları sonsuzdur. Ayrıca lastik yol yüzeyinden ayrılmamaktadır. Tanımlanan parametrelere göre araç boş ve dolu halde verilen yol yüzeyinde giderken kütlenin yapacağı deplasmanları hesaplayarak genlik oranlarını bulunuz.



Şekil 7–7/2 Sinüzoidal yolda hareket eden çeyrek taşıt modeli

$m_{dolu} = 1000\ kg$	;	$\zeta_{tam\ yükte} = 0.5$
$m_{boş} = 250\ kg$	;	$V_{araç\ hızı} = 100\ km/saat$
$k = 350\ kN/m$	;	$yol\ yüzeyi = sinüzoidal$
	;	$T_{periyot} = L = 5\ m/dalga\ boyu$

Çözüm:
Adım 1:
Verilen problem tipik bir hareketli mesnet uygulamasıdır. Otomobiller ve diğer taşıtlar hareketli mesnetler üzerinde gezinirler. Dolayısıyla incelenen bu konu ile ilgili bağıntıları tekrar hatırlamamız gerekecektir. Önce yoldan gelen açısal zorlayıcı frekansı bulalım. Zira yol burada dinamik sisteme "kam mekanizması" gibi taşıtın hızına bağlı olarak giriş fonksiyonu uygulamaktadır. Dolayısıyla sistem bu açısal frekans ile zorlanmaktadır. O halde birici adımda aşikâr olarak aşağıdaki eşitlikleri öncelikle hatırlamamız ve sonra bunlara verilen parametreleri yerleştirmemiz gerekmektedir.

$$f_{frekans} = \frac{1}{T} \quad ; \quad hız(v) = \frac{yol(l)}{zaman(t)} \Rightarrow bir\ dalga\ boyu\ için\ zaman\ \frac{100000}{3600}(m/s) = \frac{5}{T}$$

$$f = \frac{100000}{3600x5} = 5.56\ Hz$$

Adım 2:

$$c = 2\zeta\sqrt{km} \Rightarrow \zeta_{boş-dolu} = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

Burada şu önemli hususu yorumlayabilmemiz gerekmektedir. Yay sabiti ve sönüm sabitleri k ve c değişmez olarak kalırlarken ζ kütlenin karekökü ile ters orantılı olarak değişir, yani

$$c = 2\zeta_{dolu}\sqrt{1000k} \quad ; \quad c = 2\zeta_{boş}\sqrt{250k} \quad ; \qquad veya\ 2\zeta_{dolu}\sqrt{1000k} = 2\zeta_{boş}\sqrt{250k}$$

Buradan elde edilen bağıntı yardımıyla, araç boş iken sönümleme oranı için,

$\zeta_b = \zeta_d x2$; $\zeta_b = 0.5x2 = 1$

Adım 3:

$$\frac{U}{Z} \equiv \frac{|\bar{U}|}{Z} = \frac{\text{kütle deplasmanı}}{\text{mesnet deplasmanı}} = D_s\left[1+(2\zeta r)^2\right]^{\frac{1}{2}} \text{ veya } = \frac{\left[(1+(2\zeta r)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

Bu bilinenlere göre tümünü daha iyi görmek için aşağıdaki tabloyu yaparak işlemlerimize devam edelim.

Parametreler	Taşıt Dolu	Taşıt Boş
$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ rad/s	$\omega_n = \sqrt{\frac{350000}{1000}} = 18.7 rad/s$ $= 2.98 Hz$ $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_n}{2\pi} = Hz$	$\omega_n = \sqrt{\frac{350000}{250}}$ $= 37.41 rad/s = 5.96 Hz$ $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega_n}{2\pi} = Hz$
$r = \frac{\Omega}{\omega_n}$	$r = 1.87 = \frac{5.56}{2.98}$	$r = 0.93 = \frac{5.56}{5.96}$
$\frac{U}{Z} = \frac{\left[(1+(2\zeta r)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{U}{Z} = 0.68$	$\frac{U}{Z} = 1.13$

Sonuç olarak söyleyebileceğimiz şudur. Araç boş iken böyle bir yol yüzeyinde bu hızla giderken üstteki kütlesi mesela kabini mesnetten gelen deplasmanları 1.13 kat arttırarak deplasman yapmaya zorlanacaktır. Taşıt dolu iken bu tesirler oldukça düşüktür. Bu hususlar pratik hayatta da böyle olduğu pek çok kişinin gözlemlediği olaydır ve fiziksel nedeni ve oluşması da burada incelenen teknik sebeplerdendir

Uygulama–1/14

Bir imalat makinesi zemin tarafından gelmesi muhtemel titreşim dalgalarına karşı izolatör tablası kullanılarak fabrika zeminine bağlanmak istenmektedir. Makinenin izolatör tablası bağlantı cıvatalarının üzerindeki kütlesi $m = 500$ kg'dır. Tablanın damping oranı oldukça küçüktür, $\zeta = 0.01$ ve yay katsayısı ise $k = 12500$ N/m'dir. Bu özelliklerde seçilmiş izolatör kullanıldığı takdirde, makinenin gövdesine, zemin irtibat elemanları üzerinden, diğer makinelerin titreşimlerinden gelmesi olanaklı kuvvetlerin hangi oranda iletileceğini hesaplayınız. Zemin yoluyla makinenin izolatör tablasına gelen zorlayıcı frekansın değeri $\Omega = 20$ rad/s seviyesinde olduğu tespit edilmiştir.

Çözüm

Adım 1:

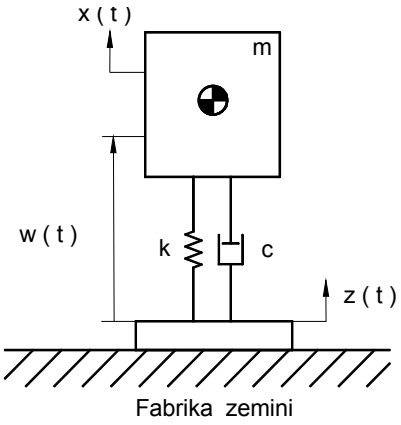
Önce sistemin açısal tabii frekansını hesaplayalım.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{12500}{500}} = 5 \text{ rad/s}$$

Adım 2:

Sistemde etkin olan açısal frekansların oranını hesaplayalım.

$r = \frac{\Omega}{\omega_n} = \frac{20}{5} = 4$; $\zeta = 0.01$; $r = 4$



Şekil 1–7/3. Makine montajı ve zemine bağlantıda kullanılan izolatörlerin fonksiyonelliğinin analizi ile ilgili örnek.

Adım 3:

$$TR = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = \frac{\sqrt{1 + (2x0.01x4)^2}}{\sqrt{(1 - 4^2)^2 + (2x0.01x4)^2}} = 0.0669 \Rightarrow \%6.69$$

Sonuç:
TR = %6.69

Montaj işleminde kullanılan makine izolatör tablası, zeminden gelen zorlayıcı deplasman fonksiyonunun büyük bir miktarını sönümlemekte ve makine gövdesine bunların sadece %6,69 oranını iletmektedir.