

KİMSÖZ

Bu kitap esas itibariyle Isparta Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü öğrencilerine verilen Akışkanlar Mekaniği I dersine uygun olarak dört bölümü kapsayacak şekilde hazırlanmıştır. Üteyandan, derslerin daha iyi anlaşılabilmesi amacıyla derlenen çözümlü problemler, ilgili olduğu konuların hemen arkasına ve cevap anahtarlı problemler ise bölüm sonlarına ilave edilmiştir.

Kitabın hazırlanışında birçok kişiden teşvik ve yardımlar alınmasaydı, şüphesiz bu eseri hizmete sunmak mümkün olmayacaktı. Bu yüzden her türlü yardımlarını esirgemeyen Dr.Ali Kemal YAKUT, Yük.Müh.Ramazan SELVER ve Yük. Müh.Orhan TUYGUN ile eserin daktilosunu yapan D.Suat CİNGÖZ, Erol KAYA ve Selma AKSOY başta olmak üzere tüm çalışma arkadaşlarıma ve ofset baskıyı gerçekleştiren matbaa ilgilileri Tek.Halis BİNGÖL, Tek.Hilmi MZKAL ve Nevzat ÇANKAYA'ya teşekkür ederim.

Ekim 1987, Isparta

Hüseyin ŞALVARLI

İÇİNDEKİLER

	<u>Sahife No</u>
ÖNSÖZ	iii
GİRİŞ	viii
BÖLÜM I AKIŞKANLAR İLE İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR	1
1.1 Akışkanların Karakteristikleri	1
1.1.1 Molekül Yapısı	2
1.1.2 Süreklilik	4
1.1.3 Akışkanlar Mekaniğinin Tarihçesi	4
1.2 Akışkanların Özellikleri	5
1.2.1 Basınç	7
1.2.2 Buhar (Buharlaşma) Basıncı	11
1.3 İdeal Gaz : Durum (Hal) Denklemi	13
1.3.1 Durum Değişimleri	14
1.4 Sıkıştırılabilirlik (Sıkışma)	15
1.5 Viskozite (Yapışkanlık)	17
1.5.1 Viskozitenin Nicel (Kantitatif) Tanımlaması	18
1.5.2 Viskozitenin Nedenleri	22
1.5.3 Viskozitenin Boyut Formülü ve Birimleri	24
1.5.4 Kinematik Viskozite ve Birimleri	24
1.5.5 Akıcılık	32
1.5.6 Newtonien Olmayan Sıvılar	32
1.5.7 İdeal Akışkan	34
1.6 Yüzey Gerilmesi (Yüzeysel gerilme)	34
1.6.1 Kohezyon ve Adezyon	36
BÖLÜM 2 DENGEDKİ AKIŞKANLAR (AKIŞKANLARIN STATİĞİ)	41
2.1 Giriş	41
2.2 Bir Akışkanda Basıncın Konum ile Değişimi	41
2.2.1 Sabit Yoğunluklu Bir Akışkanın Dengesi	43
2.2.2 Sıkıştırılabilir Bir Akışkanın Dengesi	47
2.3 Basıncın Ölçülmesi	50
2.3.1 Barometre	51
2.3.2 Manometreler	53
2.3.3 Bourdon Göstergesi	63

	Sahife No
2.3.4 Basınç Göstergesinin Diğer Tipleri	63
2.4 Dalmış Yüzeyle Uygulanan Hidrostatik Kuvvetler	64
2.4.1 Bir Düzlem Yüzeye Uygulanan Kuvvet	64
2.4.2 Eğri Yüzeyle Uygulanan Hidrostatik Kuvvetler (Katılaştırma İlkesi)	74
2.5 Yüzen ve Dalmış Cisimlerin Dengesi (Kaldırma Kuvveti)	81
2.6 Akışkan İçinde Serbest Cisimlerin Kararlılığı	83
2.6.1 Dalmış Cisimlerin Kararlılığı	83
2.6.2 Yüzen Cisimlerin Kararlılığı	84
2.6.3 Bir Akışkanın Kararlılığı	91
2.7 Hareket Eden Akışkanların Dengesi	92
2.7.1 Sabit Açısıl Hızla Blok Halinde Dönen Sıvının Dengesi	100
BÖLÜM 3 AKIŞKANLARIN KİNEMATİĞİ	
3.1 Giriş	114
3.2 Akış Parametrelerinin Zaman ve Konuma Göre Değişimi	114
3.3 Akış Şeklinin Açıklanışı	118
3.3.1 Bir-İki ve Üç-Boyutlu Akış	122
3.3.2 Akış Türleri	123
3.3.3 Debi ve Ortalama Hız	125
3.4 Süreklilik	126
3.5 Bernoulli Denklemi	131
3.5.1 Bernoulli Denklemiindeki Terimlerin Anlamı	135
3.6 Bir Akışkanın Daimi Akış	
Genel Enerji Denklemi	142
3.6.1 Termodinamiğin Birinci Kanunu	142
3.6.2 Daimi Akış Enerji Denklemiinin Üretilmesi	143
3.6.3 Kinetik Enerji Düzeltme Faktörü	147
3.6.4 Pratikte Daimi Akış Enerji Denklemi	151

	Sahife No
3.6.5 Sabit Yoğunluklu Bir Akışkanda Enerji Dönüşümleri	154
3.7 Akım Çizgilerine Dik Basınç Değişimi	160
3.8 Bernoulli Denklemiinin Basit Uygulamaları	162
3.8.1 Keskin-kenarlı orifisten akış	162
3.8.2 Pitot Tübü	172
3.8.3 Venturi-metre (Venturi Ölçeği)	176
3.8.4 Lüle ve Orifis Metre	179
3.8.5 Eşik ve Keskin-Kenarlı Savak	185
3.8.6 Sifon ve Kaviteasyon Olayı	189
3.8.7 Pompalı ve Türbinli Düzenlerde Bernoulli Denklemi	194
3.9 Daimi Olmayan Akışkanlarda Bernoulli Denklemi	196
3.10 Sıkıştırılabilir Akışkanlarda Bernoulli Denklemi	198
BÖLÜM 4 MOMENTUM DENKLEMİ	206
4.1 Giriş	206
4.2 Daimi Akış Momentum Denklemi	206
4.2.1 Bir Boyutlu Analiz İçin Momentum Düzeltme Faktörü	210
4.3 Momentum Denklemiinin Uygulamaları	210
4.3.1 Yüzeye Çarpan Bir Hüzmenin Uyguladığı Kuvvet	210
4.3.2 Bir Boru-Dirseğinde Akışın Uyguladığı Kuvvet	217
4.3.3 Bir Lüledeki Kuvvet Hüzme Tepkisi	222
4.3.4 Bir Akışkanın Aktığı Ortamdaki Katı Bir Cisme Gelen Kuvvet	232
4.3.5 Bir Pervanenin Momentum Teorisi	234
EK I Bir Yüzeyin Konkav ve Konveks Tarafları Arasındaki Basınç Farkı	244
EK 2 Birinci ve İkinci Momentler	245
YARARLANILAN KAYNAKLAR	249
İNDEKS	250

GİRİŞ

Birimler ve İlgili Konular Hakkında Kısa Bir Açıklama

Bir fiziksel nicelik (örneğin uzunluk, kuvvet, hız) ölçülebilen bir değerdir. Herhangi bir fiziksel niceliğin Q büyüklüğü ölçme sonucu belirlenir ve

$$Q = n U$$

bağıntısı ile ifade edilebilir. Burada U, ilgili niceliğin uygun bir numunesini temsil eder ve "birim" diye adlandırılır (örneğin, bir metre, uzunluk olarak bilinen nicelik çeşidinin uygun bir numunesidir); n sayı olarak adlandırılır ve işlemdeki büyüklüğü oluşturmak için kullanılacak birimin tekrar sayısıdır. Q büyüklüğünün ifadesi n ve U kısımlarını gerektirir. Bununla birlikte, hiçbir büyüklük kendisini ifade etmek için kullanılan birimlerin boyutu ile herhangi bir şekilde değiştirilemez. Şayet aynı büyüklük değişik boyutlu $U_1, U_2, \dots$ birimleri ile ifade edilirse sayılar farklıdır fakat Q değişmemiştir :

$$Q = n_1 U_1 = n_2 U_2 = n_3 U_3 \text{ v.s.}$$

Fiziksel niceliklerin büyüklükleri arasındaki bağıntılar "fiziksel cebir" ile tarif edilir. Klâsik cebir ise sayılar arasındaki ilişkilerin ifadesidir.

Öte yandan fiziksel cebirde çoğu semboller (simgeler) sayıları değil fiziksel niceliklerin büyüklüklerini temsil ederler. Böylece, fiziksel cebir yalnız sayıları değil aynı zamanda sayılar ve birimleri birlikte ilgilendirir. Sembolik aritmetik değil, sembolik fizik veya mühendisliktir. Bu, gerçek cebirde bazı kısıtlamalar getirir. Toplamanın, çıkarmanın ve eşitlemenin matematiksel işlemi, yalnız aynı fiziksel yapıdaki niceliklere uygulandığı zaman anlaşılır anlama sahiptir. Neticede, fiziksel cebirdeki herhangi bir bağıntı iki kere kararlı olmalıdır. Yalnız klâsik cebirin sayısal istekleri karşılanmamalı aynı zamanda bağıntı bir düzgün karaktere sahip olmalıdır. Diğer bir deyişle, eklenen, çıkarılan veya eşitlenen herhangi bir terim aynı türden niceliklere müracaat etmelidir. Örneğin, bir hız ve bir kuvveti birlikte toplamaya teşebbüs etmek olanak dışıdır.

Şayet fiziksel cebirdeki bir denklem doğru ve tam ise (sabit olsa dahi ilgili bütün büyüklükler denklemde gözükmüyor anlamında) denklemin doğruluğu büyüklüklerin ifade edildiği birimlere hiçbir şekilde bağlı değildir. Örneğin, Newton'un ikinci Kanununun modern şeklinde ($F=ma$); m kütlesi

"kilogram" ve a ivmesi "saatte dakikada mil" olarak ifade edilebilir. Neticede, kuvvetin birimleri (kg.mil/saat.dak) olmasına rağmen F kuvvetinin büyüklüğü gene (m.a) çarpımı ile verilmiş olacaktır. Hesaplamalardaki çoğu birim hataları, "fiziksel cebiri", "klasik cebir" olarak düşüncünün temel hatasından ortaya çıkar. Birimler ve sayıların her ikisinde formüllerdeki semboller ile yer değiştirmelidir.

Uluslararası Birimler Sistemi (S.I.)

Bu birimler sistemi, metrik sistemin uluslararası olarak kabul edilen şeklidir. İsimleri ve sembolleri uluslararası olarak kabul edilmiş yedi temel birim vardır:

Nicelik(Büyüklük)	Birim	Sembol
uzunluk	metre	m
kütle	kilogram	kg
zaman	saniye	s
elektrik akımı	amper	A
sıcaklık	kelvin	K
aydınlık şiddeti	candela	cd
madde miktarı	mole	mol

Diğer bütün birimler (örneğin saniyedeki metre olarak hız birimi gibi) yukarıdaki temel birimlerden türetilir. Temel birimlerin bazı terkipleri, uluslararası olarak benimsenen özel isimlerle verilmiştir. Bunlardan bazıları aşağıdaki şekilde liste edilebilir.

Nicelik	Birim	Sembol	Eşdeğer Terkibi
kuvvet	newton	N	kg m/s ²
basınç, gerilme	pascal	Pa	N/m ²
iş, enerji, ısı miktarı	joule	J	N m
güç	watt	W	J/s
frekans	hertz	Hz	s ⁻¹
düzlemsel açı	radian	rad	m/m
			(dairesel yay uzunluğu / yarıçap)

Bazı Fiziksel Büyüklüklerin Yaklaşık Değerleri

Yerçekimi ivmesi	$g = 9,81 \text{ N/kg} (=9,81 \text{ m/s}^2)$
Üniversal gaz sabiti	$R_0 = 8,31 \text{ kJ/kmol K}$
Standart sıcaklık ve basınç	$273,15 \text{ K} (=0^\circ\text{C}) \text{ ve } 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$

Sıvı su

Yoğunluk	10^3 kg/m^3
Viskozite (20°C de)	10^{-3} Pa s
Özgül ısı kapasitesi	4,187 kJ/kg K

Hava

Yoğunluk (standart sıcaklık ve basınçta)	$1,3 \text{ kg/m}^3$
Viskozite (standart sıcaklık ve basınçta)	$1,7 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$
Özgül ısı kapasitesi (sabit basınçta)	1 kJ/kg K
Özgül ısı kapasitesi (sabit hacimde)	715 J/kg K
Özgül ısı kapasitelerinin oranı	1,4
Gaz sabiti ($R = p/\rho gT$)	287 J/kg K

AKIŞKANLAR İLE İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR1.1 Akışkanların Karakteristikleri

Bir akışkan, akabilen başka bir deyişle kendisini meydana getiren parçacıkların birbirine göre bağıl pozisyonlarını devamlı olarak değiştirebildiği bir maddedir. Ayrıca akışkan, bir katman diğer katman üzerinde yer değiştirirken direnç oluşturur. Bu şunu ifade eder: şayet akışkan hareketsiz ise, akışkanda kayma kuvveti (akışkanın etkilediği yüzeye teğetsel olan kuvvet) olmayacaktır. Diğer taraftan, bir katı cisim hareketsiz iken bir kayma kuvvetine direnç gösterebilir. Kayma kuvveti bir katmanın diğer katman üzerinde yer değiştirmesine neden olabilir, fakat madde sonsuz şekilde hareket etmeye devam etmez. Bununla birlikte, bir akışkanda kayma kuvvetleri yalnız katmanlar arasında bağıl hareket gerçekten yer alıyorsa mümkündür. Bir akışkan bir katı cisimden ek olarak şöyle de ayırtedilebilir. Belli miktardaki bir akışkan konulduğu kaba veya akışkan hareketini sınırlayan kuvvetlere göre şekil alır.

Katı cisimler ile akışkanlar arasındaki fark genellikle açıktır. Fakat kolaylıkla sınıflandırılmayan bazı maddeler vardır. Örneğin bazı akışkanlar kolaylıkla akmaz. Koyu katran veya zift bazen bir katı cisim gibi belirebilir. Üte yandan, bazı katı cisimler yeterince büyük kuvvetler uygulandığında akabilir. Bu gibi maddeler plastik katı maddeler olarak bilinirler.

Buna rağmen, katı maddeler ile akışkanlar arasındaki asıl fark durmaktadır. Herhangi bir akışkan (ne kadar kalın veya viskoz olduğu önemli olmaksızın) en düşük net kayma kuvveti etkisi altında çok yavaş olsa dahi akmaya başlar. Bundan başka, akışkan bir kuvvet uygulandığı sürece akmaya devam eder. Bir katı madde ise ne kadar plastik olduğu önemli olmaksızın üzerindeki net kayma kuvveti belirli bir değeri aşmadıkça akmaz. Bu değerden daha küçük kuvvetler için katı madde katmanları birbiri üzerinde yalnız belirli bir miktar kadar hareket eder. Kuvvet artırılırsa katmanlar orijinal bağıl pozisyonlarından ayrılırlar ve yer değiştirmeye direnç gösteren kuvvetler daha büyüktür. Böylece, şayet kararlı bir kuvvet uygulanırsa bir katmanın diğer bir katman üzerindeki hareketine direnç gösteren kuvvetlerin, uygulanan kuvveti dengelediği bir duruma varılacaktır. Netice de daha fazla bu çeşit bir hareket oluşmayabilir. Şayet uygulanan kuvvet daha sonra kaldırılırsa, direnç gösteren kuvvetler katı cismi kendi orijinal şekline getirmeye eğilim gösterecektir.

Bir akışkanda, bir katmanın diğer bir katman üzerindeki hareketine karşı çıkan kuvvetler yalnız hareket olurken vardır ve böylece uygulanan kuvvet ve kaymaya direnç arasındaki statik denge asla oluşmaz. Akışkanın deformasyonu, kayma kuvveti uygulandığı sürece devamlı olarak yer alır. Fakat bu uygulanan kuvvet kaldırılırsa kayma hareketi orijinal bağlı pozisyonlarına döndürmeye eğilim gösteren kuvvetler olmayacağından, akışkan yeni şeklini muhafaza eder.

Akışkanlar, sıvılar ve gazlar diye iki kısma ayrılabilir. Belirli miktardaki bir sıvı, yalnız çok az sıcaklık ve basınç ile değişen sınırlı bir hacme sahiptir. Şayet sıvının bulunduğu kabın kapasitesi bu sözü edilen sınırlı hacimden daha büyükse, sıvı bulunduğu kabın yalnız bir kısmını kaplar ve sıvıyı kendi buharından, atmosferden veya var olan diğer bir gazdan ayıran bir arayüzey meydana getirir.

Diğer taraftan, belirli miktardaki bir gazın hacmi bulunduğu kaptaki hacmine eşit oluncaya kadar daima genişleyecektir. Yalnız böylece gaz dengede olabilir. Normal şartlar altında sıvıların sıkıştırılması çok güç olduğundan akışkanların özelliklerinin incelenmesinde sıvılar ve gazlar arasındaki en önemli fark, birçok amaç için sıvıların sıkıştırılamaz kabul edildiği ve de gazların çok daha kolaylıkla sıkıştırılabildiğidir. Gazın ihmal edilebilir bir hacim değişmesi gösterdiği şartlarda, gazın özelliği bir sıvının özelliğine benzerdir ve böylece gaz sıkıştırılamaz diye kabul edilebilir. Bununla birlikte, şayet hacimdeki değişme ihmal edilemezse gazın sıkıştırılabilmesi gazın özelliğini incelerken hesaba katılmalıdır.

1.1.1 Molekül Yapısı

Katıların, sıvıların ve gazların değişik özellikleri molekül yapılarındaki farklardan sonuçlanır. Bütün maddeler, boşlukla ayrılmış çok sayıda molekülü ihtiva eder. Moleküller aralarında bir çekme kuvvetine sahiptir; fakat moleküller arasındaki uzaklık çok küçük olduğu zaman (molekül çapı büyüklüğü mertebesinde) moleküllerin katı bir parça olarak bir araya toplanmasını önleyen moleküller arasında bir geriye itme kuvveti vardır.

Moleküller devamlı hareket halindedir ve iki molekül birbirine çok yakın olduğu zaman geriye itme kuvveti onları iki bilardo topunun çarpışmasında olduğu gibi şiddetlice birbirinden uzaklaştırır. Katı ve sıvı moleküller; bir gazın içindeki moleküllerden daha çok birbirine yakındır.

Bu yüzden belirli bir katı veya sıvı hacmi, eşit bir gaz hacminden daha çok sayıda molekül ihtiva eder ve böylece katılar ve sıvılar daha büyük bir yoğunluğa (başka bir deyişle birim hacim için kütleye) sahiptir.

Bir katı maddede, bireysel moleküllerin hareketi yavaştır (küçük genlikli bir titreşim gibi) ve birbirine göre kolaylıkla bağlı hareket etmezler. Bir sıvıda, moleküllerin hareketi daha büyüktür fakat birbirini devamlı olarak çeker ve iterler. Bu yüzden moleküller, dümdüz yörüngelerden ziyade eğrilmiş, dalgalı yörüngelerde hareket ederler. Moleküller arasındaki çekim kuvveti, sıvıyı birlikte sınırlı bir hacimde tutmaya yeterlidir (çünkü moleküller birbirini geçip hareket edebilir). Bir gazda molekül hareketi çok daha büyüktür. Verilen bir ortamdaki moleküllerin sayısı çok daha azdır ve böylece herhangi bir molekül diğeriyle karşılaşmadan önce çok daha büyük bir mesafeyi dolaşır. Moleküller arasındaki çekim kuvveti (moleküller arasındaki mesafenin karesiyle zıt olarak orantılı) genellikle ihmal edilebilir ve moleküller bir katı veya sıvı sınırı tarafından durduruluncaya kadar birbirinden uzaklaşabilirler.

Moleküllerin aktifliği, madde sıcaklığı yükselirken artar. Gerçekten madde sıcaklığı moleküllerin ortalama kinetik enerjilerinin bir ölçüsü kabul edilebilir.

Bir maddeye bir dış kuvvet uygulandığı zaman moleküller birbirine göre bağlı olarak hareket ederler. Moleküller konumunu değiştirirken, bir katı bir noktaya kadar şeklini değiştirebilir fakat moleküller arasındaki büyük kuvvetler kalır ve bunlar dış kuvvet kaldırıldığı zaman katı maddeyi kendi orijinal şekline getirir. Yalnız dış kuvvet çok büyük olduğunda bir molekül komşularından uzaklaştırılırsa, dış kuvvetin kaldırılması orijinal şekle dönüşü yardımcı olamaz ve madde elastik limitinin ötesinde deformasyon olmuştur denir.

Bir sıvıda, moleküller arasındaki çekme kuvveti sıvıyı bir arada tutmaya neden olmasına rağmen moleküller birbirini geçip hareket edebilirler ve yeni komşular bulabilirler. Böylece, sınırlandırılmamış bir sıvıya uygulanan bir kuvvet, kuvvet kaldırıluncaya kadar moleküllerin birbirini geçip kaymasına sebep olur.

Şayet bir sıvı sınırlı bir ortamda ise ve sıkıştırılırsa; sıvı, sıkıştırmadaki bir katı gibi elastik özellikler ortaya çıkarır. Bununla beraber, moleküllerin yakın yerleşmesi nedeniyle sıkıştırmaya direnç büyüktür. Diğer taraftan, molekülleri birbirinden çok daha uzakta olan bir gaz sıkıştırmaya çok daha az direnç gösterir.

1.1.2 Sürekli Ortam ve Süreklilik

Bir akışkan özelliğinin kesin olarak tam incelenmesi her bir bireysel molekülün etkisini göz önüne alarak yapılabilir. Bir çok mühendislik uygulamasında, hız, basınç, sıcaklık, yoğunluk gibi büyüklüklerin ortalama değerleri ile ilgilenilir. Bu yüzden, ayrı moleküllerin karmaşık gerçek birikintisi yerine akışkanın bir sürekli nesne olduğunu, başka bir deyişle, boş ortam almadan maddenin sürekli bir dağılım gösterdiğini kabul ederiz. Bu varsayım genelde savunulabilir çünkü ortam içinde ihtiva edilen molekül sayısı çok fazladır ve aralarındaki uzaklık çok küçüktür. Şüphesiz, varsayım bu şartlar yerine getirilmediği zaman (örneğin çok küçük basınçtaki bir gazda olduğu gibi) geçerliliğini kaybeder. Moleküller arasındaki ortalama uzaklık, göz önüne alınan problemdeki uygun en küçük uzunluk ile karşılaştırılarak değerlendirilebilir. Bu durum normal mühendislik çalışma sahasının iyice dışında olduğundan, konularımız içinde bir akışkanı sürekli bir nesne olarak ele alacağız. Gerçi, akışkanın küçük bir elemanını (veya parçacığı) varsaymak sık sık gerekli olmasına rağmen, bu parçacığın bir çok molekülü bulunduracak yeterli büyüklükte olduğu varsayılır.

Bir akışkanın özellikleri (kökeninde molekül olmakla beraber) sıcaklık, sıcaklık iletimi, basınç, viskozite (yapışkanlık) ve bunun gibilere uygulanan sürekliliğin sayesinde toplam etkiyi bulmak için uygun bir şekilde hesaba katılabilir. Hız, ivme gibi nicelikler ve akışkanın özellikleri, akışkandaki bir noktadan diğerine devamlı olarak değişmekte (veya sabit kalmakta) diye düşünülebilir.

1.1.3 "Akışkanlar Mekaniği" nin Tarihçesi

Akışkanlar mekaniği, genel mekaniğin temel ilkelerinin sıvılara ve gazlara uygulandığı bilim dalıdır. Bu ilkeler, maddenin sakımı (korunumu), enerjinin sakımı ve Newton'un hareket kanunlarıdır. Sıkıştırılabilir akışkanların incelenmesi için termodinamiğin bazı kanunlarından yararlanılır. Bu ilkelerin kullanılması sayesinde, yalnız incelenen olayları açıklamaya ve bağıntısını kurmaya değil aynı zamanda (en azından yaklaşık olarak) belirli durumlardaki akışkanların özelliklerini tahmin etmeye olanak bulabiliriz.

Asırlar önce, insanoğlu, suyu bir yerden diğer bir yere bir kabi doldurmadan ve taşımadan hareket ettirmeyi düşündüğünden beri akışkanlar mekaniği ile ilgilenmiştir. Bununla birlikte, yüz yıllardır bu konudaki

bilgi ancak basit gözlemlerden ve bitmek bilmeyen deneme ve yanılma işlemlerinden elde edilmiştir. Böylece, eski Yunanlılar ve Romalılar zamanından beri oldukça deneysel "hidrolik" konusu gelişmiştir. Geçmişteki böyle bir tecrübeye rağmen, incelenen olayları belirleyen temel ilkelerin tanınması kolay olmamıştır.

Yaklaşık 1750 yılından beri matematikçiler ve fizikçiler çoğu akış problemlerinin çözümlerini teorik olarak elde etmek için teşebbüse geçmişlerdir. Bu uğraşların çoğu yalnız daha fazla basitleştirici varsayımların tanıtılması ile mümkün olmuştur ve böylece sonuçlar, pratik problemlere bazen bir ilgi getirmiştir. Fiziksel dünyada bulunmayan "ideal" bir akışkana uygulanan çözümler, şimdi "klâsik hidrodinamik" olarak bilinen bir bilim dalını oluşturmaktadır. Bu ideal akışkanın, gerçek akışkanların bazı niteliklerini (özellikle viskoziteyi) içermemesine rağmen klâsik hidrodinamik tarafından verilen akışkanın özelliklerini tanımlayışı (ihmal edilen özelliklerin bir gerçek akışkanın özelliklerinde yalnız bir etkiye sahip olduğu şartlarda) tamamen değersiz değildir. Ayrıca, matematikçilerin görüşü; izlenen olayların sınırlı bir sahasında elde edilen sonuçların formülendirilmesi ve bu yüzden yalnız bu olay ve şartlara uygulanabilir olmasından ziyade mümkün olduğu kadar geniş bir uygulamanın sonuçlarını bulmak için uğraşmak övülmeye değer şeklinde olmuştur.

Basitleştirici bir özel varsayımın doğru olduğunu söylemek her zaman kolay değildir. Neticede, kuramsal (teorik) sonuçların deneysel doğrulanması daima istenir. Karşıt olarak, bazen deneysel sonuçların kendisi, varsayımların daha sonraki kuramsal çalışmada faydalı şekilde yapılmış olabileceğini belirtir. Modern akışkanlar mekaniği (aslında birçok mühendislik dallarının kurulduğu bilimlerden biridir) problemler için her iki kuramsal ve deneysel yaklaşımları bir araya getirir. Göreceğimiz konularda akışkan özelliklerinin bütün akılcı analizini belirten temel ilkeler ile uğraşacağız. Bu ilkelerin kesin olarak anlaşılması, daha ayrıntılı ve ileri çalışmaları anlayabilmek için gereklidir.

1.2 Akışkanların Özellikleri

Akışkanların özelliklerini açıklayan bazı terimlerin tanımlamaları na burada değinmek faydalı olabilir. Daha geniş açıklamalar ileride verilecektir.

Terim ve Tanımlama	Sembol	H,L,T olarak boyut formülü
--------------------	--------	----------------------------

Ortalama Yoğunluk: Belli miktardaki bir madde kütlelerinin bu miktarın kapsadığı hacme oranıdır. Bir maddenin bütün her yerinde ortalama yoğunluk aynı ise, yoğunluk üniform (değişmez şekilli) olacaktır denilir.

$$\bar{\rho} = \left[\frac{M}{L^3} \right]$$

Bir Noktada Yoğunluk : Düşünülen hacim sonsuz olarak azaltılırken ortalama yoğunluğun yöneldiği limit, başka bir deyişle $\lim_{V \rightarrow 0} m/V$ dir. Matematiksel bir tanımlama olarak bu tatmin edicidir. Bununla beraber, bütün madde gerçekte ayrı molekülleri kapsadığından, hacmi kesinlikle sıfıra düşürülmüş değildir ve önemli sayıda molekülü bulunduracağı yeterlikte bir büyüklüktedir. Neticede, hacim çok küçük bir miktara düşürülmüş olarak düşünülür. Böylece, süreklilik kavramı noktadaki yoğunluğun tanımlanmasında kesindir, açıklanmasına gerek yoktur.

Bağıl Yoğunluk : Bir maddenin yoğunluğunun standart bir yoğunluğa oranıdır. Bir katının veya sıvının yoğunluğu ile karşılaştırmak için seçilen standart yoğunluk her zaman 4°C'deki suyun yoğunluğudur. Bir gaz için, standart yoğunluk, hava veya hidrojenin yoğunluğu olabilir. Herşeye rağmen gazlar için bu terim az kullanışlıdır. Özgül ağırlık terimi bir katı veya sıvının bağıl yoğunluğu için de kullanılmıştır. Fakat "bağıl yoğunluk" daha çok tercih edilmiş olacaktır. Bağıl yoğunluk aynı çeşit iki büyüklüğün oranı olduğundan birimsiz bir sayıdır.

Ortalama Basınç Şiddeti : Bir akışkanda herhangi bir düzlem yüzeye uygulanan ortalama basınç şiddeti, yüzeye dik olan toplam kuvvetin yüzey alanına oranıdır.

$$\bar{p} = \left[\frac{M}{L T^2} \right]$$

Terim ve Tanımlama	Sembol	M,L,T olarak boyut formülü
--------------------	--------	----------------------------

Bir Noktadaki Basınç Şiddeti : Alan sonsuz olarak azaltılırken ortalama basınç şiddetinin aldığı limit değeridir (sürekliliğin sınırlandırılmasına yeniden konudur).

$$p = \left[\frac{M}{L T^2} \right]$$

1.2.1 Basınç

Bir akışkan daima basınca sahiptir. Birçok molekül çarpışmasının sonucunda, akışkanın herhangi bir parçası, çevredeki akışkan veya akışkanı bulunduran katı sınırlar (çeperler) tarafından akışkana uygulanan kuvvetleri hissetmelidir. Bu yüzden, şayet akışkan parçası bütününden bir hayali düzlem yüzey ile rastgele bölünürse, düzleme etkiyor gibi düşünülebilen kuvvetler olacaktır.

"Basınç şiddeti" terimi genellikle "basınç" şeklinde kısaltılır. Pratikte "basınç" ile "kuvvet" terimlerini aynı anlamda kullanmamaya dikkat etmelidir.

Basınç şiddeti doğrudan doğruya ölçülemez; ölçeceğini söyleyen bütün aygıtlar gerçekte bir basınç farkını belirtir. Bu fark, incelenen akışkan basıncı ile çevre atmosfer basıncı arasındaki farktır. Bu yüzden, atmosfer basıncı yoğunlukla referans veya başlangıç noktası (ölçme skalasının keyfi başlangıç noktasıdır) olarak kullanılır. Ölçme aygıtı ile okunan basınç farkı "göstergeç basıncı" diye adlandırılır. "Mutlak Basınç" (tam vakum basıncına göre düşünülen basınçtır) daha sonra; $p_{mut} = p_{gös} + p_{atm}$ ile verilir.

Atmosfer basıncı sabit değildir. Birçok mühendislik amaçları için atmosferik basıncın değişimi (ve bu yüzden verilen bir göstergeç basıncı için mutlak basıncın değişimi veya karşıt durumu) önemli değildir. Diğer durumlarda (özellikle gazların akışında) göstergeç basınçlarından ziyade mutlak basınçları düşünmek gerekir ve bu yüzden atmosfer basıncı bilgisi istenir.

Görüleceği üzere basınç (şiddeti) "kuvvet/alan" şeklinde tanımlanır ve boyut formülü ;

$$\left[F \right] / \left[L^2 \right] = \left[M L T^{-2} \right] / \left[L \right] = \left[M L^{-1} T^{-2} \right] \text{ olur.}$$

Kuvvet, yöne sahip olmasına rağmen basıncın yönü yoktur. Kuvvetin yönü, hayali düzlem yüzeyin yönünü de belirtir çünkü hayali düzlem yüzeyin yönü yüzeye dik bir doğrultunun yönü ile belirlenir. Burada, kuvvet ve yüzey aynı yöndedir ve denklem,

$$\vec{Kuvvet} = Basınc \times \vec{Düzlem Yüzeyin Alanı}$$

şeklinde skaler bir miktar olur. Basınc, olay içindeki noktada akışkanın bir özelliğidir. Benzer olarak, sıcaklık ve yoğunluk akışkanın özellikleridir ve örneğin "aşağı doğru sıcaklık" veya "aşağı doğru yoğunluk" gibi "aşağı doğru basınc" diye anlatmak kesin olarak mantığa aykırı düşer. Basıncın herhangi bir yönde veya doğrultuda etkiğini söylemek anlamsızdır çünkü basınc bir skaler miktardır.

Basınc için uygun birimler, N/m^2 , kg/m^2 , kg/cm^2 dir. Uluslararası anlaşmaya göre N/m^2 birimi "paskal" diye ("Pa" kısaltması ile) bilinir. Büyük basınçlar genellikle "atmosfer" (kısaltılmışı "atm") olarak ifade edilir. Daha hassas bir tanımlama için bir atmosfer $1,01325 \times 10^5$ Pa olarak alınır. 10^5 Pa'lık bir basınc 1 bar diye adlandırılır. Bu birimin binde biri "bir milibar (kısaltılmışı "mbar") olarak bilinir ve çoğunlukla meteoroloji alanında kullanılır.

Atmosfer basıncından daha küçük basınçlar için kullanılan birimler cıva vakum milimetreleridir. Bu birimler, olaya katılan basınc ile atmosfer basıncı arasındaki farkı düşey bir cıva sütununda belirtirler.

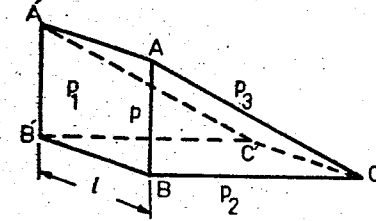
Kayma kuvvetleri yok ise, basınc kuvvetini taşıyan düzlemin yönü bir noktadaki basınc büyüklüğüne etkimez. Kayma kuvvetlerinin yok olması şartıyla (değişik akışkan parçacıkları arasında bağıl hareketin istenmediği bir durum) akışkan, özel bir yönde hızlanıyor bile olabilir.

P noktasını çevreleyen düzlem yüzey ile üçgen kesitli küçük bir prizmayı düşünelim. Şekil 1.1 prizmanın bir ABC yüzeyini ve ABC den l kadar dik bir uzaklıktaki A'B'C' paralel yüzeyi göstermektedir. ABB'A' dikdörtgen yüzeyi dik, BCC'B' yatay ve ACC'A' yüzeyi herhangi bir açıdadır diye kabul edilmiştir. Prizmanın içindeki akışkanın ortalama yoğunluğu ρ dur ve her bir yüzeydeki ortalama basınçlar sırasıyla p_1 , p_2 , ve p_3 dür.

Akışkanın parçacıkları arasında bağıl hareket yoksa, ABC ve A'B'C' yüzeylerindeki kuvvetler bu yüzeylere yalnız dik etkilirler. Sağa doğru net kuvvet yatay olarak (ABC düzlemine paralel şekilde) kuvvetlerin bileşen-

lerinden bulunur:

$$p_1 \overline{AB} - p_3 \overline{AC} l \cos A = (p_1 - p_3) \overline{AB} l ; \quad \overline{AC} \cos A = \overline{AB}$$



Şekil 1.1

Newton'un İkinci Kanununa göre bu net kuvvet akışkanın kütlesi ve o yöndeki ortalama ivmesinin (a_x diyelim) çarpımına eşittir:

$$(p_1 - p_3) \overline{AB} l = \frac{1}{2} \overline{BC} \overline{AB} l \rho a_x$$

buradan

$$p_1 - p_3 = \frac{1}{2} \overline{BC} \rho a_x \quad (1.1)$$

bulunur. Şayet prizma aşırı derecede küçük yapılırsa Denk.1.1 in sağ tarafı sıfıra gider ve böylece P noktasında,

$$p_1 = p_3 \quad (1.2)$$

olur. Prizmadaki akışkanın ağırlığı, kütlesinin g (yerçekimi ivmesi) katıdır ve de düşey olarak aşağıya doğru net kuvvet

$$\left[p_3 \overline{AC} l \cos C + \frac{1}{2} \overline{BC} \overline{AB} l \rho g - p_2 \overline{BC} l \right]$$

olur. Buradan, $\overline{AC} \cos C = \overline{BC}$ olduğuna göre

$$\left[p_3 \overline{AC} l \cos C + \frac{1}{2} \overline{BC} \overline{AB} l \rho g - p_2 \overline{BC} l \right] = \overline{BC} l \left(p_3 + \frac{1}{2} \overline{AB} \rho g - p_2 \right)$$

yazılır. Tekrar Newton'un İkinci Kanununa göre, bu net kuvvet akışkanın

kütlesi ve düşey olarak aşağıya doğru olan ortalama ivmesinin (a_y diyelim) çarpımına eşit olur :

$$\overline{BC} \ell (p_3 + \frac{1}{2} \overline{AB} \rho g - p_2) = \frac{1}{2} \overline{BC} \overline{AB} \ell \rho a_y$$

veya $\overline{BC} \ell$ ile bölerek ve düzenleyerek,

$$p_3 - p_2 = \frac{1}{2} \overline{AB} \rho (a_y - g) \text{ olur.}$$

Şayet prizmanın boyu $\overline{AB} \rightarrow 0$ şeklinde düşünülürse, P noktasında

$$p_3 = p_2 \quad (1.3)$$

bulunur. Böylece, Denk. 1.2 ve 1.3 birleştirilirse

$$p_1 = p_2 = p_3 \quad (1.4)$$

sonucu ortaya çıkar.

ACC'A' yüzeyinin yönünün belirtilmediğini hatırlamalıyız ve bu yüzden sonuç ACB açısının herhangi bir değeri için geçerlidir. Bundan başka, AA'B'B düzlemi çevredeki herhangi bir nokta ile karşı karşıya olabilir ve bu yüzden basınç şiddeti, kendisini tanımlamaya kullanılan alan yönünden tamamen bağımsızdır. Bu kanun sonradan "Paskal Kanunu" olarak bilinmiştir. Diğer bir anlatımla, kapalı bir kap içindeki akışkan, yüzeyleri A_1 ve A_2 ($A_1 > A_2$) olan iki pistonla F_1 ve F_2 kuvvetleri etkisinde dengede ise (Şek.1.2) iş denkleminde,

$$F_1 \ell_1 - F_2 \ell_2 = 0$$

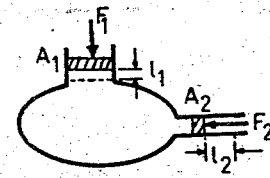
yazılır. Buradan

$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{F_2}{F_1}, \quad \ell_1 \cdot A_1 = \ell_2 \cdot A_2$$

ve neticede

$$F_1 \cdot A_2 = F_2 \cdot A_1$$

bulunur.



Şekil 1.2

Şek.1.1 deki prizma çok küçük yapılsa bile çok sayıda molekülü bulundurduğundan sürekli olacaktır ve şayet hareket ediyorsa komşu parçacıklar arasında bağıl hareket olmayacaktır diye düşünülür.

Akışkandaki komşu katmanlar arasında bağıl hareket var ise kayma kuvvetleri ortaya çıkar ve daha sonra Denk. 1.4 genellikle doğru değildir. Bununla birlikte, böyle şartlardaki bir noktada basınç olarak tanımlanan nicelik, üç karşılıklı dikey düzlem üzerindeki birim alana gelen dikey kuvvetin ortalaması olarak alınır. Herhangi bir anda birim alana gelen dikey kuvvetler genellikle birim alana gelen kayma kuvvetlerinden büyük-tür ve böyle bile olsa Paskal Kanunu gerçeklerden uzak değildir.

1.2.2 Buhar (Buharlaşma) Basıncı

Bütün sıvılar buharlaşmaya eğilim gösterirler. Sıvı dışındaki serbest yüzeyde moleküllerin sürekli olarak hareket etmesi buharlaşmanın nedenidir. Bu moleküllerin bir kısmı sıvıya döner ve böylece gerçekte sıvı ve üzerindeki ortam arasında molekül değişimi olur. Şayet yüzeyin üzerindeki ortam kapatılırsa, ortamdaki sıvı moleküllerinin sayısı (sıvı miktarı yeterli ise) sıvıdan ayrılan moleküllerin oranı ile sıvıya dönen moleküllerin oranı dengeleninceye kadar artar.

Hemen sıvı yüzeyi üzerinde, sıvıya dönen moleküller buharın kısmi basıncı diye bilinen bir basıncı oluştururlar. Bu kısmi basınç ve sıvının üzerindeki diğer gazların kısmi basınçları hep birlikte ortamdaki toplam basıncı oluştururlar. Sıvıyı terkeden moleküller, buharlaşma basıncının (yüzeyi terkeden moleküllere eşit büyüklük) artmasına neden olur. Buhar basıncı, yüzey üzerindeki buharın kısmi basıncına eşit olduğu zaman, moleküllerin sıvıyı terkettiği ve sıvıya girdiği oranlar aynıdır ve yüzey üzerindeki gazın böylece buhar ile doymuş olacağı söylenir. Bu durumdaki buhar basıncının değeri "doyma basıncı" adını alır.

Moleküllerin hızının ve neticesinde moleküllerin sıvı yüzeyinden ayrılma yeteneğinin sıcaklıkla artması nedeniyle buhar basıncı da artar. Şayet sıvı üzerindeki gazın toplam basıncı doyma basıncından daha az olursa moleküller, sıvıdan çok hızlı ayrılır ve bu olay "kaynama" olarak bilinir. Buhar kabarcıkları sıvıda kendi kendine meydana gelir ve yüzeye yükselirler. Saf suyun 100°C deki doyma basıncı yaklaşık olarak 10⁵Pa olup,

deniz seviyesindeki toplam atmosfer basıncına eşittir ve bu yüzden atmosferik basınca konu olan su 100°C de kaynar. Bununla birlikte, şayet sıvıyı etkisi altında tutan dış basınç daha düşük olursa, kaynama, doyma basıncının daha düşük bir değerinde, başka bir deyişle, daha düşük bir sıcaklıkta başlar. Neticede, şayet basınç oda sıcaklığındaki doyma buharı basıncı değerine düşürülürse su oda sıcaklığında bile kaynar.

Bir sıvı çözülmüş (erimiş) gazlar bulundursa kaynamaya çok benzeyen etkiler oluşur. Sıvı basıncı yeterince düşürüldüğünde, erimiş gazlar kabarcıklar şeklinde serbest kalır. Bu yüzden, daha küçük bir basınç azalması, sıvının kaynamasından başka erimiş gazların serbest bırakılması için gerekir. Bundan sonra görülen basınç artması, buhar veya diğer gaz kabarcıklarının çökmesine neden olabilir ve neticesinde çok yüksek darbe kuvvetleri meydana gelebilir. Bu olay "kavitasyon" olarak bilinir ve akım makinalarında ciddi sonuçlara neden olur.

Bazı sıvıların doyma buharı basınçları ve suyun doyma buharı basıncının sıcaklığa göre değişimi sırasıyla Tablo 1.1 ve 1.2 de gösterilmiştir.

Tablo 1.1

20°C de Doyma Buharı Basınçları	
	Pa
Cıva	0,16
Su	2340
Kerosen	3300
Etil Alkol	5900
Benzen	10000
Metil alkol	12500
Benzin	30400

Tablo 1.1 den görüleceği üzere barometrede kullanılan cıvayı değerli yapan yalnız cıvanın yüksek yoğunluğu değildir. Aynı zamanda cıvanın buhar basıncı çok düşük olup sıvı sütunun üzerinde daima tam bir vakum oluşturur. Öteyandan benzin gibi bir sıvının aynı sıcaklıktaki sudan çok daha çabuk buharlaşacağı görülebilir.

Tablo.1.2

Suyun Doyma Buharı Basıncı	
Sıcaklık (°C)	Doyma Buharı Basıncı (Pa)
0	615
10	1230
20	2340
40	7400
60	20000
80	47400
100	101500

1.3 İdeal Gaz : Durum (Hal) Denklemi

Bir ideal gazın varsayılan özellikleri çoğu şartlarda gerçek gazların özelliklerine çok benzemesine rağmen hiçbir gerçek gaz "ideal" değildir. İdeal bir gazın molekülleri, rastgele hareket eden tam elastik küçük kürelerin özelliklerine sahip olacak ve yalnız çarpıştıkları anda birbirini etkileyecektir. Moleküllerin toplam hacmi hareket ettikleri ortam ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilecek ölçüde olacaktır. Bu hipotezlerin yardımıyla gazların kinetik teorisinin denge şartları, p mutlak basıncının, m kütlesinin kapsadığı V hacminin ve T mutlak sıcaklığının

$$pV = n R T$$

$$\text{veya } p = \frac{n}{V} R T \quad (1.5)$$

şeklinde ifade edileceğini belirtir. Burada p yoğunluğu, R ilgili gaza bağlı olan "gaz sabiti" değerini göstermektedir. p, V ve T yi ilgilendiren herhangi bir denklem "durum denklemi" diye bilinir ve bu yüzden Denk. 1.5 "bir ideal gazın durum denklemi" adını alır. Çoğu gazlar (şayet sıcaklık ve basınçlarda, sıvı fazı ve çözünmeden iyice uzakta ise) bu bağıntıya yakinen uyar. Neticede çoğu gazların basınç, yoğunluk ve mutlak sıcaklığı iyi bir yaklaşımla Denk. 1.5 ile ilgili olur. Örneğin, normal sıcaklık ve basınçtaki hava, denklem ile yakinen uyum gösterir. Fakat sıvılaşmaya yakın gazlar (genellikle buharlar olarak adlandırılır) bir ideal gaz özelliğinden belirli şekilde ayrılır. Bu yüzden, Denk. 1.5, soğutma sistemlerinde kullanılan aşırı derecede ısıtılmış su buharı ve buharlar gibi

maddelere uygulanmaz. Böyle maddeler için, basınç, sıcaklık ve yoğunluğun yerini tutan değerler tablolar veya çizelgelerden elde edilir. $p / \rho T = R$ = sabit ile verilen bir gazın "sıcaklık açısından ideal" olacağı söylenilir. Durum denkleminin (yalnız akışkanın mekanik dengede ve ne ısı veriyor ne de ısı alıyor olduğu zaman değil) akışkanın mekanik veya sıcaklığa ait dengede olmadığı zaman da geçerli olduğu genellikle kabul edilir. Bu varsayımın doğru olduğu söylenebilir çünkü varsayım hakkında bulunan sonuçların deneysel sonuçlarla uyum içinde olduğu görülmektedir.

R nin Denk. 1.5 ile $p/\rho T$ olarak tanımlandığı not edilmelidir. R nin boyut formülü,

$$\left[\frac{F}{L^2} \right] / \left[\frac{M \theta}{L^3} \right] = \left[\frac{F L}{M \theta} \right]$$

olur. Burada F kuvvet ve θ sıcaklık için boyut sembolüdür. Hava için R nin değeri 287 j/kg K dir.

Verilen bir sıcaklık ve basınç için Denk. 1.5, $p R$ = sabit olduğunu belirtir. Avogadro hipotezine göre, aynı sıcaklık ve basıncıdaki bütün saf gazlar birim hacim için aynı sayıda moleküle sahiptir. Yoğunluk, bireysel bir molekülün kütlesiyle orantılıdır ve böylece R ve M "molekül ağırlığı"nın çarpımı bütün ideal gazlar için sabittir. Bu çarpım (MR), R_0 "Üniversal gaz sabiti" olarak bilinir. Gerçek gazlar için R_0 tam anlamıyla sabit değildir fakat bir-atomlu ve iki-atomlu gazlar için R_0 in değişimi azdır. Şayet M molekül kütlesinin normal bir hidrojen atomu kütlesine oranı ise, $MR = 8314 \text{ j/Kg K}$ dir.

Sabit hacimdeki özgül ısı kapasitesi (c_v) sabit olan bir gazın "kalori açısından ideal" olacağı söylenilir. Kullanılan "ideal gaz" terimi genellikle hem sıcaklık hem de kalori açısından ideal olan bir gaza aittir.

1.3.1 Durum Değişimleri

Bir yoğunluk değişimi hem basınç değişimi ve hemde sıcaklık değişimi ile elde edilebilir. Sıcaklığın sabit tutulduğu bir proses (işlem) "izotermal" olarak bilinir. Diğer taraftan, sıcaklık değiştirilirken basınç sabit tutulabilir. Heriki şekilde de açıklanan şartları sağlayabilmek için gaza (veya gazdan) bir ısı iletimi olmalıdır. Şayet yoğunluk değişimi gaza (veya gazdan) ısı iletimi olmadan oluşuyorsa işlemin "adyabatik" olacağı söylenilir. Ayrıca gaz içinde hiç ısı üretilmiyorsa (örneğin sürtünme ile) ideal bir

gazın mutlak basınç ve yoğunluğu arasındaki ifade

$$p / \rho^\gamma = \text{sabit} \quad (1.6)$$

şeklinde. Burada $\gamma = c_p / c_v$ ve c_p ve c_v sırasıyla sabit basınç ve hacimdeki özgül ısı kapasiteleridir. Sıcaklık ve basıncın olağan sahalarının hava ve diğer iki-atomlu gazlarda $\gamma = 1,4$ dir. Daha genel olarak, değişim uygun bir yaklaşımda p / ρ^n bağıntısı ile açıklanabilir. Burada n pozitif bir sabittir.

1.4 Sıkıştırılabilirlik (sıkışma)

Bütün maddeler, bir dereceye kadar sıkıştırılabilir. Başka bir deyişle, belirli bir madde miktarına uygulanan sıkıştırıcı kuvvetteki bir değişim madde hacminde daima bir değişim meydana getirir. Sıkıştırma boyunca fazını değiştirmeyen (örneğin sıvıdan katiya gibi) özel bir maddenin hacmindeki orantılı değişim doğrudan doğruya sıkıştırıcı kuvvetteki değişimle ilgilidir. Bir maddenin sıkışabilirlik derecesi

$$K = - \frac{\Delta p}{\Delta V / V} \quad (1.7)$$

denklemleri ile tanımlanan "hacımsal sıkışma modülü" (K) yardımıyla belirlenir. Burada Δp maddeye uygulanan basıncıdaki küçük bir artmayı ve $\Delta V / V$ ilk hacimdeki değişimi göstermektedir. Basıncıdaki yükselme hacimde daima bir azalmaya neden olduğundan ΔV daima negatiftir ve eksi işareti K'nın pozitif değerini vermek için denkleme eklenir. $\Delta V / V$ basit olarak iki hacmin oranı olduğundan boyutsuzdur ve böylece K basınç gibi aynı boyut formülüne sahiptir. Limitte, $\Delta p \rightarrow 0$ giderken, Denk. 1.7 $K = - V (\partial p / \partial V)$ olur. Yoğunluk (ρ), kütle/hacim = m / V ile verildiğinden

$$dp = d(m/V) = - \frac{m}{V^2} dV = - \rho \frac{dV}{V} \quad (1.8)$$

ve de $K = \rho (\partial p / \partial \rho)$ şeklinde yazılabilir. Hacımsal sıkışma modülünün karşılığı bazen "sıkıştırılabilirlik" olarak bilinmektedir.

Hacımsal sıkışma modülünün değeri (K), sıkıştırmanın yer aldığı şartlarda basınç ve yoğunluk arasındaki bağıntıya bağlıdır. İki şart kümesi özellikle önemlidir. Sıcaklık sabit tutulurken sıkıştırma olursa K değeri "izotermal hacımsal modül" dür. Üte yandan, şayet sıkıştırma esnasın-

da akışkana hiç ısı verilmemiş veya akışkandan alınmamışsa ve sürtünme yok ise K'nın değeri "izantropik hacımsal modülü" dür. İzantropik hacımsal modülün izotermal hacımsal modüle oranı $\gamma (= c_p/c_v)$ dir. Sıvılar için γ değeri pratik olarak birdir ($\gamma = 1$) ve bu yüzden izantropik ve izotermal hacımsal modülleri daima benzerdir.

Sıvıların hacımsal modülü çok büyüktür ve böylece basınç artması ile yoğunluğun değişimi (en büyük basınç değişimleri yapılsa bile) çok küçüktür. Netice olarak, sıvı yoğunluğunun sabit olduğu düşünülebilir ve sıvılarla ilgili problemlerin analizi basitleşir. Basınç değişimlerinin çok büyük veya ansızın olduğu durumlarda (su darbesinde olduğu gibi) sıvıların sıkışabilme etkisi hesaba katılmalıdır.

Bir sıvı sıkıştırılırken, molekülleri birlikte daha yakın olur ve daha sonra yapılacak sıkıştırmaya direnci artar, başka bir deyişle K artar. Örneğin, suyun hacımsal modülü, basınç 1 atm den 3500 atm'e yükseltilirse, yaklaşık iki kat olur. Ayrıca sıcaklık artarken K değeri azalır.

Sıvılarda görülen durumun aksine, gazlar kolaylıkla sıkışabilir. Bununla birlikte, "hacımsal sıkışma modülü" terimi bir gaz için arasıra kullanılır çünkü $\rho(\partial p/\partial \rho)$ miktarı genellikle doğrudan doğruya basınç ile orantılıdır ve K yaklaşık olarak sabit olur diye düşünülemez.

Gazların yalnız çok düşük yoğunluk değişimlerine uğradığı yerlerde (örneğin, havalandırma sistemlerinde olduğu gibi) sıkıştırılabilme etkileri gözönüne alınmayabilir. Bununla beraber, gaz ve katı bir cisim arasındaki bağıl hız, ses hızının gazda yayıldığı hıza yaklaştığı zaman bu etkiler önem gösterir. Sıkıştırılamaz bir akışkanın akışında kullanılan bağıntılar sıkıştırılabilir akışkanların akışına uygulanırsa bazı çok önemli hatalar ortaya çıkacaktır.

ÖRNEK PROBLEM 1.1

Bir akışkanda, birim sıkışma $\epsilon = -\Delta V/V$ ve elastik sıkışma kanunu ile tanımlandığında : $\Delta p = K\epsilon$

a) $K = \text{sabit}$ varsayımı ile, ilk değerleri V_0, ρ_0 ve p_0 olan bir sıvı kütlelerinin sıkışma sonunda V_1, ρ_1 ve p_1 değerlerini aldığını ve kütlelenin sakımı ilkesini gözönünde tutarak, yoğunluk değişiminin $p_1 - p_0 = K \ln(\rho_1/\rho_0)$ bağıntısı ile verileceğini gösteriniz.

b) $K \neq \text{sabit}$ olan gazlar için, izoterm sıkışma ($V.p = \text{sabit}$) ve adyabatik ve tersinir sıkışma ($\rho.V^\gamma = \text{sabit}$, $\gamma = c_p/c_v$) hallerinde K değeri

lerinin sırasıyla $K = p$ ve $K = p c_p/c_v$ olacağını gösteriniz.

ÇÖZÜM

a) Kütlelenin sakımı ilkesinden : $V \cdot \rho = \text{sabit}$. İki tarafın diferansiyeli alınır

$$\rho dV + V d\rho = 0, \quad -\frac{dV}{V} = \frac{d\rho}{\rho}$$

$$\text{Sıkışma kanununa göre} \quad -\frac{dV}{V} = \frac{d\rho}{K}$$

$$\text{olduğundan} \quad \frac{d\rho}{\rho} = \frac{d\rho}{K}$$

yazılır. İntegral alınır

$$\int_{\rho_0}^{\rho_1} \frac{d\rho}{\rho} = \int_{p_0}^{p_1} \frac{d\rho}{K}$$

$$\text{bulunur.} \quad p_1 - p_0 = K \ln \frac{\rho_1}{\rho_0}$$

b) $V.p = \text{sabit}$

$$p dV + V dp = 0$$

$$-\frac{dV}{V} = \frac{dp}{p}, \quad -\frac{dV}{V} = \frac{dp}{K}$$

Neticede $K = p$ olur.

$$p.V^\gamma = \text{sabit}$$

$$p.V^{\gamma-1} dV + V^\gamma dp = 0$$

$$p.V^{\gamma-1} dV - V^\gamma K \frac{dV}{V} = 0$$

$$V^{\gamma-1} dV [p.V - K] = 0$$

$$K = p.V = p c_p/c_v \quad \text{bulunur.}$$

1.5 Viskozite (Yapışkanlık)

Bütün gerçek akışkanlar, bir katmanın diğer bir katman üzerinde hareket etmesine neden olacak şekilde uygulanan herhangi bir kuvvete

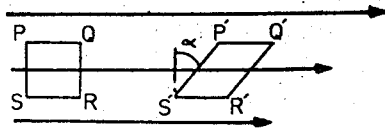
karşı koymasına rağmen, karşı direnç yalnız hareket yer alıyorken ortaya çıkar. Böylece, dış kuvvet kaldırıldığı zaman, akış, karşı koyan kuvvetler nedeniyle yavaşlar, fakat akış durduğu zaman akışkan parçacıkları ulaştıkları pozisyonlarda (konumlarda) kalır ve ilk (başlangıç) konumlarına dönme eğilimine sahip değildirler. Bir akışkan katmanının bitişik (komşu) katman üzerindeki hareketine karşı olan bu direnç, akışkanın yapışkanlığı nedeniyle. Katmanlar arasındaki bağıl hareket kayma kuvvetlerini (yani, etkidikleri yüzeyler üzerine paralel kuvvetleri) gerektirdiğinden, direnç kuvvetleri tamamen ters yönlerde olur. Neticede, bu direnç kuvvetlerinin yüzeylere paralel olduğu anlaşılır.

Deneyler göstermiştir ki karşı koyan kuvvetler (yapışkan olan) yalnız dış şartlara değil aynı zamanda akışkanın kendisine de bağlıdır. Bazı özel şartlarda, bir akışkan akışa karşı başka bir akışkandan daha büyük direnç gösterebilir. Katran, şeker pekmezi ve gliserin gibi sıvılar kolaylıkla dökülemez ve karıştırılmaz ve bunlar "kalın sıvılar" olarak nitelendirilir. Diğer taraftan, "ince sıvılar" diye adlandırılan su, petrol ve parafin gibi sıvılar çok daha kolay şekilde akar.

Sıvılar gibi gazlar da (gazların yapışkanlığı daha az belirgin olmasına rağmen) yapışkanlığa sahiptir.

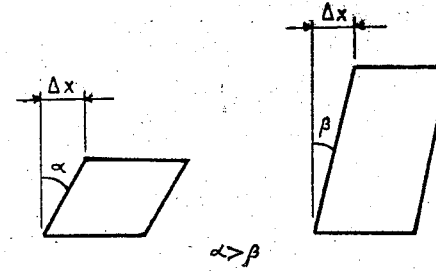
1.5.1 Viskozitenin Nicel (Kantitatif) Tanımlaması

Şekil 1.3 de gösterildiği gibi akışkan hareketini düşünelim. Bütün parçacıklar aynı yönde fakat akışkanın değişik katmanları, değişik hızlarla hareket ediyor olsun (şekilde ok uzunlukları ile belirtildiği gibi), Böylece, bir katman diğerine göre bağıl olarak hareket eder. Şayet akışkanın yeterince küçük bir parçası düşünülürse, katmanların paralel hareketleri dümdüz doğrultuda olacak diye kabul edilebilir. Akışkanın özel küçük bir parçası böyle hareket ederken başlangıçtaki dikdörtgen şeklinden $P'Q'R'S'$ şekline deforme olacaktır. Burada, $P'Q'$ nün $S'R'$ ne göre bağıl yer değiştirmesi değil; fakat α açısı çok önemlidir.



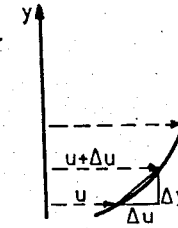
Şekil 1.3

Diğer bir şekilde (Şekil 1.4) düşünülen parçanın üst ve alt tarafları arasındaki bağıl hareketi her bir durumda aynıdır. Buna rağmen, sağdaki şekilde görülen deformasyon açısı (β) soldaki şekilde görülen deformasyon açısından (α) daha küçüktür. Doğrusal yer değiştirme, PQ ve SR düzlemleri arasındaki hız farkına bağlıdır fakat açısal yer değiştirme düzlemler arasındaki uzaklığı da bağlıdır. Bu nedenle önemli olan faktör hız gradyanıdır. Başka bir deyişle, hızın, akışın bir tarafından diğer tarafına olan uzaklığı ile değiştiği değerdir.



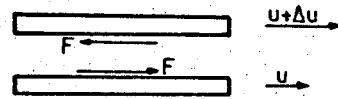
Şekil 1.4

u hızının, bilinen bir referans düzleminden ölçülen y uzaklığı ile Şekil 1.5 de gösterilen tarzda değiştiğini varsayalım (böyle bir eğriye hız profili adı verilir). Hız gradyanı $\Delta u/\Delta y$ veya limitte $\Delta y \rightarrow 0$ iken $\partial u/\partial y$ ile verilir. Burada $\partial u/\partial y$ nin kısmi türevi kullanılmıştır çünkü hız genellikle diğer şartlarda da değişir. Bizi ilgilendiren yalnız y yönündeki hız gradyanıdır.



Şekil 1.5

Şekil 1.6 akışkanın iki bitişik (yakın) katmanını gösterebilir. Burada, açıklık kazandırmak için katmanlar hafifçe ayrılmış olarak gösterilmiştir. Daha hızlı olduğu düşünülen üst katman, alt katman üzerindeki bir F kuvvetinin sayesinde alt katmanı kendisi ile birlikte çekmeye eğilim gösterir. Aynı zamanda, alt katman (Newton'un Üçüncü Kanununa göre) üst katman üzerine etkiyen eşit ve ters bir kuvvet ile durdurmaya eğilim gösterir. Şayet F kuvveti bir A temas alanı üzerine etkirse τ gerilmesi F / A ile verilir.



Şekil 1.6

Bir akışkanın dümdüz ve paralel hareketinde "iki yakın katman arasındaki teğetsel gerilme katmanlara dik yöndeki bir hız gradyanı ile orantılıdır" şeklindeki bir öneriyi Newton (1642-1727) yapmış ve aşağıdaki gibi bir formül kullanmıştır :

$$\tau = F / A \approx \partial u / \partial y$$

veya

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.9)$$

Burada, μ belirli sıcaklıktaki bir akışkan için bir sabittir. Bu katsayı "viskozite katsayısı" veya daha basitçe "akışkanın viskozitesi" olarak bilinir. Aynı zamanda bu μ katsayısı "mutlak" veya kuvveti bulundurduğundan "dinamik" viskozite diye adlandırılır ve böylece "kinematik viskozite" den ayrılır. Denklem 1.9, dümdüz ve paralel bir akış için geçerlidir. Çünkü yalnız bu şartlar altında Δu hız artması, akışkanın bir katmanının diğeri üzerinde kaydığı oranı tam anlamıyla gösterir.

Görüleceği üzere Denk.1.9 hız gradyanı ile bir noktadaki gerilmeyi ilgilendirmektedir. Düşünülen hız değişimi son derece küçük bir mesafede olmakta ve gerilme son derece küçük bir alan üzerine etkiyen

kuvvet tarafından verilmektedir. Bu yüzden, Δu nun daha büyük bir Δy sonlu aralığında oluşan hız değişimini gösterdiği $\tau = \mu \Delta u / \Delta y$ bağıntısı muhakkak doğru değildir.

Dümdüz ve paralel akışa sınırlamayı kaldırmak için, "akışkanın yakın katmanları arasındaki bağıl hareket oranı" Δu yerine ve "kayma oranı veya deformasyon hızı" hız gradyanı yerine kullanılır. Şayet açısal hız var ise, kayma oranı hız gradyanı ile muhakkak eşdeğer değildir ve genellikle kayma oranı hız gradyanının bir kısmını gösterir. Bu değişiklik ile Denk. 1.9 viskoziteyi, bir akış içinde herhangi bir noktadaki kayma gerilmesinin, gerilmenin etkidiği yüzeye dik yönde bulunan noktadaki kayma oranına bölümü olarak tanımlamak için kullanılabilir.

Viskozite (μ) akışkanın bir özelliğidir ve bir skaler nicelikler. Denk. 1.9 daki diğer terimler vektörel niceliklerdir ve yönlerini söylemek gerekir. Yüzey y koordinatına diktir veya diğer deyimle $x - z$ düzlemine paraleldir. Üte yandan F kuvvetinin etki çizgisi (doğrultusu) u hız elemanına paraleldir.

Şayet u hızı y ile artarsa, $\partial u / \partial y$ pozitif olacak ve Denk.1.9 nun bir pozitif değerini verecektir. Basitlik amacıyla kuvvet veya gerilmenin pozitif anlamı, hızın pozitif anlamında olduğu gibi aynen tanımlanır. Böylece, tekrar Şekil 1.6 ya bakılırsa denklem tarafından verilen τ değeri alt katmana etkiyen gerilmeye eşit olur. Başka bir deyişle, hız ve gerilme, kendilerine paralel koordinatın artma yönünde pozitif olarak düşünülür ve denklem ile verilen gerilme, dik koordinatın (y koordinatı) arttığı yönle karşı karşıya bulunan yüzey üzerine etkir.

Birçok akışkan için, viskozite büyüklüğü kayma hızından bağımsızdır ve viskozite sıcaklık ile önemli ölçüde değişebilmesine rağmen belirli bir akışkan ve sıcaklık için bir sabit olarak düşünülebilir.

Denk. 1.9 dan görüleceği üzere μ nün büyüklüğü ne olursa olsun komşu katmanlar arasında bağıl hareket yok ise gerilme sıfırdır. Bundan başka, denklemden açıkça görülür ki $\partial u / \partial y$ hiç bir yerde sonsuz olmamalıdır. Çünkü böyle bir değer sonsuz bir gerilmeye neden olacaktır. Bu ise fiziksel açıdan olanaksızdır. Şayet hız, akışın bir tarafından diğer tarafına değişiyorsa, bu değişme sürekli olmalı ve akışkanın komşu elemanları arasındaki ani hareketler nedeniyle değişmemelidir. Bu sürekli değişim durumu katı bir sınırda (çeperde) da görülmelidir. Çeper ile hemen temastaki akışkan, çepere göre hareket etmez çünkü hareket ani bir değişim oluşturmaz. Akışkan, yüzeyden bir bütün halinde geçip kayamaz

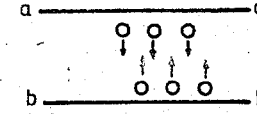
çünkü yüzey ne kadar pürüzsüz olursa olsun yüzeyin kaçınılmaz düzgünsüzlükleri akışkanın molekülleri ile karşılaştırıldığında büyüktür. Böylece akışkanın bir kısmı yüzey üzerindeki çukurlar içinde tutulur. Akışkan molekülleri, katı yüzey üzerindeki emme (içe çekme) nedeniyle tutulabilir. Bir yapışkan akışkanda, katı çeperlerde "kayma" olmaması daima istenen bir durumdur.

Görüleceği gibi, bir akışkandaki viskozite katsayısı ve bir katındaki elâstik kayma modülü arasında tam bir benzerlik vardır. Bununla birlikte, bir katı, yalnız kaymaya karşı iç direnç ile kaymaya neden olan dış kuvvet arasında denge oluşuncaya kadar şeklini bozmaya devam eder. Halbuki bir akışkan, dış kuvvet etkide kaldıkça sonsuz olarak şeklini bozmaya devam eder. Bir akışkanda, kuvvet dengesi için değer birimini (kriter) sağlayan şekil değişiminin (deformasyon) kendisi değil; şekil değişimi oranıdır. (Şekil değişimi oranına şekil değişimi hızı da denir).

Bir akışkanın komşu katmanları arasındaki bağıl hareketi sağlamak için, iş, viskoz direnç kuvvetlerine karşı sürekli olarak yapılmalıdır. Başka bir deyişle, enerji sürekli olarak sağlanmalıdır. Bir akışkan akar-ken, viskoz kuvvetleri yenmek için kullanılan genellikle "akışkan sürtünmesi" diye bilinen bir mekanik enerji kaybı vardır. Enerji ısı şeklin- de kayıp olur ve pratik amaçlar için bu genellikle kayıp olarak düşünülür. Bazı durumlarda "akışkan sürtünmesi" ni yenmek için gereken enerji önemli hatalar olmaksızın ihmal edilebilir. Diğer durumlarda, bu enerji ihmal edilmeyebilir fakat bir olaya (problem) viskozite girdiğinde durum genellikle öyle karmaşıktır ki bir çözüm viskozite etkileri önce ihmal edilince mümkündür ve daha sonra toplam bir düzeltme elde edilen sonuçlara uygulanır.

1.5.2 Viskozitenin Nedenleri

Viskozitenin mümkün olan bir nedeni olarak moleküller arasındaki çekim kuvvetlerini düşünebiliriz. Ancak, bazı başka açıklamalar da vardır çünkü gazlar, moleküllerin önemli iç molekülsel kuvvetin olmadığı uzaklıkta olmasına rağmen, asla ihmal edilemeyecek büyüklükte viskoziteye sahiptirler. Bilineceği gibi, bir akışkanın bireysel molekülleri sürekli olarak hareketlidir. Bu hareket akışkanın değişik katmanları arasında bir moment değişim işlemini mümkün kılar. Şekil 1.7 deki dümdüz ve paralel bir akışı düşünelim. Burada bir "aa" katmanı, bir "bb" komşu katmanından çok daha hızlı hareket ediyor olsun.



Şekil 1.7

"aa" katmanından bazı moleküller, devamlı termal çalkışmaları sırasında, "aa" katmanının toplam hızının bir neticesi olarak sahip oldukları momentumu kendileriyle birlikte alarak "bb" katmanına geç ederler. "bb" katmanında bulunan diğer moleküller ile "çarpışmalar" neticesinde, bu momentum "bb" de bulunanlar arasında paylaşılır ve böylece "bb" katmanı bir bütün olarak hızlanır. Benzer şekilde daha yavaş "bb" katmanından moleküller, "aa" katmanına geçer ve "aa" katmanını yavaşlatmaya eğilim gösterir. Bu şekilde her bir molekülün göçü, katmanlar arasındaki hız farklarına karşı koymak için hızlanma veya yavaşlama kuvvetlerine neden olur.

Gazlarda, moleküllerin bu iç değişimi viskozitenin asıl nedenini oluşturur ve gazların kinetik teorisi (bu teori moleküllerin rastgele hareketleri ile uğraşır) deneysel gözlemler neticesinde ortaya çıkan ön bulgulara dayanır : Öyle ki; a) bir gazın viskozitesi basıncından bağımsızdır (çok yüksek veya çok alçak basınçlarda hariç) b) molekülün hareketi bir sıcaklık yükselmesi ile arttığından, viskozite de bir sıcaklık yükselmesi ile artar.

Sıvılarda da momentum değişim işlemi oluşmasına rağmen, sıvı molekülleri arasında sezilebilir kuvvetlerin olmasına neden bir sıvının moleküllerinin yeterince yakınlığıdır. Bir sıvıdaki katmanların bağıl hareketi, iç-molekülsel kuvvetleri değiştirir ve böylece bağıl harekete direnç gösteren net bir kayma kuvvetine neden olur. İç-molekülsel kuvvetlerin değişmeye uğradığı yol halen bir tartışma konusudur. Bütün olaylarda, bir sıvının viskozitesi her biri sıcaklığa bağlı olan iki yöntemin sonucudur. Bu yüzden, viskozitenin sıcaklık ile değişimi bir gaz için olandan çok daha karmaşıktır. Hemen hemen bütün sıvıların viskozitesi sıcaklık yükselmesi ile azalır; fakat azalma hızı düşer. Çok yüksek basınçlardaki durum hariç bir sıvının viskozitesi basınca bağlı değildir.

Bazı akışkanlarda viskozitenin sıcaklık ile değişimi Şekil 1.8 de gösterildiği gibidir.

1.5.3 Viskozitenin Boyut Formülü ve Birimleri

Viskozite, bir kayma gerilmesinin bir hız gradyanına oranı olarak tanımlanır. Gerilme, bir kuvvetin üzerinde etkidiği alana oranı olarak tanımlandığından boyut formülü $[F/L^2]$ dir. Hız gradyanı, hız artmasının artmanın olduğu bir yandan diğer yana olan uzaklığa oranı şeklinde tanımlanır. Böylece boyut formülü

$$[L / T] / [L] \equiv [1 / T]$$

olur. Neticede, viskozitenin boyut denklemi

$$[F / L^2] / [1 / T] \equiv [F T / L^2]$$

şeklinde. $[F] \equiv [M L / T^2]$ olduğundan, bağıntı $[M / L T]$ ye eşdeğerdir. En son şekil boyut analizinde genellikle daha uygun olmasına rağmen, $[F]$ i bulunduran şekli, viskozitenin birimlerini tanımlamada daha yararlıdır.

C G S birim sisteminde (dyne kuvvet birimi, santimetre uzunluk birimi ve saniye zaman birimidir) viskozitenin birimi saniye dyne / cm^2 dir. Bu, "poise" (kısaltılmışı P) diye adlandırılır.

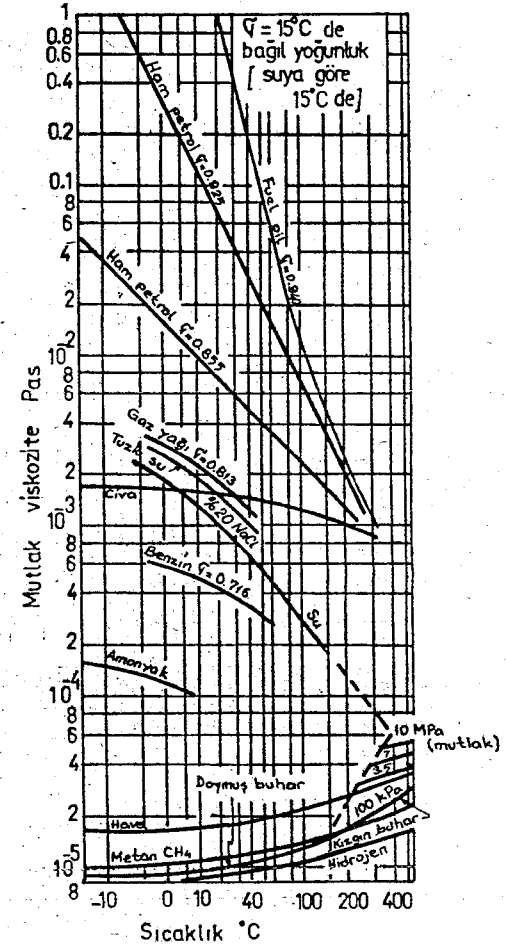
Daha küçük birimler, santipoise, c P (10^{-2} poise), milipoise, m P (10^{-3} poise) ve mikropoise, μP (10^{-6} poise) kullanılabilir.

Viskozitenin uluslararası birimi "Pa s" dir. Fakat bunun için özel bir isim halen bulunmamıştır. $20^\circ C$ deki su daima tam olarak 10^{-3} Pa s lik bir viskoziteye sahiptir.

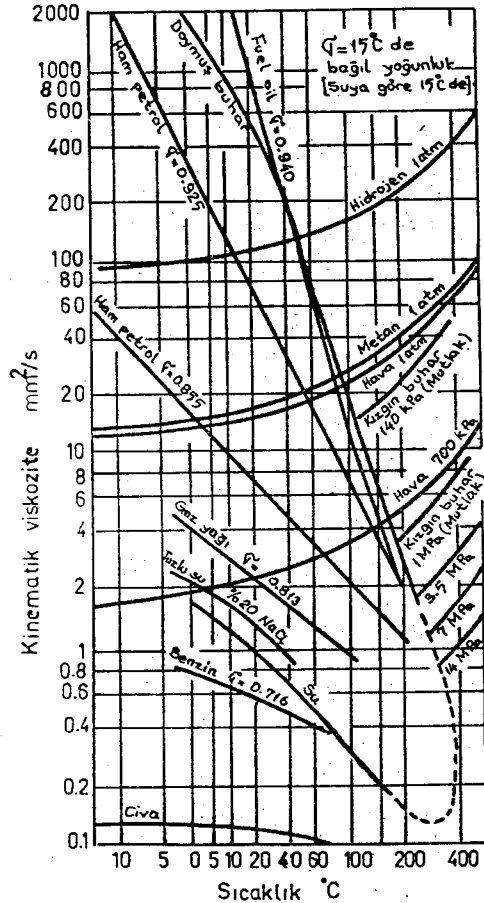
1.5.4 Kinematik Viskozite ve Birimleri

Viskoziteyi ihtiva eden problemlerin çoğunda, atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlerine göre durumu, başka bir deyişle akışkanların hızlanmasına neden olan kuvvetler ile ilgilenilir. Viskoz kuvvetler μ viskozitesine atalet kuvvetleri ρ yoğunluğuna bağımlı olduğundan $\frac{\mu}{\rho}$ oranı yazılır ve akışkanın bir özelliği olarak düşünülür. Viskozitenin yoğunluğa oranı "kinematik viskozite" olarak bilinir ve ν sembolü ile gösterilir. O halde

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.10)$$



Şekil 1.8-Akışkanların mutlak viskozitesi.



Şekil 1.9-Akışkanların kinematik viskozitesi

şeklinde ve boyut formülü

$$[M / L T] / [M / L^3] \equiv [L^2 / T]$$

olur. Görüleceği gibi $[M]$ kaldırıldığından v , kütle birimlerinden bağımsızdır. Yalnız uzunluk ve zaman büyüklükleri bulunmaktadır. Kinematik hareketin nedenlerine bakmaksızın hareketin incelenmesi olarak tanımlanır. Bu yüzden, kütleler ile değil yalnız uzunluklar ve zaman ile ilgilenir. Bu nedendir ki üniversal kullanışta μ/ρ oranına kinematik viskozite adı verilmiştir.

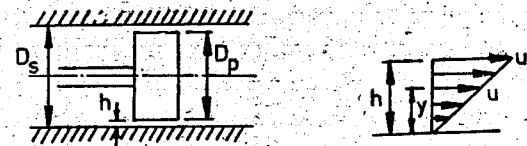
Asıl birim (m^2/s) birçok amaç için çok büyüktür ve neticede, mm^2/s ($= 10^{-6} m^2/s$) kullanılır. (CGS) birimi, cm^2 / s , "stokes" (kısaltılmışı S veya St) diye adlandırılır. Bu birim de çok büyüktür ve santi-stokes (cS), yani 10^{-2} stokes = mm^2 / s , daha çok kullanışlıdır. Su $20,2^\circ C$ de tam olarak $1 mm^2/s$ lik bir kinematik viskoziteye sahiptir.

Şekil 1.8 de gösterildiği gibi, belirli sıcaklıklardaki havanın mutlak viskozitesi aynı durumdaki suyun mutlak viskozitesinin yaklaşık $1/60$ ı olmasına rağmen, hava yoğunluğunun çok daha küçük olması nedeniyle havanın kinematik viskozitesi suyun kinematik viskozitesinin 13 katıdır. (Şekil 1.9)

ÖRNEK PROBLEM 1.2:

$D_p = 11$ cm çapında $L = 7$ cm uzunluğunda bir piston, çapı $D_s = 11,04$ cm olan bir silindir içinde hareket etmektedir. Piston ile çeper arası, viskozite katsayısı $\mu = 0,65$ poise olan bir yağ ile yağlanmaktadır. Pistona $u_0 = 0,8$ m/s lik bir hız sağlanabilmesi için aksel olarak uygulanması gerekli olan kuvveti Newton (N) cinsinden bulunuz.

ÇÖZÜM



Sürtme yüzeyi A ile gösterilirse F kuvveti, $F = \mu A \frac{\partial u}{\partial y}$

formülü ile hesaplanır. Burada, yağ filminin kalınlığı boyunca

hız yayılımı lineer kabul edilerek, $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_0}{h}$ yazılacağından,

$$A = \pi D_p L = \pi \times 11 \times 7 = 241,9 \text{ cm}^2 = 0,02419 \text{ m}^2$$

$$h = \frac{D_p - D_s}{2} = \frac{11,04 - 11}{2} = 0,02 \text{ cm} = 0,0002 \text{ m.}$$

$u_0 = 0,8 \text{ m/s}$, $\mu = 0,65 \text{ poise} = 0,065 \text{ Pa s}$ yerlerine konur-

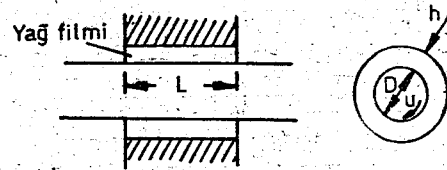
$$\text{sa : } F = 0,065 \times 0,02419 \times \frac{0,8}{0,0002} = 6,28 \text{ N}$$

bulunur.

ÖRNEK PROBLEM 1.3

74,90 mm çapındaki bir mil, 75,03 mm çapında ve 75 mm uzunluğunda bir yatak içinde dönmektedir. Mil ve yatak arasındaki halka boşluk viskozite katsayısı 0,096 kg/ms olan bir yağ ile doldurulmuştur. 1400 devir/dak da yataktaki viskoz direnci yenebilmek için kullanılan güçü bulunuz.

ÇÖZÜM



Mil ve yatağın konsantrik olduğunu ve yağ filmindeki hız gradyanının üniform dağılım gösterdiğini kabul edelim.

Yatak hareketsiz olduğundan :

$$\text{Hız gradyanı } \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u}{h}$$

$$\text{Viskoz kayma gerilmesi } \tau = \mu \times \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{u}{h}$$

Mil üzerindeki viskoz kuvvet = kayma gerilmesi x yüzey alanı

$$F = \mu \frac{u}{h} \times \pi D L$$

Sürtünme tarafından yutulan güç = viskoz kuvvet x çevresel hız

$$= \mu \frac{u}{h} \times \pi D L \times u$$

$$\mu = 0,096 \text{ kg/m s}, \quad D = 0,0749 \text{ m}, \quad L = 0,075 \text{ m}$$

$$u = \frac{\pi D n}{60} = \frac{\pi \times 0,0749 \times 1400}{60} = 5,5 \text{ m/s}$$

$$h = \frac{0,07503 - 0,0749}{2}, \quad h = 0,000065 \text{ m}$$

$$\text{Yutulan güç} = \frac{0,096 \times (5,5)^2 \times \pi \times 0,0749 \times 0,075}{0,000065} = 792 \text{ W}$$

ÖRNEK PROBLEM 1.4

Kütlesi 36 kg olan bir cisim düzgün bir levha üzerinde 2,1 m/s lik bir hızla kaymaktadır. Cismin taban alanı 360 cm² dir.

- Şayet yağlayıcı madde yok ve katı sürtünme katsayısı $f = 0,2$ ise
- Şayet viskozitesi 0,96 poise olan 0,25 mm kalınlığında bir yağın yağlama filmi var ise sürtünmeyi yenecek için gereken kuvveti hesaplayınız.

ÇÖZÜM

- Katı sürtünmesi için

$$\begin{aligned} \text{Sürtünme kuvveti} &= f \times \text{normal kuvvet} \\ &= 0,2 \times 36 \times g = 70,5 \text{ N} \end{aligned}$$

- Akışkan sürtünmesi için

$$\begin{aligned} \text{Viskoz kayma gerilmesi } \tau &= \mu \times \text{hız gradyanı} \\ \text{Cismin levhaya göre bağıl hızı } u &= 2,1 \text{ m/s} \\ \text{Filmin kalınlığı } h &= 0,00025 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{Hız gradyanı } \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2,1}{0,00025} \text{ m/s m}$$

$$\text{Viskozite } \mu = 0,96 \text{ Poise} = 0,096 \text{ kg/m s}$$

$$\text{Viskoz kayma gerilmesi } \tau = \mu \frac{u}{h}$$

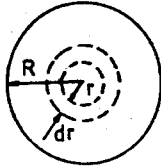
$$= 0,096 \times \frac{2,1}{0,00025} = 807 \text{ N/m}^2$$

Sürtünme kuvveti = $\tau \times \text{taban alanı}$
 $= 807 \times 0,036 = 29 \text{ N}$

ÖRNEK PROBLEM 1.5

Bir hidrolik dinamometre su dolu bir kaptā dönen 200 mm çapında ince bir disk ihtiva etmektedir. Disk yüzeyindeki sürtünme kuvveti (sürüklemesi) $3,12 u^2 \text{ N/m}^2$ dir. (u herhangi bir noktadaki lineer hızdır). Disk 5000 dev/dak da döndürüldüğü zaman yutulan güç ne olur? Mil ve disk kenarının etkilerini ihmal ediniz.

ÇÖZÜM



Şayet ω = diskin açısal hızı ise herhangi bir r yarıçapında :
 yüzey hızı $u = \omega r$ olur.

Birim alan için sürtünme kuvveti = $3,12 u^2$
 $3,12 \omega^2 r^2 \text{ (N/m}^2\text{) dir.}$

dr genişliğinde bir halka için :

Sürtünme kuvveti = birim alan için sürtünme kuvveti $\times$ alan
 $= 3,12 \omega^2 r^2 \times 2 \pi r dr \text{ (Newton)}$

Halka elemanındaki sürtünme momenti = kuvvet $\times$ yarıçap

$$dM_s = 3,12 \omega^2 r^2 \times 2 \pi r dr \times r \text{ (N m)}$$

$r = 0$ dan $r = R$ ye integre ederek, bir yüzey üzerindeki

$$M_s = 3,12 \omega^2 \times 2 \pi \int_0^R r^4 dr = \frac{6,24}{5} \pi \omega^2 R^5$$

İki yüzey olduğundan yutulan güç = $2 \omega M = 2,5 \pi \omega^3 R^5 \text{ (Nm/s)}$

$$\omega = \frac{2 \pi n}{60} \text{ dan } \omega = \frac{2 \pi \times 5000}{60} = 523 \text{ rad/s ve } R = 0,1 \text{ m}$$

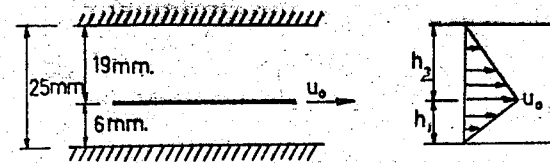
$$\text{Yutulan güç} = 2,5 \pi (523)^3 (0,1)^5 = 11250 \text{ W} = 11,25 \text{ kW}$$

* B.03.06

ÖRNEK PROBLEM 1.6

Aralarındaki uzaklığı 25 mm olan birbirine paralel ve düz çeperlerin arasındaki ortam, dinamik viskozitesi 0,7 Pas olan bir sıvı ile doldurulmuştur. Bu ortamda, 250 mm $\times$ 250 mm ölçülerindeki bir ince düzlem levha, çeperlerin birinden 6 mm uzaklıkta çeperlere paralel olacak şekilde 150 mm/s lik bir hızla çekilmektedir. Levha ve çeperler arasındaki hız değişiminin doğrusal olduğunu kabul ederek sıvının levhaya uyguladığı kuvveti bulunuz.

ÇÖZÜM



Bileşke kuvvet :

$$F = \mu \left(\frac{u_0}{h_1} + \frac{u_0}{h_2} \right) A$$

$$A = 250 \times 250 \times 10^{-6} \text{ m}^2, \quad \mu = 0,7 \text{ Pas}$$

$$u_0 = 150 \times 10^{-3} \text{ m/s}, \quad h_1 = 0,006 \text{ m}, \quad h_2 = 0,019 \text{ m}$$

değerleri yerlerine konursa

$$F = 1,439 \text{ N}$$

bulunur.

ÖRNEK PROBLEM 1.7

Kütlesi $m = 4 \text{ kg}$ ve kenar uzunluğu $L = 1 \text{ m}$ olan kare şeklinde bir levha yatayla $\alpha = 30^\circ$ lik açı yapan eğik bir düzlem üzerinde yalnız ağırlığının tesiriyle kaymaktadır. Levha ile düzlem arasındaki uzaklık $h = 1 \text{ mm}$ dir ve viskozitesi μ olan bir yağla doldurulmuştur. Levhanın sabit $u_0 = 1 \text{ m/s}$ hızıyla hareket etmesi için μ ne olmalıdır?

ÇÖZÜM



$$F = W \sin \alpha, \quad \tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \frac{u_0}{h}, \quad A = L^2$$

buradan

$$\tau = \frac{F}{A} \text{ yazarak } \mu = \frac{W \sin \alpha h}{L^2 u_0} \text{ bulunur.}$$

Değerleri yerine konursa

$$\mu = \frac{4 \times 10^3 \times 9,81 \times 0,5 \times 0,1}{10^4 \times 100} = 0,196 \text{ poise olur.}$$

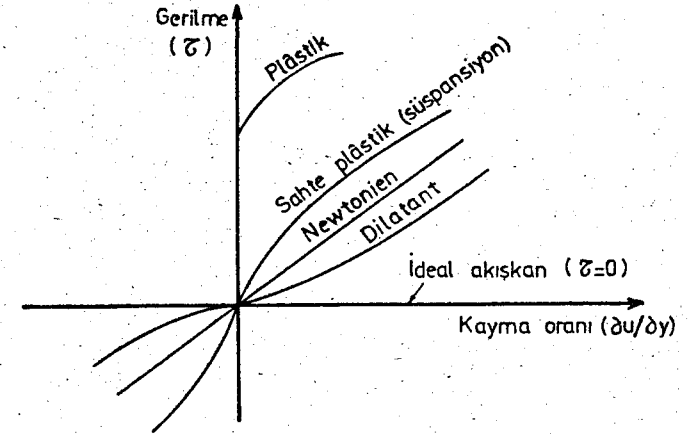
1.5.5 Akıcılık

Akıcılık, viskozitenin tersi olarak tanımlanır. Sembölü, $\phi = 1/\mu$ dür ve birimi "ters poise", yani $\text{cms/g cm}^2 / (\text{s dyne})$, olur. Bununla birlikte, akıcılık mühendislikte çok az kullanılır.

1.5.6 Newtonien Olmayan Sıvılar

Gerilmenin, kayma oranına (hızına) karşı grafiğinde eğimi μ olan orijinden geçen dümdüz bir eğriyi $\tau = \mu \partial u / \partial y$ denklemi belirtmektedir. (Şekil 1.10). Bununla beraber, viskozitenin kayma oranından bağımsız olmadığı oldukça büyük sıvılar sınıfı vardır ve bu sıvılar Newtonien olmayan diye anılır. Eriyikler (özellikle kristal halde olmayan büyük moleküllü maddeler) kayma oranı büyük olduğu zaman genellikle azalan bir viskoziteye sahip olurlar ve bu gibi sıvılara "sahte plâstik" adı verilir. Bu sınıfa, jelatin, kil, süt, kan ve sıvı çimento gibi maddeler girer.

Bazı sıvılar, genişlemenin karşıtı özelliğini ortaya çıkarırlar, yani kayma oranı artıyorken efektif (etken) viskoziteleri artar. Su içinde koyulaştırılmış şeker eriyikleri ve bazı sulu prinç nişastası gibi süspansiyonlar örnek olarak verilebilir.



Şekil 1.10

Kayma kuvvetleri uygulandığında viskozite zaman ile değişiyorsa, başka Newtonien olmayan özellik çeşitleri meydana gelebilir. Viskozitesi gerilme süresi ile artan sıvılara "rheopectic", azalanlara ise "thixotropic" adı verilir.

Bazı maddeler plastiklik özelliğine sahiptirler. Metaller elastik limitleri dışına gerildiğinde veya erime noktalarına yaklaştığında sabit bir kuvvet etkisi altında devamlı olarak şekil değiştirebilir. Böylece bir ölçüde yüksek viskoziteli sıvılar gibi davranırlar. Bu gibi maddeler Newtonien olmayandır ve akışkanlar mekaniğinin birçok metodu bu gibi maddelere uygulanamaz.

"Visko-elastik" maddeler, viskoz ve elastik özellikleri bulundurlar. Bunlara örnek olarak katran (zift) ve un hamuru verilebilir. Daimi akışta (akışın zamanla değişmediği durum) kayma oranı sabittir ve bir Newtonien akışkandaki gibi μ nün sabit bir viskozite katsayısını gösterdiği τ/μ oranı ile verilebilir.

Kayma gerilmesi değiştiği zaman elastisite ortaya çıkar. τ dan $\tau + \Delta\tau$ ya olan hızlı bir gerilme artması maddenin bir $\Delta\tau/G$ ek açısı kadar kaymış olmasına neden olur (G bir elastik modülü ifade eder). Bu durumda, kayma oranı $(1/G)\partial\tau/\partial t$ şeklini alır ve maddedeki toplam kayma oranı $(\tau/\mu) + (1/G)\partial\tau/\partial t$ olur.

Mühendislerin genellikle ilgilendiği akışkanlar, viskozitesi hem

kayma oranına hem de kayma zamanına bağımlı olmayan Newtonien akışkanlardır. "Akışkanlar Mekaniği" deyimi yalnız Newtonien akışkanlar için geçerli kılınır. Newtonien olmayan akışkanların özelliklerini ise "Reoloji" inceler.

1.5.7 İdeal Akışkan

Matematiksel basitlik için, viskozite etkisinin küçük olduğu akışı açıklamada viskozitesi sıfır olan teorik bir akışkan önerilebilir. Bu, bir "ideal akışkan" olarak bilinir. Gerçi "ideal" bazen "mükemmel" için bir eşanlamdaş olmasına rağmen, "idealleştirme" burada yalnız viskozitenin ihmal ile ilgilendirir. Mükemmel bir gaz ideal bir akışkan olarak ele alınmayabilir (Paragraf 1.3).

1.6 Yüzey Gerilmesi (Yüzeysel gerilme)

Yüzey gerilmesinin ayrıntılı olarak incelenmesi daha çok fizikçileri ilgilendirmektedir. Herşeye rağmen, sıvıların bu özelliğinin kısaca açıklanması gerekir çünkü bazı mühendislik problemlerinde görülebilir.

Yüzeysel gerilme, bir sıvının molekülleri arasındaki kuvvetlerden ya da sıvı molekülleri ve komşu madde molekülleri arasındaki genellikle değişik büyüklükteki kuvvetlerden ortaya çıkar. Neticede, bir sıvı yüzey alanındaki herhangi bir artışa karşı koyan bir kuvvet vardır. Bu yüzden böyle bir artış mekanik enerji harcamasını gerektirir ve serbest bir yüzeyin varlığı, yüzey oluştuğunda yapılan işe eşit olan "serbest yüzey enerjisi"nin varlığını belirtir. (Yalnız depo edilen mekanik enerji demek istenilir. Toplam yüzey enerjisi termal enerjiyi de ihtiva eder)

Herhangi bir sistem, potansiyel enerjisi minimum olan kararlı bir dengeye doğru hareket etmeye eğilim gösterir. Böylece bir miktar sıvı, kendi yüzey alanı ve netice olarak kendi serbest yüzey enerjisi minimum oluncaya kadar şeklini ayar edecektir. Örneğin, diğer bütün kuvvetlerden arınmış bir sıvı damlası, küresel bir şekil alır çünkü verilen bir hacim için küre en az yüzey alanına sahip bir geometrik şekildir. Serbest yüzey enerjisi muhakkak yüzeydeki bir gerilme kuvvetinin varlığını belirtir. Yüzey, kendini düzenlemek için mekanik enerji ister ve şayet yüzey daralırsa mekanik enerji kaybı olur. Başka bir deyişle, enerji tanımlamasına göre, yüzey daralmada mekanik iş yapar ve böylece yüzey daralırken hareket ettiği çevresine bir kuvvet sarfeder. Neticede yüzey bir yüzeysel gerilme özelliğinin etkisindedir.

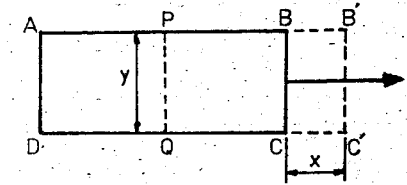
Şayet yüzeyde çizilmiş bir çizgi düşünülürse, çizginin bir yanındaki

sıvı diğer taraftaki sıvıyı çekecektir. Yüzey gerilmesi büyüklüğü, bir kısa dümdüz çizgi elemanına dik etkiyen gerilme kuvvetinin çizgi eleman uzunluğuna bölünmesi şeklinde tanımlanır. Yüzey gerilmesinin boyut formülü [Kuvvet / Uzunluk], başka bir deyişle,

$$[MLT^{-2}][L^{-1}] = [MT^{-2}]$$

ile verilir. Yüzey gerilmesi sembolü olarak σ (veya γ) kullanılacaktır.

Bu şekilde tanımlanan yüzey gerilmesinin, birim alan için serbest enerjisine eşit olduğu kolaylıkla gösterilebilir. Verilen bir sıvı hacmi ile ilgili ABCD dikdörtgen yüzeyini (Şekil 1.11) BC tarafına uygulanan bir kuvvet nedeniyle AB'C'D alanına arttırıldığını düşünelim. Yüzey gerilmesinin (σ)



Şekil 1.11

tanımlamasından, AD ye paralel y uzunluğundaki herhangi bir PQ çizgisinin ortasına etkiyen gerilme kuvveti σy dir. Bu, APQD yüzeyinin PBCQ yüzeyini dengelediği kuvvet olarak düşünülebilir. BC nin B'C' ye hareketi (bir x uzaklığı) ivmesiz ve çok yavaş olarak yapılırsa gerekli F kuvveti, karşı koyan σy kuvvetine büyüklük olarak eşittir ve işlemden yapılan iş σyx dir. Böylece, birim alan artması için yapılan mekanik iş (yani birim alan için serbest yüzey enerjisi)

$$\sigma yx / yx = \sigma$$

olur.

Hava ile temastaki su, normal sıcaklıkta yaklaşık 0,073 N/m lik bir yüzey gerilmesine sahiptir. Hava ile temasta olan birçok organik sıvılar 0,020 ve 0,030 N/m lik ve cıva aşağı yukarı 0,48 N/m lik yüzey gerilmesi değerlerine sahiptir. Bütün sıvılar için, sıcaklık yükselirken

yüzey gerilmesi azalır. Suyun yüzey gerilmesi, sabun ve deterjan gibi organik maddelerin küçük miktarlarda eklenmesi ile önemli ölçüde azaltılabilir. Eriyikteki sodyum klorid gibi tuzlar suyun yüzey gerilmesini yükseltir. İki karışmaz sıvıyı ayıran yüzeyde var olan gerilme genellikle "arayüz gerilmesi" olarak bilinir.

1.6.1 Kohezyon ve Adezyon

Bir sıvının molekülleri birbirine molekül çekim kuvvetleri sayesinde bağlanır ve bu kuvvetler "kohezyon" a artma verir. Bu, sıvı parçacıkların bir küme olarak kalmaya eğilimidir. Sıvı molekülleri ile bir katı çeper yüzeyinin molekülleri arasındaki kuvvetler sıvı ve çeper arasındaki "adezyon" a artma verir.

Bir sıvı ile bir katının molekülleri arasındaki adezyon kuvvetleri, sıvı moleküllerinin kendileri arasındaki kohezyon kuvvetlerinden daha büyük ise, sıvı molekülleri katı yüzeye doğru kalabalıklaşır ve sıvı ile katı arasındaki temas alanı artmaya eğilim gösterir. Böylece, sıvı, katı yüzey üzerine dağılır ve onu ıslatır. Su, temiz camı ıslatacak fakat cıva ıslatmayacaktır. Bununla beraber, su balmumuna benzeyen herhangi bir maddeyi veya gresli (yağlı) bir yüzeyi ıslatmayacaktır.

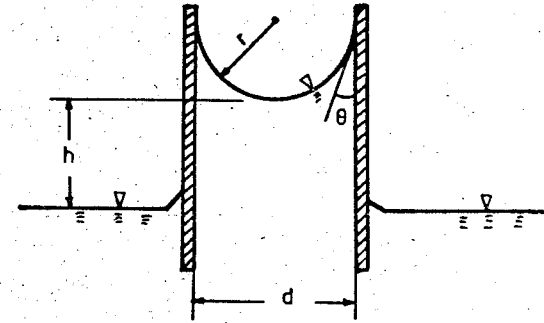
Bu değişik kuvvetlerin karşılıklı etkimesi, bir serbest sıvı yüzeyinin bir katı çeperle karşılaşmasında oluşan kılcal yükselmeyi veya azalmayı açıklar. Sıvı molekülleri arasındaki çekim, sıvı molekülleri ve katı molekülleri arasındaki çekime eşit olmadıkça, çeper yanındaki yüzey eğilmiş olur. Şayet bir sıvı yüzeyi eğilmiş ise yüzey gerilme kuvvetleri konkav (içbükey) tarafa doğru bir bileşkeye sahiptir. Değer için bu bileşke, yüzeyin konkav tarafındaki daha büyük bir basınç tarafından dengelenmelidir. Kolaylıkla gösterilebilir ki şayet yüzey iki dik düzlemde R_1 ve R_2 eğrilik yarıçaplarına sahip ise, yüzeyin konkav tarafındaki basınç konveks (dışbükey) tarafındaki basınçtan

$$\sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.11)$$

kadar daha büyüktür. (Ek I e bakınız). Örneğin, bir küresel damla içindeki basınç dıştaki basınçtan $2\sigma / R$ kadar fazladır (Burada $R_1=R_2=R$ dir). Bir sabun köpüğü içindeki fazla basınç $4\sigma / R$ dir çünkü çok ince sabun filmi hava ile temasta olan iç ve dış olmak üzere iki yüzeye sahiptir. Denklem 1.11 ve düşey kılcal bir tüpteki bir akışkanın yükselmesine statik ilkelere uygulanırsa :

$$h = \frac{4 \sigma \cos \theta}{\rho g d} \quad (1.12)$$

elde edilir. Burada, h sıvı yüzeyinin kılcal yükselmesi (Şekil 1.12 ye bakınız), θ sıvı ve hava arasındaki arayüz ile tüp çeperi arasındaki "temas açısı", ρ sıvı yoğunluğu, g birim kütle için ağırlık ve d tüp çapıdır. Temastaki iki sıvı için, σ arayüz gerilmesini ve ρ sıvıların yoğunlukları arasındaki farkı belirtir.



Şekil 1.12

Bununla birlikte, sıvı ve hava (ve diğer yaklaşımlar) arasındaki bir küresel arayüz varsayımı, formülün küçük çaplı tüplere (3 mm den aşağıya olanlara) uygulanmasını sınırlar. Bundan başka, tamamen temiz bir cam tüpteki saf su için $\theta = 0$ olmasına rağmen, bu değer mühendislik pratiğinde çok farklı olabilir. Denk.1.12 bu nedenle gerçek kılcal yükselmeyi olduğundan fazla tahmin eder. Havadaki temiz camla aşağı yukarı 130° lik bir temas açısına (ve bu yüzden bir negatif $\cos \theta$ değerine) sahip olan cıva bir kılcal alçalma gösterir.

Bir sıvı yüzeyinin katı çeperleri çok yakın olursa veya iki karışmaz sıvıyı ayıran yüzey çok küçük bir eğrilik yarıçapına sahip olursa, yüzey gerilmesi önemli olur. Böylece, yüzey gerilmesi nedeniyle oluşan kuvvetler diğer kuvvetler ile karşılaştırılabilir şekle gelir ve sıvının durumunu önemli derecede etkileyebilir. Örneğin, bu gibi şartlar küçük ölçüdeki akarsu ve liman modellerinde oluşabilir. Yüzey gerilme kuvvetleri, modelde

gerçek yapıdakine göre bağıl olarak çok daha önemli olabilir. Neticede, modellerde yapılan ölçmelerin basit bir ölççek ile ölçülmesi gerçek yapı durumuna uyan neticeleri hassas olarak vermeyebilir.

Küçük boyutlu aygıtlarda, yüzey gerilmesi nedeniyle oluşan kuvvetler (şayet aygıtı etkileyen diğer kuvvetleri aşarlarsa) bir sıvının hareketini tamamen durdurabilir. Örneğin, çok iyi bilinirki bir kap veya su bardağı, sıvı yüzeyi, taşma başlamadan önce belki de kenarından 3 mm yukarıda oluncaya kadar dikkatlice doldurulabilir. Yüzey gerilmesinin önemli bir rol oynadığı diğer örnekler arasında kabarcıkların oluşu, sıvı jetlerinin (hüzme) bozulması ve damlacıkların oluşu ve bir katı yüzey üzerindeki ince sıvı tabakalarının akışı verilebilir.

Mühendislik problemlerinin çoğunda, çeperler arasındaki uzaklıklar yeterince büyüktür. Bu nedenle, ihtiva edilen kuvvetler ile karşılaştırıldığında, yüzey gerilme kuvvetleri ihmal edilebilecek büyüklükte olacaktır.

EK PROBLEMLER

1.1- Bir küresel hava kabarcığı su içinde yükselmektedir. 9 m derinlikte kabarcığın çapı 4 mm dir. Kabarcığın, basıncın 101,3 kPa olduğu serbest yüzeye vardığı andaki çapı nedir?

(4,93 mm)

1.2- 101,3 kPa mutlak basınç ve 15°C sıcaklıktaki hava ($R=287 \text{ J/kgK}$) 75 mm su basıncına eşit olacak şekilde ne kadar bir yüksekliğe sahip olabilir?

(61,1 m)

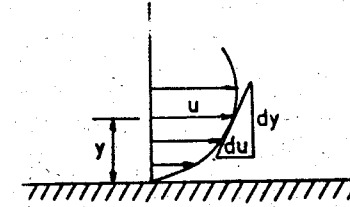
1.3- Hidrojenle doldurulmuş bir balon, mutlak basıncın 1100 Pa ve sıcaklığın -40°C olduğu 30 m yükseklikte 20 m çapında bir küre şeklini almaktadır. Şayet balonun malzemesinde gerilme yok ise, mutlak basıncın 101,3 kPa ve sıcaklığın 15°C olduğu yer yüzü seviyesinde ne kadarlık hidrojen hacmi eklenmelidir?

(56,22 m³)

1.4- 101,3 kPa lık bir mutlak basınç ve 20°C lik bir sıcaklıkta, bilinen bir iki-atomlu gazın mutlak viskozitesi $2 \times 10^{-5} \text{ Pas}$ ve kinematik viskozitesi 15 mm²/s dir. Universal gaz sabitini 8310 J/kmolK alarak ve gazın ideal olacağını var sayarak, gazın yaklaşık molekül ağırlığını hesaplayınız.

(32)

1.5-



Şekilde gösterilen hız profili $u = 5y + 10y^2$ bağıntısı ile verilmektedir. Burada, u (m/s) ve y (m) olarak ölçülmektedir.

a) Sınırdaki (çeperdeki) ve sınırdan 0,2 m uzaklıktaki hız gradyanlarının değeri ne olur?

b) Eğer akışkan (20°C de) su ise çeperdeki kayma gerilmesinin değeri nedir? (suyun yoğunluğu = 1000 kg/m³, kinematik viskozitesi $\nu = 10^{-2} \text{ stokes}$)

(5 s⁻¹ ; 9 s⁻¹ ; 0,005 Pa)

1.6 - Eş-eksenli olarak monte edili 200 mm çapındaki iki diski birbirinden 0,13 mm kalınlıktaki bir yağ filmi ayırmaktadır. Uç-etkilemini ihmal ederek, bir diskin diğer bir diske göre saniyede 7 devirlik bir hızla döndürülebilmesi için gereken momenti hesaplayınız. Yağın viskozitesi 0,14 Pas dir.

(7,4 Nm)

1.7 - Stokes Kanununa göre, d çapında bir küre dinamik viskozitesi μ olan bir akışkan içinde u terminal (limit) hızı ile hareket ettiği zaman kürenin karşılaştığı direnç kuvveti $3\pi\mu u d$ formülü ile hesaplanabilmektedir. 2,5 mm çapında, 7800 kg/m³ yoğunluğundaki bir çelik küre bağıl yoğunluğu 0,8 olan bir sıvı içinde düşmeye terk edildiğinde ölçülen limit hız 3 cm/s dir. Buna göre sıvının viskozitesi ni bulunuz.

(0,794 Pas)

1.8 - D_p çapında L boyunda bir piston, çapı D_s olan bir silindir içinde hareket etmektedir. Piston ve silindir arası mutlak viskozite katsayısı μ olan bir yağla yağlanmaktadır. Pistona gelen eksenel kuvvet F olduğuna göre piston hızı ne olur?

$D_p = 11,96 \text{ cm}$, $D_s = 12 \text{ cm}$, $L = 14 \text{ cm}$, $\mu = 0,65 \text{ Poise}$, $F = 0,86 \text{ kg-kuv.}$

(50 cm/s)

1.9 - Düşey bir milin en altındaki kuvvet, 0,25 mm kalınlığındaki bir yağ filmi ile düz bir gövdeden ayrılmış 100 mm çapındaki düzlem bir disk sayesinde alınmaktadır. Şayet mil 1000 dev/d da döner ve yağın viskozitesi 1,3 poise ise, akışkan sürtünmesi tarafından yutulan gücü hesaplayınız.

(56 W)

1.10 - Bir hidrolik piston 200 mm çapında ve 1,2 m uzunluğundadır ve 200,2 mm çapındaki bir silindir içinde hareket etmektedir. Piston ile çeper arasındaki açıklık bağıl yoğunluğu 0,85 ve kinematik viskozitesi $400 \text{ mm}^2/\text{s}$ olan bir yağla doldurulmuştur. Piston, 120 mm/s lik bir hızla hareket ettiği zaman harekete direnç gösteren viskoz kuvvetin değeri kaç Newton (N) olur?

(307,6 N)

1.11 - $D = 10 \text{ cm}$ çapında düşey çalışan bir mili, dip yatağından viskozitesi $\mu = 1,5 \text{ poise}$ olan $h = 0,1 \text{ mm}$ kalınlığında bir yağ filmi ayırmaktadır. Mili $n = 750 \text{ devir/dak}$ ile döndürebilmek için uygulanması gereken momenti ve bu sırada yatak tarafından yutulan gücü bulunuz.

(1,156 Nm ; 90,74 W)

2

DENGEDEKİ AKIŞKANLAR (AKIŞKANLARIN STATİĞİ)

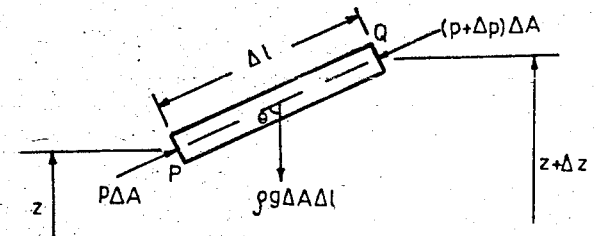
2.1 Giriş

Akışkanların statığı, akışkanlar mekaniğinin harekette olmayan (statik) akışkanlar ile ilgilendiği koludur. Akışkanlar statığındaki problemler, akışkanların kinematiği ile ilgili problemlerden çok daha basittir ve kesin analitik çözümler mümkündür. Akışkanın bireysel elemanları birbirine göre bağıl olarak hareket etmediklerinden, kayma kuvvetleri olmaz ve akışkanın basıncı nedeniyle görülen bütün kuvvetler üzerine etdikleri yüzeylere diktirler. Böylece, akışkanların statığı, bir bütün olarak akışkan hareket ediyor olsa bile akışkan elemanlarının birbirine göre bağıl olarak hareket etmediği örnekleri kapsayacak şekilde genişletilebilir. Elemanlar arasında bağıl hareket yoksa, akışkanın viskozitesi artık ilgi çekici bir özellik değildir.

Bu bölümde ilk önce geniş bir akışkan sahası boyunca basınç şiddeti değişimi incelenecektir. Daha sonra akışkan ile temastaki katı yüzeyler üzerinde basınç tarafından uygulanan kuvvetler ve bazı özel durumlarda bu kuvvetlerin etkileri görülecektir.

2.2 Bir Akışkanda Basıncın Konum İle Değişimi

Şekil 2.1 de gösterildiği gibi küçük bir akışkan silindiri düşünelim. Şayet akışkan hareketsiz ise, silindir dengede olmalıdır ve silindire etkiyen kuvvetler, değişik yüzlerde yalnız basınç nedeniyle oluşan kuvvetler ve ağırlık kuvvetidir. ΔA kesit alanı çok küçüktür



Şekil 2.1

ve üzerindeki basınç değişimi bu nedenle ihmal edilebilir. P ucundaki basınç p ve Q ucundaki basınç $p + \Delta p$ olsun. Burada Δp pratik olarak sabit değer alabilir. P ucundaki kuvvet $p \Delta A$ ve Q ucundaki kuvvet $(p + \Delta p) \Delta A$ dır. Şayet silindirin uzunluğu Δl ise, silindirin hacmi $\Delta A \Delta l$ ve ağırlığı $\rho g \Delta A \Delta l$ olur. Burada, ρ yoğunluğu g birim kütle için ağırlığı göstermektedir. Statik (duran) bir akışkanın hiçbir kayma kuvveti olmadığından, silindir kenarlarına etkiyen bütün kuvvetler kenarlara diktir ve bu yüzden eksen boyunca bileşene sahip değildir.

Denge için, herhangi bir yöndeki kuvvetlerin cebirsel toplamı sıfır olmalıdır. QP yönü seçilirse :

$$(p + \Delta p) \Delta A - p \Delta A + \rho g \Delta A \Delta l \cos \theta = 0 \quad (2.1)$$

yazılır. Şayet (uygun bir yatay referans düzleminde) P bir z yüksekliğinde ve Q, $z + \Delta z$ yüksekliğinde ise ; silindir uçları arasındaki seviyede düşey fark Δz ve $\Delta l \cos \theta = \Delta z$ olacaktır. Bu nedenle, Denk.2.1 $\Delta p + \rho g \Delta z = 0$ a indirgenir ve limitte $\Delta z \rightarrow 0$ iken

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \rho g \quad (2.2)$$

olur. Eksi işareti z nin arttığı (yani yukarıya doğru) yönde basıncın azaldığını belirtmektedir.

Şayet P ve Q aynı yatay düzlemde ise, $\Delta z = 0$ dir ve neticede p nün değeri ne olursa olsun Δp de sıfırdır. Bu durum yatay akışkan silindirlerini düşünerek aynı yatay düzlemdeki herhangi iki noktayı kapsayacak şekilde genişletilebilir. Böylece dengede olan bir akışkanın basıncı aynı yatay düzlemdeki herhangi iki noktada (bu noktaların tamamen akışkan içinde ve yatay düzlemdeki bir çizgi ile bağlanabileceği şartı geçerli olmak üzere) aynıdır. Başka bir deyişle, eşit basınç (izobar) yüzeyi, yatay bir düzlemdir. Daha hassas olarak, yüzey, ağırlık kuvveti yönüne her yerde diktir ve yaklaşık olarak yeryüzü ile ortak merkezli (konsantrik) bir küresel yüzeydir. Konumuz gereği yüzeyin yalnız çok küçük kısımları ile ilgilenildiğinden yüzeyleri düzlem olarak ele alabiliriz.

Denk. 2.2 den bir sonuç daha çıkarmak mümkündür. Eğer akışkandaki belirli bir yatay düzlemin her yerinde basınç p ise, bir Δz uzaklığı yukarıdaki başka bir yatay düzlemde basınç $p + (\partial p / \partial z) \Delta z$ olacaktır. Bu basıncında yatay düzlemin her kısmında sabit olması gerekeceğinden,

$\partial p / \partial z$ yatay olarak değişmez ve böylece Denk. 2.2 ye göre, ρg yatay olarak değişmez. Fakat sonuçlar bize gösterir ki basıncın olduğu kadar yoğunluğun da herhangi bir yatay düzlem üzerinde sabit olması herhangi bir akışkanın dengesi için gereklidir. Bu nedenledir ki değişik yoğunluklu karışmaz akışkanlar dengede oldukları zaman yatay bir arayüze sahip olurlar. (Yüzey gerilmesinin arayüz eğriliğine neden olduğu katı çeperlere çok yakın bölgeler hariç).

Herhangi bir akışkanın dengesi için üç şart vardır :

- (1) basınç, herhangi bir yatay düzlem üzerinde aynı olmalıdır;
- (2) yoğunluk, herhangi bir yatay düzlem üzerinde aynı olmalıdır;
- (3) $dp/dz = - \rho g$. (Basınç yalnız düşey (z) yönünde değiştiğinden, Denk. 2.2 deki kısmi türev tam türev şeklini alabilir.)

Dengedeki bir akışkanın herhangi bir noktasındaki basıncı bulabilmek için Denk. 2.2 integre edilmelidir:

$$p = \int - \rho g dz$$

p nün z ile değişimi bilinmedikçe, integralin çözümü mümkün değildir.

2.2.1 Sabit Yoğunluklu Bir Akışkanın Dengesi

Yükseklikteki bütün pratik farklar için, g nin değişimi ihmal edilebilir ve Denk. 2.2 nin integrasyonu (sabit yoğunluklu bir homojen akışkan için)

$$p + \rho gz = \text{sabit} \quad (2.3)$$

bağıntısını verir. Bu sonuç, aynı akışkanın sürekli bir sahasının her yerinde geçerlidir çünkü Denk. 2.2 yi türetirken θ değeri üzerine hiçbir sınırlama konulmamıştır. Şayet akışkan, yüzeyinde basıncın atmosferik (p_a) olduğu serbest yüzeyli bir sıvı ise, bu serbest yüzey $z = 0$ başlangıç seviyesi olarak alınabilir. Yüzeyin dengesi için hemen altındaki basınç hemen üzerindeki basıncı eşit olmalıdır. Böylece, yüzeydeki sıvıda basınç p_a dir. Daha sonra, yüzeyin altında h derinliğindeki bir nokta için $h = -z$ olur (çünkü h aşağıya doğru fakat z yukarı doğru ölçülür) ve Denk.2.3

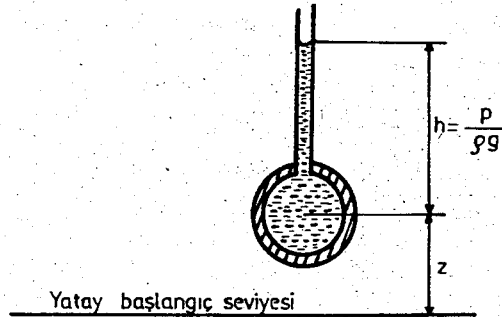
$$p = p_a + \rho gh \quad (2.4)$$

şeklini alır. Neticede, sıvıyı bulunduran kabın şekli ne olursa olsun basıncın derinlik ile lineer (doğrusal) olarak artar.

Denk.2.4 gösterir ki dengedeki bir sıvının bir noktasındaki basınç,

kısmen serbest yüzeydeki atmosferik basınç ve kısmen sıvının ağırlığı nedeniyle. Böylece, doğrudan doğruya olmasa bile, atmosferik basınç bütün yüzeylerde genellikle efektiftir ve normal olarak karşılaşılan yükseklik farklarında sabittir. Neticede, atmosferik basıncı, basınç skalasının sıfırı olarak düşünmek genellikle daha uygundur. Sıfır olarak alınan atmosferik basıncın üzerindeki bir basınç "göstergeç basıncı" olarak bilinir. Daha sonra, Denk.2.4 $p = \rho gh$ şekline dönüşür. Başka bir deyişle, dengedeki bir sıvının herhangi bir noktasındaki göstergeç basıncı, atmosfer ile temasındaki serbest yüzeyin düşey olarak altındaki derinlik ile ρg nin çarpımına eşittir. Bu bağımtı birkaç basınç ölçme metodunun temelini oluşturur.

Sabit yoğunluklu bir akışkan için göstergeç basıncı ve h arasındaki direkt (doğrudan doğruya) orantı basıncı, $h = p / \rho g$ düşey uzaklık şeklinde göstermeyi mümkün kılar. $p / \rho g$ oranı p ye benzetilerek "basınç yükü" diye adlandırılır. Basınç yükü (yüksekliği) kavramı o kadar çok faydalıdır ki problemdeki nokta yukarısında gerçek bir serbest yüzey olsun veya olmasın uygulanır. Serbest bir yüzeyi olmayan bir sıvı için (kapalı bir boru içinde olduğu gibi) şayet yeterince uzun düşey küçük bir tüp atmosfere açık şekilde (piyezometre tüpü olarak bilinir) boruya takılırsa, tüpteki serbest sıvı yüzeyinin yüksekliğine $p / \rho g$ değeri karşılık gelecektir. (Şekil 2.2). p sabit şartı ile, bütün



Şekil 2.2

basınçlar yük (yükseklik) olarak ifade edilebilir. Bu nedenle, basınçlar

$\partial p / \partial z$ yatay olarak değişmez ve böylece Denk. 2.2 ye göre, ρg yatay olarak değişmez. Fakat sonuçlar bize gösterir ki basıncın olduğu kadar yoğunluğunda herhangi bir yatay düzlem üzerinde sabit olması herhangi bir akışkanın dengesi için gereklidir. Bu nedenledir ki değişik yoğunluklu karışmaz akışkanlar dengede oldukları zaman yatay bir arayüze sahip olurlar. (Yüzey gerilmesinin arayüz eğriliğine neden olduğu katı çeperlere çok yakın bölgeler hariç).

Herhangi bir akışkanın dengesi için üç şart vardır :

- (1) basınç, herhangi bir yatay düzlem üzerinde aynı olmalıdır;
- (2) yoğunluk, herhangi bir yatay düzlem üzerinde aynı olmalıdır;
- (3) $dp/dz = - \rho g$. (Basınç yalnız düşey (z) yönünde değiştiğinden, Denk. 2.2 deki kısmi türev tam türev şeklini alabilir.)

Dengedeki bir akışkanın herhangi bir noktasındaki basıncı bulabilmek için Denk. 2.2 integre edilmelidir:

$$p = \int - \rho g dz$$

p nun z ile değişimi bilinmedikçe, integralin çözümü mümkün değildir.

2.2.1 Sabit Yoğunluklu Bir Akışkanın Dengesi

Yükseklikteki bütün pratik farklar için, g nin değişimi ihmal edilebilir ve Denk. 2.2 nin integrasyonu (sabit yoğunluklu bir homojen akışkan için)

$$p + \rho gz = \text{sabit} \quad (2.3)$$

bağıntısını verir. Bu sonuç, aynı akışkanın sürekli bir sahasının her yerinde geçerlidir çünkü Denk. 2.2 yi türetirken θ değeri üzerine hiçbir sınırlama konulmamıştır. Şayet akışkan, yüzeyinde basıncın atmosferik (p_a) olduğu serbest yüzeyli bir sıvı ise, bu serbest yüzey $z = 0$ başlangıç seviyesi olarak alınabilir. Yüzeyin dengesi için hemen altındaki basınç hemen üzerindeki basınca eşit olmalıdır. Böylece, yüzeydeki sıvıda basınç p_a dir. Daha sonra, yüzeyin altında h derinliğindeki bir nokta için $h = -z$ olur (çünkü h aşağıya doğru fakat z yukarı doğru ölçülür) ve Denk.2.3

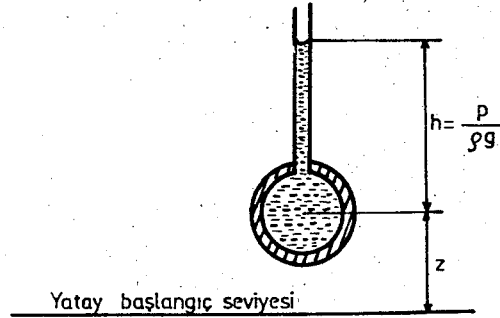
$$p = p_a + \rho gh \quad (2.4)$$

şeklini alır. Neticede, sıvıyı bulunduran kabın şekli ne olursa olsun basınç derinlik ile lineer (doğrusal) olarak artar.

Denk.2.4 gösterir ki dengedeki bir sıvının bir noktasındaki basınç,

kısmen serbest yüzeydeki atmosferik basınç ve kısmen sıvının ağırlığı nedeniyledir. Böylece, doğrudan doğruya olmasa bile, atmosferik basınç bütün yüzeylerde genellikle efektiftir ve normal olarak karşılaşılan yükseklik farklarında sabittir. Neticede, atmosferik basıncı, basınç skalasının sıfırı olarak düşünmek genellikle daha uygundur. Sıfır olarak alınan atmosferik basıncın üzerindeki bir basınç "göstergeç basıncı" olarak bilinir. Daha sonra, Denk.2.4 $p = \rho gh$ şekline dönüşür. Başka bir deyişle, dengedeki bir sıvının herhangi bir noktasındaki göstergeç basıncı, atmosfer ile temas-taki serbest yüzeyin düşey olarak altındaki derinlik ile ρg nin çarpımına eşittir. Bu bağıntı birkaç basınç ölçme metodunun temelini oluşturur.

Sabit yoğunluklu bir akışkan için göstergeç basıncı ve h arasındaki direkt (doğrudan doğruya) orantı basıncı, $h = p / \rho g$ düşey uzaklık şeklinde göstermeyi mümkün kılar. $p / \rho g$ oranı p ye benzetilerek "basınç yükü" diye adlandırılır. Basınç yükü (yüksekliği) kavramı o kadar çok faydalıdır ki problemdeki nokta yukarısında gerçek bir serbest yüzey olsun veya olmasın uygulanır. Serbest bir yüzeyi olmayan bir sıvı için (kapalı bir boru içinde olduğu gibi) şayet yeterince uzun düşey küçük bir tüp atmosfere açık şekilde (piyezometre tüpü olarak bilinir) boruya takılırsa, tüpteki serbest sıvı yüzeyinin yüksekliğine $p / \rho g$ değeri karşılık gelecektir. (Şekil 2.2).o sabit şartı ile, bütün



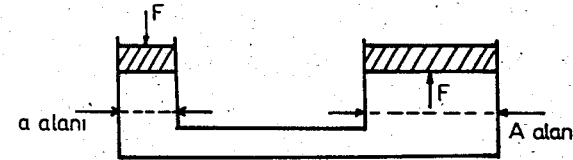
Şekil 2.2

basınçlar yük (yükseklik) olarak ifade edilebilir. Bu nedenle, basınçlar

bazen mm cıva yüksekliği veya metre su yüksekliği deyimleriyle işlem görürler.

Denk. 2.3, $(p / \rho g) + z = \text{sabit}$ bağıntısını verecek şekilde ρg ile bölünebilir. Demek ki, seçilen yatay başlangıç düzlemi yukarıdaki yükseklik ve basınç yükünün toplamı sabittir. Bu sabit, "piyezometrik yük" olarak bilinir ve başlangıç düzlemi yukarıdaki serbest yüzey yüksekliğine karşılıktır. $(p + \rho gz)$ miktarı, "piyezometrik basınç" diye adlandırılır.

Sınırlandırılmış bir akışkanın herhangi bir kısmındaki bir basınç artması baştan başa düzgün olarak iletilir. Hidrolik pres ve hidrolik krikko gibi aygıtlarda akışkandan yararlanılır. Büyük bir F kuvveti, A piston alanı üzerinde $p = F / A$ basıncını verecek şekilde uygulanabilir. Bu p basıncı, daha küçük a piston alanı üzerinde daha küçük bir f kuvvetinin uygulanması ile de meydana getirilebilir. (Şekil 2.3 e bakınız). Şayet pistonlar çok yavaş olarak hareket ederse, viskoz ve atalet kuvvetleri ihmal edilebilir ve şayet pistonlar yaklaşık olarak aynı seviyedeyse, birindeki basınç diğerindeki basınçe eşit olur. Böylece, $F / A = f / a$ burada $f = F a / A$ yazılır. Piston alanlarının uygun bir seçimi ile önemli bir kuvvet çoğaltması sağlanabilir. Herbir kuvvet tarafından yapılan iş (sürtünme etkileri di-



Şekil 2.3

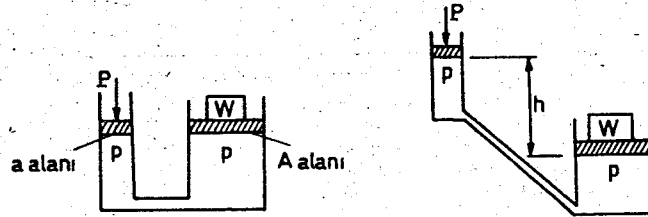
şında) aynıdır çünkü kullanılan sıvının sıkışabilirliği aşırı derecede küçük olduğundan sıvının hacmi pratik olarak değişmez. Neticede, daha küçük kuvvet, daha büyük bir uzaklığa karşılık olarak baştan başa hareket eder.

ÖRNEK PROBLEM 2.1

850 N luk bir P kuvveti bir hidrolik krikonun daha küçük olan silindirine uygulanmaktadır. Küçük pistonun a alanı 15 cm^2 dir ve daha büyük olan pistonun A alanı 150 cm^2 dir. Krikodaki sıvının özgül

ağırlığı $9,81 \times 10^3 \text{ N/m}^3$ dür. (a) şayet pistonlar aynı seviyede ise, (b) şayet büyük piston küçük pistonun $0,75 \text{ m}$ aşağısında ise büyük piston üzerinde ne kadar W yükü kaldırılabilir?

ÇÖZÜM



Hidrolik bir krikonun diyagramı şekilde gösterilmiştir. Bir P kuvveti küçük silindir pistonuna uygulanır ve yağı veya suyu büyük silindir içine iter böylece de W yükünü destekleyen pistonun yükselmesini sağlar, a alanı üzerine etkiyen P kuvveti, sıvı içinde her yönde eşit olarak iletilen bir p_1 basıncı meydana getirir. Şayet pistonlar aynı seviyede ise, daha büyük piston üzerine etkiyen p_2 basıncı p_1 e eşit olmalıdır.

$$p_1 = \frac{P}{a} \quad \text{ve} \quad p_2 = \frac{W}{A}$$

şayet $p_1 = p_2$ ise $\frac{P}{a} = \frac{W}{A}$ veya $P = W \frac{a}{A}$ olur.

Böylece, küçük bir P kuvveti daha büyük bir W yükünü kaldırır. Kriko, A / a lik bir mekanik avantaja sahiptir.

(a) $P = 850 \text{ N}$, $a = 15/1000 \text{ m}^2$, $A = 150/1000 \text{ m}^2$ yerine konursa

$$\frac{P}{a} = \frac{W}{A}$$

$$W = P \frac{A}{a} = 850 \times \frac{1,5}{0,15} = 8500 \text{ N}$$

Kaldırılan Kütle = $\frac{W}{g} = \frac{8500}{9,81} = 868 \text{ kg}$ olur.

(b) şayet büyük olan piston küçükten h mesafesi kadar aşağıda ise p_2 basıncı p_1 den daha büyük olacaktır. (h yüksekliği nedeniyle wh miktarı kadar). Burada w sıvının özgül ağırlığıdır.

$$p_2 = p_1 + wh$$

$$p_1 = \frac{P}{a} = \frac{850}{15 \times 10^{-4}} = 56,7 \times 10^4 \text{ N/m}^2, w = 9,81 \times 10^3 \text{ N/m}^3$$

ve $h = 0,75 \text{ m}$ yerine konursa

$$p_2 = 56,7 \times 10^4 + (9,81 \times 10^3) \times 0,75$$

$$= 56,7 \times 10^4 + 0,736 \times 10^4 = 57,44 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$\text{ve } W = p_2 A = 57,44 \times 10^4 \times 150 \times 10^{-4} = 8650 \text{ N}$$

$$\text{Kaldırılan kütle} = \frac{W}{g} = \frac{8650}{9,81} = 883 \text{ kg olur.}$$

2.2.2 Sıkıştırılabilir Bir Akışkanın Dengesi

Denk.2.2 ($\partial p / \partial z = -\rho g$), herhangi bir akışkanın dengesi için gerekli şartları ifade eder. Bununla beraber, sıkıştırılabilir bir akışkan için yoğunluk basınç ile değişir ve böylece bu değişimin şekli bilinmedikçe denklem, özel bir noktadaki basınç değerini vermesi için integre edilemez. Atmosfer ile ilişkili olarak, problem, havacılık ve meteorolojide karşımıza çıkar. Ayrıca, problem okyanus coğrafyası ile ilgilidir çünkü büyük derinliklerde yoğunlukta küçük bir artma vardır.

Gazlar için $p/\rho^n = \text{sabit}$ denklemi (bir politropik işlem için), uygun nicelikler (büyüklükler) arasındaki bağıntıları geliştirmek için kullanılabilir. Burada p mutlak basıncı ve ρ yoğunluğu gösterir ve n ise ih-tiva edilen özel işleme bağlı olan sabit bir değerdir. Örneğin, izotermal şartlar altındaki ideal bir gaz için p ile ρ direkt olarak orantılıdır ve $n = 1$ dir. Kuru adyabatik şartlar altındaki ideal bir gaz için $n = \gamma (= C_p / C_v)$ dir. Denk. 2.2 den

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g = -g \left(\frac{p}{K} \right)^{1/n}, \quad \{ K = \text{sabit} = p / \rho^n \}$$

Tekrar düzenlenirse

$$\frac{dp}{p^{1/n}} = \frac{-g dz}{K^{1/n}} \quad (2.5)$$

olur.

Yükseklikteki 300 m lik bir artma için g değeri yalnız yaklaşık 0,01 % azaldığından g sabit kabul edilebilir, $n \neq 1$ şartı ile Denk.2.5 in integrasyonu

$$\frac{n}{n-1} p^{1-(1/n)} = \frac{-gz}{K^{1/n}} + C$$

bağıntısını verir. Şayet $z = 0$ iken $p = p_0$ ise integrasyon sabiti

$$C = \frac{n}{n-1} p_0^{1-(1/n)} \text{ olur. } C \text{ yi değiştirerek ve } K = p_0 / \rho_0^n$$

konularak

$$\frac{n}{n-1} \left[p^{1-(1/n)} - p_0^{1-(1/n)} \right] = \frac{-gz \rho_0}{p_0^{1/n}}$$

veya düzenlenirse

$$\frac{p}{p_0} = \left[1 - \frac{g \rho_0 z}{p_0} \left(\frac{n-1}{n} \right) \right]^{n/(n-1)} \quad (2.6)$$

$$= \left[1 - \frac{gz}{RT_0} \left(\frac{n-1}{n} \right) \right]^{n/(n-1)} \quad (2.7)$$

bulunur(ideal bir gaz denkleminde $P_0 = \rho_0 R T_0$ dir).

Şayet z küçük ise Denk.2.6 nın sağ tarafının binom açılımının ilk iki terimi hariç bütünü ihmal edilebilir ve daha sonra

$$\frac{p}{p_0} = 1 - \frac{g \rho_0 z}{p_0}$$

ve $p = p_0 - g \rho_0 z$ bulunur. Bu bağıntı sabit yoğunluklu bir akışkan için verilen $p + \rho_0 g z = \text{sabit}$ bağıntısına karşılıktır. Bu yüzden, küçük yükseklik farkları için (atmosferde 300 m den daha az diyelim) yeterli hassasiyet, akışkanın sabit yoğunluklu olacağını düşünerek elde edilebilir.

İzotermal şartlar altındaki ideal bir gazın özel bir durumu için $n = 1$ dir. Böylece $p/p_0 = K = R T$ dir ve Denk. 2.5

$$\frac{dp}{p} = - \frac{g}{R T} dz$$

olur. Bu bağıntı integre edilirse

$$\ln \left(\frac{p}{p_0} \right) = - \frac{g}{R T} (z - 0)$$

veya

$$\frac{p}{p_0} = e \times p \left(- \frac{gz}{R T} \right) = e^{(-gz/RT)} \quad (2.8)$$

olur. Bu bağıntı, gz/RT küçük olduğu zaman, sabit yoğunluklu bir akışkanın ifadesine yaklaşıp.

Atmosferde, n , yükseklik ile değişir. Yeryüzünün üzerinde yaklaşık 9 km uzaklığa kadar olan bölgede sıcaklık üniform olarak $\partial T / \partial z = \text{sabit} = -\lambda$ şeklinde azalır. Burada, λ "sıcaklık sapma oranı" olarak bilinir.

$$\text{Denk.2.7} \left\{ \frac{p}{p_0} = \left[1 - \frac{g z}{R T_0} \left(\frac{n-1}{n} \right) \right]^{n/(n-1)} \right\} \text{ ile}$$

$p = \rho R T$ hal denklemini ve $p / \rho^n = \text{sabit}$ denklemini birleştirerek

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{g z}{R T_0} \left(\frac{n-1}{n} \right) \quad (2.9)$$

bağıntısı bulunur. z ye göre diferansiyeli alınırsa

$$\frac{1}{T_0} \frac{\partial T}{\partial z} = - \frac{g}{R T_0} \left(\frac{n-1}{n} \right)$$

buradan

$$\frac{g}{R} \left(\frac{n-1}{n} \right) = - \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda, \quad n = \frac{1}{1 - R\lambda/g} \quad (2.10)$$

olur. Bu bölge içindeki λ nın bulunan değeri hemen hemen $0,0065 \text{ K / m}$ dir. Bu nedenle

$$\frac{R \lambda}{g} = 287 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 0,0065 \frac{\text{K}}{\text{m}} \cdot \frac{1}{9,81} \frac{\text{kg}}{\text{N}} = 0,1902$$

ve $n = 1,235$ olur.

Yaklaşık 11 km den 32 km ye kadar olan bölgede sıcaklık -56°C de sabit olduğundan Denk.2.8 uygulanır. 32 km nin ötesinde sıcaklık tekrar yükselir. n , p_0 ve T_0 ın belirli değerleri, gerçek atmosfer örneğine uygun olan bir "standart atmosferi" tanımlamak için kullanılır. Hava taşıtları cihazları ve performansı bu standart şartlara bağlıdır. Eğer gerçek şartlar standarttan önemli ölçüde fark ederse, sonuçlar hatalı olacaktır.

Sıcaklık kayma oranı ve n hakkında elde edilen bilgiler, pratikte yalnız farklı atmosfer yüksekliğindeki şartları tahmin için değil aynı zamanda çalışması atmosferik basınca bağlı olan altimetrelerin kalibrasyonu içinde önemlidir.

Atmosferik yoğunluğun yükseklik ile değişimi hakkında yapılan varsayımların önemi verilecek olan rakamlar ile gösterilir. Şayet yoğunluk üniform ve deniz seviyesindeki değerine eşit olacak varsayılırsa (yaklaşık olarak $1,225 \text{ kg/m}^3$) hesaplanan basınç, yalnız 8,45 km yükseklik değerinde sıfır olur. Veya sabit bir $n = 1,235$ değeri ve 15°C lik bir deniz seviyesi sıcaklığı için atmosferin yüksekliği,

$$\frac{gz}{RT_0} \left[\frac{n-1}{n} \right] = 1$$

başka bir deyişle,

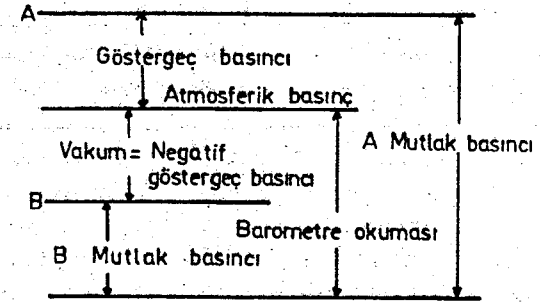
$$z = \frac{RT_0 n}{g(n-1)} = \frac{287 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} (273 + 15) \text{ K } 1,235}{9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} 0,235} = \frac{287 \times 288 \times 1,235}{9,81 \times 0,235} \text{ m} = 44,3 \text{ km}$$

olacaktır. Adyabatik şartlarda, kuru hava için $n = 1,4$ olduğundan $z = 29,5 \text{ km}$ dir, Fakat izotermal şartlar için, Denk.2.8 $p = 0$ iken z nin olacağını gösterir.

Gerçekte, atmosfer tam dengede değildir. Atmosfer, alt bölgelerinde konveksiyon ve rüzgârlar nedeniyle devamlı olarak karışmaktadır ve içinde değişen miktarlarda su buharı vardır.

2.3 Basıncın Ölçülmesi

Pratikte, basınç daima bir basınç farkı olarak ölçülür. Eğer fark problemdeki akışkanın basıncı ile bir vakum basıncı arasında ise, sonuç akışkanın "mutlak basıncı" olarak bilinir. Akışkanın basıncı atmosfer basıncının aşağısında ise, basınç "vakum veya emme" diye adlandırılır (Şekil 2.4 e bakınız). "Yüksek vakum" deyişi ile mutlak basıncın küçük bir değeri ifade edilir. Mutlak basınç, daima pozitiftir. Fakat göstergeç basınçları; atmosferik basınçtan daha büyükse, pozitif ve atmosferik basınçtan daha küçükse, negatiftir.



Şekil 2.4

Bir gazın çoğu özellikleri kendi mutlak basıncının fonksiyonlarıdır ve netice olarak mutlak basınç değerleri genellikle gazları ilgilendiren problemlerde gerekir. Yoğunlukla ölçülen, göstergeç basıncıdır ve mutlak basıncın değerini vermek için göstergeç basıncına atmosferik basınç eklenmelidir. Öteyandan, sıvıların özellikleri basınç tarafından biraz etkilendir. Bu yüzden, bir sıvının basıncı genellikle bir göstergeç değeri olarak ifade edilir. Sıvılar için mutlak basınçları kullanışta küçük bir noktaya dikkat edilebilir çünkü, örneğin, atmosferik basıncın eklenilmesi her iki tarafta birbirini yokedecektir. Bununla beraber, bir sıvının mutlak basıncı, sıvı buharlaşma noktasında olduğu zaman önemli olabilir. Konularımızda görülen basınç değerlerinin, mutlak değerler olduğu kesin olarak belirtilmedikçe, göstergeç basınçları olacağı anlaşılabilecektir.

Şimdi bazı basınç ölçme araçlarına görelim.

2.3.1 Barometre

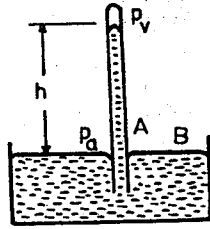
Bir sıvı sütunu (kolonu) yüksekliği ile tabanındaki basınç arasında, basit bir bağıntı ($p + \rho gz = \text{sbt}$) olduğunu daha önce görmüştük. Gerçekten, bir sıvının basıncı atmosfer basıncından biraz daha büyük ise, basıncı ölçmenin basit bir yolu, Şekil 2.2 de gösterildiği gibi bir piyezometre tübündeki serbest yüzey yüksekliğini belirlemek olacaktır. Eğer yeterince uzun bir piyezometre tübü tepe noktasında kapatılır ve sıvı yüzeyi yukarısındaki ortam (boşluk) tam bir vakum olursa, sütun yüksekliği tabandaki sıvının mutlak basıncına karşılık gelecektir. Bu ilke, çok iyi bili-

nen cıva barometresinde kullanılır.

Cıva, yüksek bir yoğunlukta (başlı olarak kısa bir sütunun kullanılması için büyük bir avantaj sağlar) ve aynı zamanda normal sıcaklıklarda çok küçük bir buharlaşma basıncına sahiptir. Tübün tepesindeki tam vakum, pratikte mümkün değildir. Hiç hava bulunmadığı zaman bile ortam (boşluk) sıvı yüzeyinden gelen buhar ile doldurulur. Cıva barometresi İtalyan Evangelista Torricelli (1608-1647) tarafından 1643 yılında bulunmuştur ve cıva yukarıdaki yaklaşık vakum genellikle Torricelli vakumu olarak bilinir. Bütün hava ve diğer yabancı maddeler cıvadan uzaklaştırılır ve cıva dolu bir cam tüp, açık ucu saf cıva içinde kalacak şekilde daldırılır. A'daki basınç (Şekil 2.5) B'deki atmosferik basınçla eşittir (burada yüzey eğriliği ihmal edilebilir) çünkü bu noktalar aynı seviyededirler ve tamamen cıva içindeki bir çizgi ile bağlanmıştır. Bu nedenle, Denk.2.3'e göre

$$p_a = p_v + \rho g h$$

olur. Burada p_a atmosferin mutlak basıncını, ρ cıvanın yoğunluğunu ve h , A

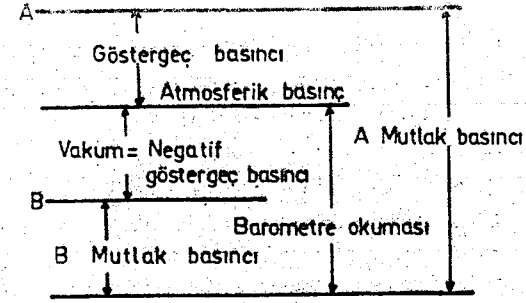


Şekil 2.5

yukarıdaki sütun yüksekliğini gösterir. Tübün tepesindeki ortamda cıva buharının basıncı p_v ile gösterilir. Bununla beraber, 20°C'de $p_v = 0,16$ Pa'dır. Deniz seviyesinde yaklaşık olarak $p_a = 10^5$ Pa alınabildiğinden p_v değeri p_a değeri yanında ihmal edilebilir. Daha sonra da

$$h = \frac{p_a}{\rho g} = \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{(13560 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ N/kg})} = 0,752 \text{ m}$$

bulunur. Hassas bir çalışma için, küçük düzeltmeler ρ 'nun sıcaklık, ska-



Şekil 2.4

Bir gazın çoğu özellikleri kendi mutlak basıncının fonksiyonlarıdır ve netice olarak mutlak basınç değerleri genellikle gazları ilgilendiren problemlerde gerekir. Yoğunlukla ölçülen, göstergeç basıncıdır ve mutlak basıncın değerini vermek için göstergeç basıncına atmosferik basınç eklenmelidir. Öteyandan, sıvıların özellikleri basınç tarafından biraz etkilenir. Bu yüzden, bir sıvının basıncı genellikle bir göstergeç değeri olarak ifade edilir. Sıvılar için mutlak basınçları kullanışta küçük bir noktaya dikkat edilebilir çünkü, örneğin, atmosferik basıncın eklenmesi her iki tarafta birbirini yokedecektir. Bununla beraber, bir sıvının mutlak basıncı, sıvı buharlaşma noktasında olduğu zaman önemli olabilir. Konularımızda görülen basınç değerlerinin, mutlak değerler olduğu kesin olarak belirtilmedikçe, göstergeç basınçları olacağı anlaşılabilecektir.

Şimdi bazı basınç ölçme araçlarını görelim.

2.3.1 Barometre

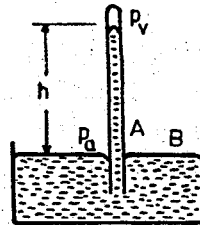
Bir sıvı sütunu (kolonu) yüksekliği ile tabanındaki basınç arasında, basit bir bağıntı ($p + \rho g z = \text{sbt}$) olduğunu daha önce görmüştük. Gerçekten, bir sıvının basıncı atmosfer basıncından biraz daha büyük ise, basıncı ölçmenin basit bir yolu, Şekil 2.2'de gösterildiği gibi bir piyezometre tübündeki serbest yüzey yüksekliğini belirlemek olacaktır. Eğer yeterince uzun bir piyezometre tübü tepe noktasında kapatılır ve sıvı yüzeyi yukarıdaki ortam (boşluk) tam bir vakum olursa, sütun yüksekliği tabandaki sıvının mutlak basıncına karşılık gelecektir. Bu ilke, çok iyi bili-

nen cıva barometresinde kullanılır.

Cıva, yüksek bir yoğunluğa (bağıl olarak kısa bir sütunun kullanılması için büyük bir avantaj sağlar) ve aynı zamanda normal sıcaklıklarda çok küçük bir buharlaşma basıncına sahiptir. Tübün tepesindeki tam vakum, pratikte mümkün değildir. Hiç hava bulunmadığı zaman bile ortam (boşluk) sıvı yüzeyinden gelen buhar ile doldurulur. Cıva barometresi İtalyan Evangelista Torricelli (1608-1647) tarafından 1643 yılında bulunmuştur ve cıva yukarıdaki yaklaşık vakum genellikle Torricelli vakumu olarak bilinir. Bütün hava ve diğer yabancı maddeler cıvadan uzaklaştırılır ve cıva dolu bir cam tüp, açık ucu saf cıva içinde kalacak şekilde daldırılır. A'daki basınç (Şekil 2.5) B'deki atmosferik basınca eşittir (burada yüzey eğriliği ihmal edilebilir) çünkü bu noktalar aynı seviyededirler ve tamamen cıva içindeki bir çizgi ile bağlanmıştır. Bu nedenle, Denk.2.3'e göre

$$p_a = p_v + \rho g h$$

olur. Burada p_a atmosferin mutlak basıncını ρ cıvanın yoğunluğunu ve h , A



Şekil 2.5

yukarıdaki sütun yüksekliğini gösterir. Tübün tepesindeki ortamda cıva buharının basıncı p_v ile gösterilir. Bununla beraber, 20°C de $p_v = 0,16 \text{ Pa}$ dır. Deniz seviyesinde yaklaşık olarak $p_a = 10^5 \text{ Pa}$ alınabildiğinden p_v değeri p_a değeri yanında ihmal edilebilir. Daha sonra da

$$h = \frac{p_a}{\rho g} = \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{(13560 \text{ kg/m}^3)(9,81 \text{ N/kg})} = 0,752 \text{ m}$$

bulunur. Hassas bir çalışma için, küçük düzeltmeler ρ nun sıcaklık, ska-

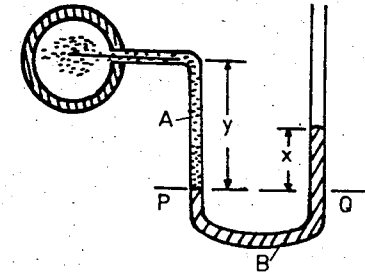
lanın (genellikle piring) termal genişlemesi ve yüzey gerilme etkileri ile değişimi için yapılmalıdır.

Cıva yerine su kullanılırsa, su yukarısında tam bir vakum elde edilebildiği varsayımı ile, su sütunun yüksekliği aşağı yukarı 10,4 m olur. Normal sıcaklıklarda, suyun buhar basıncı önemli sayılabilecek değerdedir. Böylece, örneğin 15°C de gerçek su sütunu yüksekliği 10,4 m den yaklaşık 180 mm daha az olur. Aşağı yukarı 15 mm den daha küçük çaplı bir tüp durumunda yüzey gerilmesi etkileri önemli boyuttadır.

Aneroid barometrede, yaklaşık tam vakumu bulunduran bir metal köruk, çevresindeki atmosfer basıncı değişmelerine göre genişletilir veya daraltılır. Bu olay kalibre edilmiş bir skala üzerinde hareket eden bir göstergeye uygun bir mekanik bağlantı ile iletilir.

2.3.2 Manometreler

Manometreler, belirli bir nokta ve atmosfer veya herikisi de atmosferik basınçta olmayan noktalar arasındaki basıncı ölçmek için içinde uygun bir sıvı sütunun kullanıldığı ayardır. Sıvıların küçük gösterge basıncılarını ölçmek için, basit piyezometre tüpleri (Şekil 2.2) uygun olabilir, fakat daha büyük basınçlar için bir değişiklik gerekir. Genel bir manometre tipi Şekil 2.6 da gösterildiği gibi bir düşey düzlemde yerleştirilmiş şeffaf bir U-tübü uygulaması şeklindedir.



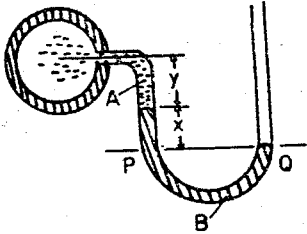
Şekil 2.6

Bu tüp, basıncı ölçülecek (A) akışkanın bulunduğu kaba veya boruya bağlanır. U-tübünün aşağı kısmı (A) ile karışmayan ve daha büyük yoğunluğa sahip bir B sıvısını bulundurmaz. Aynı akışkanın sürekli bir sahası içinde denge söz konusu olduğu zaman, basınç, yatay bir düzlemdeki herhangi iki noktada aynıdır. Bu yüzden, P ve Q noktaları B sıvısının sürekli bir sahası ile birleş-

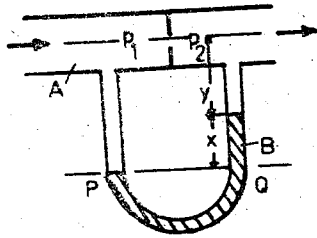
tirildiğinden, sistem dengede olduğu zaman P ve Q daki basınçlar eşittir. Boru merkezinin eksenindeki basınç p olsun. Böylece, A akışkanının sabit yoğunluklu olması şartıyla P daki basınç $p + \rho_A g y$ (Denk.2.3 den) olur. Burada, ρ_A , A akışkanının yoğunluğunu göstermektedir. Şayet U-tübünün diğer tarafı atmosfere açık ise, Q daki göstergeç basıncı $\rho_B g x$ dir. Burada, ρ_B , B sıvısının yoğunluğunu göstermektedir. Neticede,

$$p + \rho_A g y = \rho_B g x$$

olur. Eğer ρ_A, ρ_B bilinir ve y ile x ölçülür ise, p değeri hesaplanabilir. A bir gaz ise; ρ_A, ρ_B ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilir ve böylece $p = \rho_B g x$ olur. Atmosfer altındaki basınçları ölçmek için, Şekil 2.7 deki gibi bir düzenleme uygundur. Aynı ilkelere uygulanışı $p + \rho_A g y + \rho_B g x = 0$ ı verir.



Şekil 2.7



Şekil 2.8

U-tübu manometreleri, p_1 ve p_2 gibi iki bilinmeyen basınç arasındaki farkı ölçmek için de kullanılmaktadır. Şekil 2.8 böyle bir düzenlemeyi (yatay borudaki bir elemanın bir yanından diğer yanına basınç farkını ölçmek için) göstermektedir. (Akışkan, bağlantıları geçip bir manometreye akıyorken her bir bağlayıcı tüp ekseninin akış yönüne dik olması; bağlantı kenarlarının pürüzsüz olması; asıl yüzeyle aynı seviyede ve çapaklardan arınmış olması çok önemlidir. İdeal olmayan bağlantılardan ortaya çıkabilecek hataları azaltmak için, boru çevresi etrafındaki birkaç delik (basınç ölçmek için açılan delikler) bir halka sayesinde manometreye bağlanarak kullanılır. Böylece, bireysel hataların (büyük olasılıkla rastgele olanlar) birbirini yokettiği ortalama bir basınç elde edilir.) Denge için P ve Q daki

basınçların eşit olması gerektiği ilkesi yeniden uygulanırsa

$$p_1 + (y + x)\rho_A g = p_2 + \rho_A g y + \rho_B g x$$

$$p_1 - p_2 = (\rho_B - \rho_A) g x$$

bulunur. Bu basınç farkı, A akışkanının bir yük (yükseklik) farkı olarak ifade edilirse

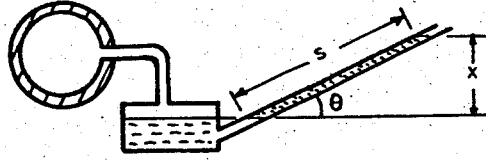
$$h_1 - h_2 = \frac{p_1 - p_2}{\rho_A g} = \left(\frac{\rho_B}{\rho_A} - 1 \right) x \quad (2.11)$$

olur. Örneğin A akışkanı su ve B akışkanı cıva ise, manometre seviyelerindeki bir x farkı su yüksekliği olarak $\{(13,56 - 1) x\}$ değerine karşılık gelir. Denk. 2.11 deki $\left\{ \left(\frac{\rho_B}{\rho_A} \right) - 1 \right\}$ yerine ρ_B / ρ_A kullanmak genel olarak yapılan hatalardan biridir. P daki basıncın, yukarıdaki A akışkan sütunu tarafından yapılan bir katkıyı bulundurduğunu unutmamak gerekir. Daha genel olarak, bir diferansiyel manometre $p + \rho g z$ piyezometrik basıncının farkını ölçer. Yalnız (1) ve (2) noktaları aynı seviyede ise, manometre okuması gerçek p basıncının farkına karşılık gelir.

U-tübu manometresinin birçok değişiklikleri (modifikasyon) özel amaçlar için geliştirilmiştir. Genel bir değiştirme, U nun bir kolunun kesimini diğerinden çok daha büyük yaparak olacaktır. Bir basınç farkı, manometrenin bir yanından diğer yanına uygulandığı zaman daha geniş koldaki sıvı yüzeyi hareketi, dar oldakine göre karşılaştırma yapıldığında, pratik olarak ihmal edilebilir. Eğer geniş koldaki yüzey seviyesi sabit kabul edilirse yalnız dar koldaki sıvı yüksekliğini (tepesi içbükey veya dışbükey duran sıvı sütunu yüksekliği) ölçmeye ihtiyaç duyulacak ve yalnız bu kolun şeffaf olması gerekecektir.

Hassas ölçmeler için x in uygun değerleri arzu edilir. Küçük basınç farkları için bu gibi değerler $\rho_B / \rho_A \approx 1$ olacak şekilde B sıvısını seçerek elde edilebilir. Şayet A akışkanı bir gaz ise, bu mümkün değildir ve eğimli bir manometre kullanılabilir. Örneğin, bir manometrenin şeffaf tübü düşey olarak değil yatayla bir θ açısında yerleştirilirse x seviyelerinin düşey farkına karşılık olan bir basınç farkı eğim boyunca $s = x / \sin \theta$ hareketini verir. (Şekil 2.9 a bakınız) Şayet θ küçük ise, sıvı sütunu hareketinin önemli bir büyültmesi alınabilir. Bununla beraber, 5° den daha küçük açılar genellikle tatmin edici değildir çünkü sıvı sütununun tam

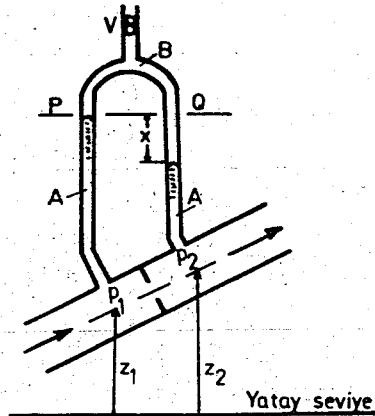
konumunu kararlaştırmak zordur. Aynı zamanda, tüp çeperlerinin mükemmel olmayan temizliği nedeniyle, yüzey gerilme kuvvetlerindeki küçük değişiklikler hassasiyeti önemli derecede etkileyebilir.



Şekil 2.9

Büyük basınç farklarını ölçmek için birkaç U-tüpü manometresi seri olarak bağlanabilir. İstenen basınç farkı, temel ilkelerin uygulaması ile hesaplanabilir: (1) dengedeki aynı akışkanın devamlı bir sahasındaki basınç yatay bir düzlemdaki herhangi iki noktada aynıdır; (2) sabit yoğunluklu homojen bir akışkan için hidrostatik denklem ($p + \rho gz$) sabittir.

Sıvılarda küçük basınç farklarını ölçmek için genellikle tersine çevrilmiş bir U-tüpü manometresi (Şekil 2.10 da gösterildiği gibi) kullanılır. Burada $\rho_B < \rho_A$ dır ve dengedeki akışkan ise yukarıda olmalıdır. Bu yüzden PQ çizgisi daha yüksek sıvı sütunu seviyesinde alınır. P ve Q daki basınçları eşitleyerek kolaylıkla gösterilebilir ki, düşey bir düzlemdaki



Şekil 2.10

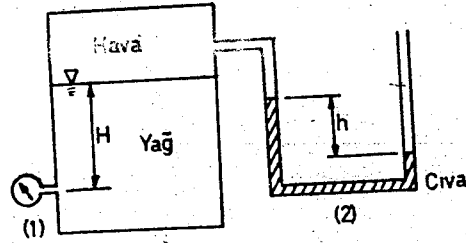
manometre için, $p_1^* - p_2^* = (\rho_A - \rho_B) gx$ olur. Burada p^* , $p + \rho_A gz$ piyezometrik basıncını göstermektedir. Şayet $(\rho_A - \rho_B)$ yeterince küçük ise büyük bir x değeri küçük bir $(p_1^* - p_2^*)$ değeri için elde edilebilir. Bu nedenle, benzer yoğunluklu sıvılar arasındaki arayüz, yüzey gerilmesindeki değişimlere ve bunun sonucundada yağ ve diğer pisliklerin varlığına çok hassastır. B akışkanı olarak hava kullanılabilir. Hava, sıvı sütunları uygun bir seviyede oluncaya kadar manometre üstündeki V vanasından basılabilir. Şüphesiz, böylece ρ_B , ρ_A ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilir.

Manometrelerin kullanışında belirli pratik düşünceler ortaya çıkar.

(1) Sıvıların yoğunlukları sıcaklığa bağımlı olduğundan, hassas sonuçlar için sıvıların sıcaklığı bilinmelidir. (2) Bazı sıvılar, bozuk sıvı sütunları verir. (3) Sıvı sütunlarının salınımları (değişimleri) hassasiyeti azaltır. Bu gibi hareketler denge şartları altında basınca etkimeyen manometre bağlantılarında sınırlamalar (örneğin, küçük çaplı boru uzunlukları gibi) ile azaltılabilir. (4) Bağlayıcı tüplerdeki akışkanın yoğunluğu üniform olmalıdır. Örneğin, su, hava kabarcıklarını veya hava, su damlacıklarını bulundurmamalıdır. Bağlayıcı tüplerin yerleştirilmesi hava kabarcıklarını tutma olasılığını minimuma düşürecek şekilde olmalı ve manometre kullanılmadan önce bağlantı tüplerini temizlemek için aygıtlar sağlanmalıdır. Böylece, basınç farkının sıfıra düşürüldüğü ve sıfır okumasının kontrol edilebildiği bir vana gerekir. (5) Çapı yaklaşık 15 mm den küçük olan tüplerde yüzey gerilmesi etkileri önemli olabilir ve sıvı sütunu doğru konumundan ya aşağıya ya da yukarıda olabilir. Örneğin, 6 mm çapındaki düşey, temiz bir cam tübündeki saf su için kılcal yükselme yaklaşık 5 mm dir. Cıva için buna karşılık gelen alçalma yaklaşık 1,25 mm dir. Bununla beraber, pratikte kullanılan tüpler belirsiz temizlik derecesinde olduğundan yüzey gerilmesi etkilerine izin verilmemesi gerekebilir. Bu etkiler, örneğin, kolları eşit çap ve temizlikte olan veya ölçmelerin bir üniform tüpteki tek bir sıvı sütunu hareketinden yapıldığı U-tüpü manometresinde gözönüne alınmayabilir. Yağ çözücüsü olan alkol tübün temizliğine daha az hassastır ve genellikle manometrelerdeki suya göre tercih edilir.

ÖRNEK PROBLEM 2.2

İçinde yoğunluğu 750 kg/m^3 olan bir yağ bulunan şekildeki depoya (1) madeni manometresi ile (2) civalı manometresi bağlanmıştır. Yağın üst kısmında hava vardır. Civalı manometrede okunan seviye farkı $h = 500 \text{ mm}$ cıva yüksekliğidir. Buna göre (1) manometresinin göstereceği değeri Pa ve metre su yüksekliği cinsinden bulunuz. $H = 350 \text{ cm}$ dir.



ÇÖZÜM

$$p_1 = \rho_y g H + \rho_h g a + \rho_c g h = p_{atm}$$

$$\rho_h \approx 0, \quad (p_{atm})_{\text{efektif}} = 0 \text{ alınırsa}$$

$$p_1 = \rho_y g H - \rho_c g h$$

$$\text{yazılır. } \rho_c = 13600 \text{ kg/m}^3 \text{ denirse}$$

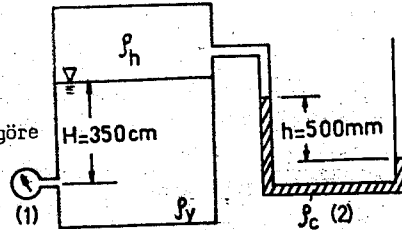
$$p_1 = 750 \times 9,81 \times 3,50 - 13600 \times 9,81 \times 0,5$$

$$p_1 \approx -41000 \text{ Pa}$$

ve

$$10^5 \text{ Pa} \approx 10,2 \text{ msy olduğuna göre}$$

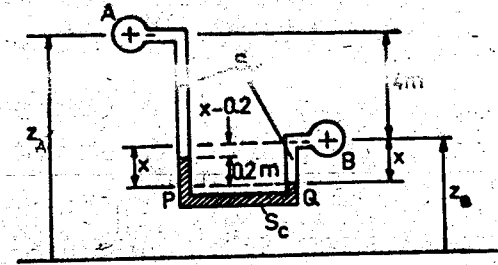
$$\frac{p_1}{\rho_y g} = -4,18 \text{ msy bulunur.}$$



ÖRNEK PROBLEM 2.3

Bağıl yoğunluğu 13,6 olan cıvayı ihtiva eden bir U-tübü manometresi iki küçük kaba bağlıdır ve bağlayıcı tübler bağıl yoğunluğu 0,9 olan yağ ile doludur. Daha yüksek basınçtaki kap yükseklik olarak diğerinden 4 m daha aşağıdadır. Sütunlar arasındaki seviyede daimi fark 20 cm olduğu zaman kaplar arasındaki basınç farkı ne olur? Piyezometrik yükseklik farkı nedir?

ÇÖZÜM



$$p_A = p_B \text{ bağıntısından}$$

$$p_A + s_y \rho g (4 + x - 0,2) + s_c \rho g (0,2) = p_B + s_y \rho g (x)$$

$$\rho g \{ 3,8 s_y + 0,2 s_c \} = p_B - p_A \text{ yazılır.}$$

Değerler yerine konursa,

$$10^3 \times 9,81 (3,8 \times 0,9 + 0,2 \times 13,6) = p_B - p_A = 60233 \text{ Pa}$$

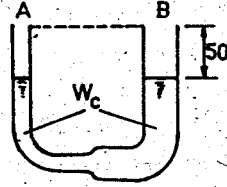
$$\frac{p_B - p_A}{s_y \rho g} = \left(\frac{p_B}{s_y \rho g} + z_B \right) - \left(\frac{p_A}{s_y \rho g} + z_A \right)$$

$$= \frac{p_B - p_A}{s_y \rho g} - (z_A - z_B)$$

$$= \frac{60233}{0,9 \times 10^3 \times 9,81} - 4 = 2,82 \text{ m elde edilir.}$$

ÖRNEK PROBLEM 2.4

Şekilde görülen U borusunun içindeki cıva seviyesi başlangıçta boru üst seviyesinden 50 cm aşağıda bulunmaktadır. A₂ kolonunun iç kesit alanı 1 cm², B kolonunun ise 2 cm² dir. B kolonuna ilave edilebilecek maksimum su hacmi kaç cm³ olabilir? Suyun özgül ağırlığı $w_s = 9,81 \times 10^3 \text{ N/m}^3$, cıvanın özgül ağırlığı, $w_c = 9,81 \times 13,6 \times 10^3 \text{ N/m}^3$ dür.



ÇÖZÜM

B kolunu dolduğunda denge düşünülürse PQ seviyesinde basınç aynı değerde olacaktır : $a w_s = (a - b) w_c$

$$b \text{ çözümlürse, } b = \left(1 - \frac{w_s}{w_c}\right) a = \frac{12,6}{13,6} a \quad (1)$$

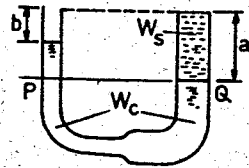
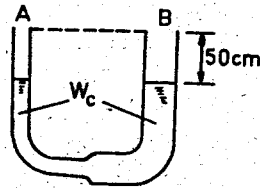
olur. B kolonundan eksilen cıva A kolonuna geçeceğinden

$$(a - 50) 2 = (50 - b) 1$$

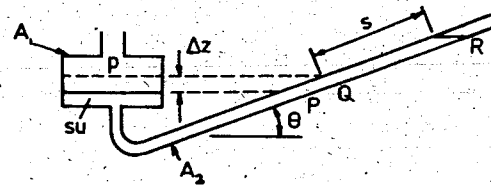
$$2a = 150 - b \quad (2)$$

yazılır. (1) ve (2) den $a = 51,2 \text{ cm}$ olur.

Su hacmi $= 2 \times 51,2 = 102,4 \text{ cm}^3$ bulunur.



ÖRNEK PROBLEM 2.5



Şekildeki eğik mikromanometrede maksimum 10 mm su yüksekliğinde bir basıncın ölçülmesi söz konusudur. Eğik kol üzerindeki mili-

metrik cétvelde yapılan okumaların hatası (ds) $\pm 0,5$ olabilmektedir. Hazne kesit alanı $A_1 = 6 \text{ cm}^2$, boru kesit alanı $A_2 = 0,5 \text{ cm}^2$ olduğuna göre ölçme hatası (dp/p) sınırının 0,03 ü geçmemesi için eğik kola verilmesi gereken θ eğiklik açısını bulunuz.

ÇÖZÜM

Hazneye (p) basıncı uygulanınca haznede (Δz) kadar alçalma olacak ve koldaki su seviyesi (s) kadar eğik olarak hareket edecektir.

Bu anda denge şartı :

$$p = \rho g \Delta z + \rho g s \sin \theta$$

$$\frac{p}{\rho g} = \Delta z + s \sin \theta$$

Süreklilikten, $\Delta z \cdot A_1 = s \cdot A_2$ dir.

$$p = \rho g \frac{A_2}{A_1} s + \rho g s \sin \theta = \left(\frac{A_2}{A_1} + \sin \theta \right) s \rho g$$

(s) de yapılan küçük (ds) hatasının (p) büyüklüğüne etkisi, türev alınarak

$$dp = \left(\frac{A_2}{A_1} + \sin \theta \right) ds \rho g \text{ yazılır.}$$

Bağıl hatayı bulmak için iki taraf (p) ye bölünürse

$$\frac{dp}{p} = \left(\frac{A_2}{A_1} + \sin \theta \right) \frac{ds}{p / \rho g} \text{ elde edilir.}$$

$$\frac{p}{\rho g} = 10 \text{ mm sy, } A_2/A_1 = 1/12, ds = 0,5 \text{ mm, } dp/p = 0,03$$

yerlerine konursa $\sin \theta = 0,4$

$$\theta \approx 22^\circ \text{ elde edilir.}$$

2.3.2.1 Mikro-manometreler

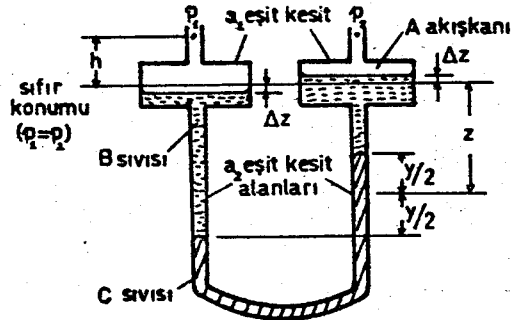
Çok küçük basınç farklarının ölçülmesi için birçok özel manometreler geliştirilmiştir. Bazı aygıtlar, okuma hassasiyetini arttırmak için kullanılabilir. Örneğin, bir sıvı sütunu, yatay bir çapraz tel bulunan küçük bir teleskop ile gözetlenebilir ve aygıt bir mikrometre skalası

ile yavaş hareketli bir vida sayesinde yükseltilebilir veya alçaltılabilir. Veya bir sıvının yüzeyinde yüzen bir skala optik olarak büyültülebilir.

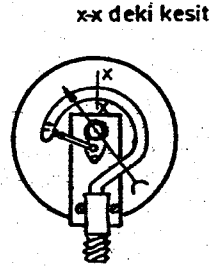
U-tübünde ilâve göstergeç sıvısı kullanılırsa büyük bir sıvı sütunu seviyesi küçük bir basınç farkı sayesinde meydana getirilebilir. Örnek bir düzen, Şekil 2.11 de gösterilmiştir. Uygun denge denklemi aşağıdaki gibi olur.

$$p_1 + \rho_A g (h + \Delta z) + \rho_B g (z - \Delta z + \frac{y}{2})$$

$$= p_2 + \rho_A g (h - \Delta z) + \rho_B g (z + \Delta z - \frac{y}{2}) + \rho_C g y \quad (2.12)$$



Şekil 2.11



Şekil 2.12

Herbir taraftaki B sıvısı miktarı sabit kalır. Bu yüzden

$$a_1 \Delta z = a_2 \frac{y}{2} \quad (2.13)$$

olur. Denk. 2.12 de Δz için yerine konursa

$$p_1 - p_2 = g y \left\{ \rho_C - \rho_B \left(1 - \frac{a_2}{a_1} \right) - \rho_A \frac{a_2}{a_1} \right\}$$

elde edilir. a_2 , a_1 ile karşılaştırıldığında genellikle küçük olduğundan $p_1 - p_2 \approx (\rho_C - \rho_B) g y$ olur ve böylece ρ_C ve ρ_B çok yakın değerlerde iseler uygun bir y değeri küçük bir basınç farkı için elde edilebilir.

Chattock, Small ve Krell tarafından geliştirilen mikromanetreler 0,002 mm su yüksekliğinden daha küçük basınç farklarını ölçebilir. Bunların dezavantajı okuma yapılması için uzun zaman gerektirmesidir. Neticede, yalnız tamamen kararlı (düzgün) basınçlar için uygundur.

2.3.3 Bourdon Göstergesi

Yüksek hassasiyetin istenilmediği yerlerde basınç farkı elastik bir katının şekil değiştirmesi ile belirtilebilir. Örneğin, bir motor ibresinde ölçülecek basınç, küçük bir pistonun bir tarafına etkir. Diğer taraf ise atmosferik basınç etkisi altındadır. Bu basınçlar arasındaki fark, kalibre edilmiş bir yayın direncine karşı pistonun hareketi sayesinde belirlenir. Aneroid barometre ilkesi, atmosferik basınçtan başka basınçların ölçülmesi için de uygulanabilir. Çok genel basınç göstergesi tipi (bir bütün, yeterince kuvvetli ve kullanışı basit) Eugène Bourdon (1808-1884) tarafından bulunandır. Eliptik kesitli eğrilmiş bir tüp ucundan kapatılır (bu uç hareket etmesi için serbesttir) fakat diğer uç (akışkanın girdiği yer) Şekil 2.12 de gösterildiği gibi çerçeveye rijid (katı) olarak tesbit edilmiştir. Tüp içindeki basınç dışarıdaki basıncı (bu genellikle atmosferik basınçtır) geçerse kesit dairesel olmaya eğilim gösterir ve neticesinde tübün yavaşça düzelmesine neden olur. Tübün serbest ucunun hareketi, skala üzerinde hareket eden bir iğneye uygun bir mekanik bağlantı ile iletilir. Tübün içindeki basınç yöresel atmosferik basınca eşit olduğu zaman, şüphesiz sıfır okuması elde edilir. Uygun sertlikte tüpler kullanarak geniş bir basınç değişimi için göstergeler yapılabilir. Bununla beraber, eğer maksimumdan daha yüksek bir basınç (yalnız anı olarak olsa bile) tübe uygulanırsa, tüp kendi elastik limitinin ötesine gerilebilir ve göstergenin kalibrasyonu geçersiz olabilir.

Bir katının elastik özelliklerine bağımlı olan bütün göstergeler kalibrasyon ister. Küçük basınçlarda kalibrasyon bir cıva sütunu kullanarak yapılabilir. Daha yüksek basınçlar için kalibre edici standart basınç, bilinen bir piston alanı üzerine aşağıya doğru bir kuvvet uygulayan bilinen büyüklükteki ağırlıklar tarafından meydana getirilir.

2.3.4 Basınç Göstergesinin Diğer Tipleri

Çok yüksek basınçlar için piyazo-elektrik göstergeler kullanılır. Diğer göstergeler, çok yüksek basınçlar altındaki metaller tarafından açığa çıkarılan elektriksel direnç artmasını kullanır. Hareket

eden kısımları olmadığından bu elektriksel göstergeler basınç değişmelerine pratik olarak aniden karşılık verir.

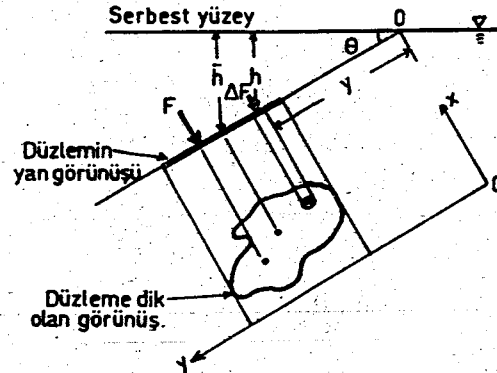
Bir "basınç ileticisi = transducer" içindeki akışkan basıncı ince bir diyaframın bir tarafına etkir. Basınç değişmelerinin yarattığı diyafram hareketleri, diyafram üzerinde bir elektriksel gerilme göstergesi tarafından belirtilir. Hareket eden diyafram ve tesbit edilen bir levha arasındaki elektriksel kapasitans değişimi ölçülebilir.

2.4 Dalmış Yüzeylere Uygulanan Hidrostatik Kuvvetler

Akışkanın basıncı, akışkan ile temasta olan herhangi bir yüzeyin her kısmında görülecek bir kuvvete neden olur. Alan üzerinde dağılmış bireysel kuvvetler genellikle bir bileşkeye sahiptir ve bu bileşkenin büyüklüğünün, yönünün ve konumunun belirlenmesi önemlidir. Bir düzleminde akışkanın dengede olduğu yatay yüzeyde problem basittir. Basınç, düzlem üzerinde değişmez ve toplam kuvvet basınç ve alanın çarpımı ile verilir. Yönü düzleme diktir (üst yüzeyde aşağıya doğru, alt yüzeyde yukarı doğru) ve konumu düzlem merkezindedir. Fakat, yüzey yatay değil ise, basınç genellikle yüzeyin bir noktasından diğerine değişir ve toplam kuvvetin hesabı biraz daha zorlaşır.

2.4.1 Bir Düzlem Yüzeye Uygulanan Kuvvet

Şekil 2.13, dengede olan bir sıvıda tamamen dalmış bir düzlem yüzeyi göstermektedir. Yüzey düzlemi yatayla bir θ açısı yapmaktadır ve bu



Şekil 2.13

düzlemin serbest yüzey düzlemi ile arakesimi x eksenini olarak alınmıştır. y eksenini ise eğimli düzlem boyunca alınmıştır. Herbir alan elemanı sıvının basıncı nedeniyle bir kuvvet etkisi altındadır. Serbest yüzeyden h derinliğinde bulunan bir ΔA alan elemanında göstergesi basıncı $p = \rho g h$ şeklindedir ve böylece kuvvet

$$\Delta F = p \Delta A = \rho g h \Delta A + \rho g y \sin \theta \Delta A \quad (2.14)$$

olur. Akışkan, düzleme bağıl olarak hareket etmediğinden kayma gerilmeleri yoktur. Böylece, kuvvet elemana diktir ve yüzey düzlem olduğundan bütün elemansal kuvvetler paraleldir. Bu yüzden, düzlemin bir tarafındaki toplam kuvvet

$$F = \int_A \rho g y \sin \theta \, dA = \rho g \sin \theta \int_A y \, dA$$

olur. Fakat $\int_A y \, dA$ x eksenine göre alanın birinci momentidir ve $A \bar{y}$ ile gösterilebilir. Burada, A toplam alanı ve $(\bar{x}, \bar{y})$ C alan merkezinin konumudur (Ek 2 ye bakınız). Neticede

$$F = \rho g \sin \theta \, A \bar{y} = \rho g A \bar{h} \quad (2.15)$$

olur. $\rho g \bar{h}$, merkezdeki basınçtır ve düzlemin eğimi ne olursa olsun, statik (duran) akışkanın düzlem üzerine uyguladığı toplam kuvvet, alan ile merkezdeki basıncın çarpımına eşittir. Akışkan, gerçekte, serbest bir yüzeye sahiptir veya değildir önem taşımaz. Dengedeki üniform yoğunluklu bir akışkan için her ne kadar basınç meydana getirilse sonuç olarak doğrudur.

2.4.1.1 Bir Düzlem Yüzeyde Basınç (İtme) Merkezi

Toplam kuvvetin büyüklüğüne ek olarak kuvvetin etki çizgisini bilmek gereklidir. Bütün elemansal kuvvetler düzleme dik olduğundan, toplamları da düzleme diktir. O halde, kuvvet etki çizgisinin düzlemi kestiği noktayı kararlaştırmak mümkündür. Bu nokta, gerçi "kuvvet merkezi" daha iyi bir terim olmasına rağmen, "basınç (itme) merkezi" olarak bilinir.

Bütün bireysel kuvvetlerin toplamına eşit olan bileşke kuvvetin herhangi bir eksene göre momenti, aynı eksene göre bireysel kuvvetlerin momentleri toplamına eşit olmalıdır. Amaca en uygun olan x ve y eksenlerini seçelim. Denk. 2.14 e göre alan elemanı üzerine etkiyen kuvvet $\rho g y \sin \theta \Delta A$ dır ve bu kuvvetin Ox eksenine göre momenti $\rho g y^2 \sin \theta \Delta A$ olur. P basınç merkezini (x', y') de alalım. Böylece, Ox eksenine göre toplam moment

$$F y' = \int_A \rho g y^2 \sin \theta dA$$

olur. Denk. 2.15 deki F toplam kuvveti yerine konursa

$$y' = \frac{\rho g \sin \theta \int_A y^2 dA}{\rho g \sin \theta A \bar{y}} = \frac{(A k^2)_{Ox}}{A \bar{y}} \quad (2.16)$$

elde edilir. Burada, $(A k^2)_{Ox}$ Ox eksenine göre alanın ikinci momentidir (Ek 2 ye bakınız). Başka bir deyişle, basınç merkezinin eğim derinliği (yani düzlemden aşağıya ölçülen derinlik)

Serbest yüzey düzlemi ile alan düzleminin arakesimine göre alanın ikinci momenti

Serbest yüzey düzlemi ile alan düzleminin arakesimine göre alanın birinci momenti

oranına eşittir.

Basınç merkezi daima ağırlık merkezinden daha aşağıdadır (yüzeyin yatay olduğu durumlar hariç). Paralel eksen teoreminden (Ek 2 ye bakınız)

$$(A k^2)_{Ox} = (A k^2)_C + A \bar{y}^2$$

şeklindedir ve böylece Denk. 2.16

$$y' = \frac{(A k^2)_C + A \bar{y}^2}{A \bar{y}} = \bar{y} + \frac{(A k^2)_C}{A \bar{y}} \quad (2.17)$$

olur. Alanın ikinci momenti daima pozitif olduğundan $y' > \bar{y}$ dir.

Yüzey daha derinlere daldırılırsa (yani $\bar{y}$ değeri daha büyük yapılırsa) Denk. 2.17 deki son terim tarafından yapılan etki daha küçüktür ve basınç merkezi ağırlık merkezine daha yakındır. Çünkü derinlik artarken basınç daha büyük olduğundan $(A k^2)_C / A \bar{y}$ teriminin verilen bir alan üzerindeki değişimi orantıda daha küçük olur. Bu durum basınç dağılımını daha üniform yapar. Neticede, basınç değişiminin ihmal edilebileceği yerlerde basınç merkezi yaklaşık olarak ağırlık merkezinde alınabilir. Eğer derinlik çok büyük ve alan küçük ise bu yalnız sıvılarda ve gazlarda (çünkü gazlarda basınç derinlik ile çok az değişir) uygulanabilir.

Önemle üzerinde durmak gerekir ki 2.16 ve 2.17 bağıntıları serbest yüzey seviyesinden düzlemin aşağısına ölçülen basınç merkezine olan uzaklığı verir ve düşey olarak değildir.

Basınç merkezinin x koordinatı Oy eksenine göre momentler olarak bulunabilir. Böylece ΔF nin momenti $\rho g y \sin \theta \Delta A x$ ve toplam moment

$$F x' = \int_A \rho g x y \sin \theta dA = \rho g \sin \theta \int_A x y dA$$

ve

$$x' = \frac{\int_A x y dA}{A \bar{y}} \quad (2.18)$$

olur.

Alan y yönünde bir simetri eksenine sahip olduğu zaman bu eksen Oy olarak alınabilir ve neticede $\int_A x y dA$ sıfırdır. Başka bir deyişle, basınç merkezi simetri eksenini üzerindedir. Denk. 2.16 ve 2.18 den görüleceği gibi basınç merkezi konumu θ açısından ve akışkanın yoğunluğundan bağımsızdır. Bununla beraber, sabit bir ρ değeri kullanıldığından bağıntılar yalnız homojen bir akışkan için geçerlidir.

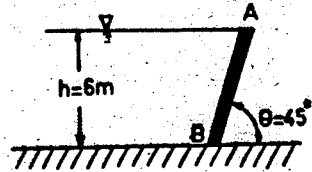
Şekil 2.13 de gösterilen ihmal edilebilir düzlem tabaka kalınlığı için, eğer her iki yüzey akışkan ile temasta ise, bir yüzeyin üzerindeki kuvvet diğer yüzeyin üzerindeki kuvveti tamamen dengeleyecektir. Pratik açıdan birçok durumlarda düzlemin bir yüzeyinden diğerine sürekli geçiş yoktur. Böylece, iki yüzey üzerindeki karşıt noktadaki basınçlar muhtemelen aynı değildir. Örneğin, yüzey bir tank duvarındaki batmış bir deliği kapatan bir levha yüzeyi veya her iki tarafında değişik su derinliklerine sahip olan bir kapak olabilir. Yüzey, akışkan ve atmosfer içinde yer alabilir. Bu durumda yalnız sıvı yüzeyi altındaki kısım üzerine bir hidrostatik kuvvet uygulanmış olacaktır.

Düşünülen basınçlar, göstergeç basınçları olarak ifade edilmişlerdir. Mutlak basınçları kullanmak gereksizdir. Çünkü serbest yüzeydeki atmosferik basıncın etkisi, sıvının her yerindeki göstergeç basıncına ve bu yüzden sıvı ile temastaki herhangi bir yüzey üzerindeki kuvvete üniform bir fazlalık verecektir. Normal olarak, atmosferik basınç, düzlemin diğer yüzeyine de bir üniform kuvvet uygular ve böylece atmosferik basınç bileşke net kuvvetin büyüklüğü ve konumu üzerinde hiçbir etkiye sahip değildir.

Özel olarak not edilmelidir ki toplam kuvvet basınç merkezine etkimesine rağmen büyüklüğü, alan ile merkezdeki basıncın çarpımına eşittir.

ÖRNEK PROBLEM 2.6

Şekildeki AB düzlemine gelen kuvveti ve basınç (itme) merkezinin B noktasından uzaklığını bulunuz. AB düzleminin genişliği $b = 2$ m ve suyun özgül ağırlığı $w = 9,81 \times 10^3$ N/m³ dür.



ÇÖZÜM

AB düzleminin alanı : $A = y \times b = \frac{h}{\sin \theta} \times b$

İtme kuvveti : $F = \frac{1}{2} \rho g h (y \times b)$

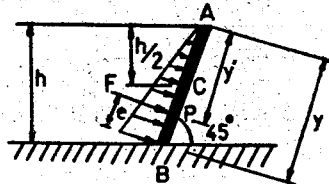
$\overline{AB} = y = \frac{h}{\sin \theta}$, $F = \frac{\rho g h^2 b}{2 \sin \theta} = \frac{10^3 \times 9,81 \times 6^2 \times 2}{2 \times 0,707}$

$F = 499000$ N

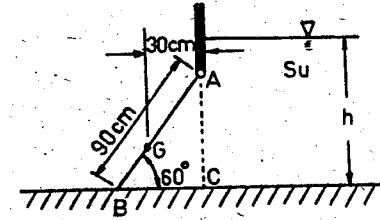
İtme Merkezi :

$e = \frac{y}{3} = \frac{h}{3 \sin \theta} = \frac{6}{3 \times 0,707} = 2,82$ m B den

veya $y' = \bar{y} + \frac{(A k^2)_c}{A \bar{y}}$ den $y' = 5,66$ m A dan



ÖRNEK PROBLEM 2.7



Şekilde gösterildiği gibi dikdörtgen bir AB kapağı A da menteşelidir ve kapağa tesbit edilen bir kütle sayesinde kapalıdır. Kapağın genişliği 120 cm ve uzunluğu 90 cm dir. Bütün kapak ve kütlelerin ağırlık merkezi G dedir ve toplam kütle 1000 kg dır. Kapağı açmaya neden olacak kapağın iç tarafındaki suyun h yüksekliğini bulunuz.

ÇÖZÜM

Kapağın düşey yüksekliği $AC = 0,9 \times \sin 60^\circ = 0,78$ m

Kapağın E alan merkezinin derinliği $= \bar{h} = h - \frac{1}{2} \times 0,78$

$\bar{h} = (h - 0,39)$ metre

Bileşke kuvvet $F = \rho g A \bar{h}$

$= 10^3 \times 9,81 \times 1,20 \times 0,90 (h - 0,39)$

$= 10,55 \times 10^3 (h - 0,39)$ Newton

Basınç merkezi derinliği $y' = \frac{H}{\sin \theta} = \frac{\bar{h}}{\sin \theta} + \frac{(A k^2)}{A \bar{h} \sin \theta}$

$H = \bar{h} + \frac{(A k^2)}{A \bar{h}} \sin^2 \theta$ olur.

$(A k^2) = \frac{b d^3}{12}$,

$A = b d$ yerine konursa

$H = (h - 0,39) + \frac{d^2}{12 (h - 0,39)} \sin^2 \theta$

ve $H = (h - 0,39) + \frac{0,81}{16 (h - 0,39)}$ metre elde edilir.

F nin A ya göre momenti = $F \times A P$

$$= F \times \frac{H - (h - 0,78)}{\sin 60^\circ}$$

$$= \frac{10,55 \times 10^3 (h - 0,39)}{\sin 60^\circ} \left\{ \frac{0,81}{16 (h - 0,39)} + 0,39 \right\} \text{ N m}$$

$$= \frac{10,55 \times 0,81}{16 \sin 60^\circ} + \frac{4,12 (h - 0,39)}{\sin 60^\circ} \text{ k N m}$$

$$= (4,77 h - 1,24) \text{ kN m}$$

$$W \text{ nin A ya göre momenti} = 9,81 \times 1000 \times 0,3$$

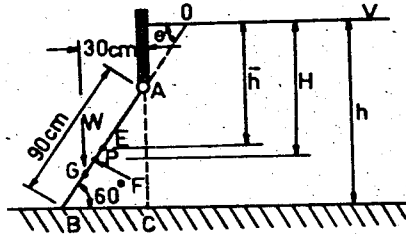
$$= 2,94 \text{ k N m}$$

kapak açılmak üzereyken

$$4,77 h - 1,24 = 2,94$$

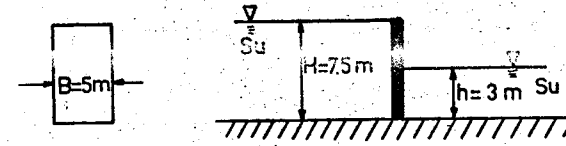
$$h = 0,88 \text{ m}$$

bulunur.



F nin A ya göre momenti = W nin A ya göre momenti olduğu zaman kapak açılmaya başlayacaktır.

ÖRNEK PROBLEM 2.8



Şekildeki B = 5 m. genişliğinde H = 7,5 m. yüksekliğinde düşey bir kapağa gelen net yatay kuvveti ve bu kuvvetin etki ettiği itme merkezinin taban göre konumunu bulunuz. Su seviyesi $h = H$ olduğu zaman itme merkezinin konumu ne olur?

ÇÖZÜM

$$A_1 = B H$$

$$F_1 = \rho g \frac{H}{2} A_1 = \frac{1}{2} \rho g B H^2$$

$$A_2 = B h$$

$$F_2 = \rho g \frac{h}{2} A_2 = \frac{1}{2} \rho g B h^2$$

Kapak tabanına göre moment alınır

$$F \times x = F_1 \frac{H}{3} - F_2 \frac{h}{3} = \frac{1}{6} \rho g B H^3 - \frac{1}{6} \rho g B h^3 \quad \text{olur.}$$

$$F = F_1 - F_2 = \frac{1}{2} \rho g B (H^2 - h^2)$$

$$x = \frac{\frac{1}{6} \rho g B (H^3 - h^3)}{\frac{1}{2} \rho g B (H^2 - h^2)} = \frac{1}{3} \frac{H^3 - h^3}{H^2 - h^2} = \frac{H^2 + Hh + h^2}{3 (H + h)}$$

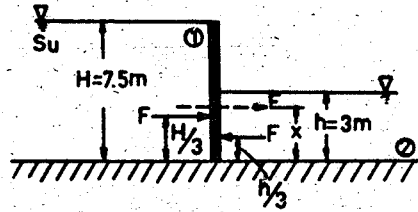
$$H = 7,5 \text{ m}, h = 3 \text{ m}; B = 5 \text{ m}, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

değerleri yerlerine konulursa:

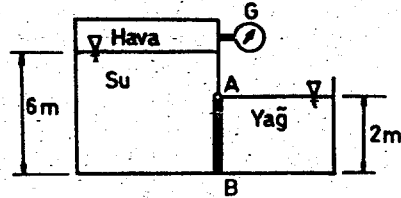
$$F = 1158 \text{ kN ve } x = 2,785 \text{ m kapak tabanından olur.}$$

$$H = h \text{ iken,}$$

$$x = \frac{1}{2} H \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK PROBLEM 2.9



Şekildeki AB dikdörtgen kapağı 1,2 m genişliğinde ve A da menteşelidir. G göstergesi - 7500 Pa'ı göstermektedir ve sağ taraftaki tankta yağın özgül ağırlığı $7,6 \times 10^3 \text{ N/m}^3$ dir. AB kapağının dengesi için B de ne kadar yatay kuvvet uygulanmalıdır?

ÇÖZÜM

Sıvılar nedeniyle kapağa etkiyen kuvvetler bulunmalı ve yerleri tespit edilmelidir. Sağ taraf için,

$$F_{\text{yağ}} = \rho_{\text{yağ}} \times A = (\rho_{\text{yağ}} g) \bar{h} A = (7,6 \times 10^3) 1 \times (2 \times 1,2)$$

$$F_{\text{yağ}} = 18240 \text{ N sola doğru etkir. } (\bar{h}, \text{ AB kapağının ağırlık merkezine olan düşey mesafedir})$$

Bu kuvvetin etkidiği basınç merkezi için,

$$y' = \bar{h} + \frac{(A k^2)}{A \bar{h}} = 1 + \frac{1,2 (2^3)/12}{(1,2 \times 2)1} = 1,33 \text{ m. A dan uzaktadır.}$$

AB kapağının sağ tarafına etkiyen basınç şiddeti; şekilde görüldüğü gibi $p = 0$ dan $p = \rho_{\text{yağ}} g h$ değerine lineer olarak değişir. ABC basınç şiddeti diyagramı bu gerçeği belirtir. ABC üçgeni için ağırlık merkezi A dan $2/3 \times 2 = 1,33 \text{ m}$ uzaklıktadır ve basınç merkezinin yukarıda bulunan değerini aynı şekilde bulmuş oluruz.

Sol taraf için, hava nedeniyle negatif basınç şiddetini eşdeğeri olarak metre su yüksekliğine dönüştürmek gerekir.

$$h = - \frac{p}{\rho_{\text{su}} g} = - \frac{7500}{10^3 \times 9,81} = - 0,76 \text{ m.}$$

(Basınç şiddetinin negatif olması, suyun 0,76 m daha

az olacağını ifade etmektedir. Gerçek yüzeyden 0,76 m aşağıda haya-
tali bir su yüzeyi (H.S.Y.) uygulanır ve asıl denklemler problemi
çözmek için kullanılır.

$$\text{Böylece, } F_{\text{su}} = p_{\text{su}} \times A = \rho_{\text{su}} g h_1 A$$

$$F_{\text{su}} = (9,81 \times 10^3) (6 - 0,76 - 2 \times 1) (2 \times 1,2)$$

$$= (9,81 \times 10^3) 4,24 \times 2,4 = 99826 \text{ N basınç merkezin-}$$

de sağa doğru etkir.

$$\text{Dalmış dikdörtgen alan için, } y_1' = h_1 + \frac{(A k^2)}{A h_1}$$

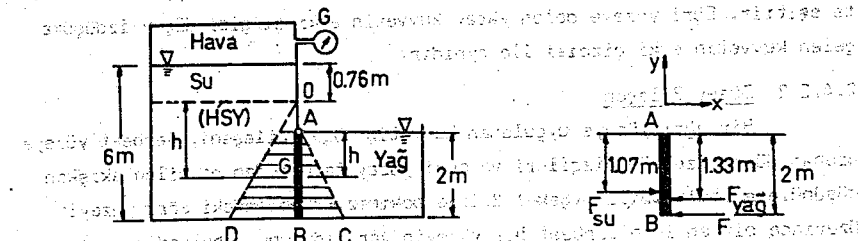
$$= 4,24 + \frac{1,2 (2^3)/12}{(2 \times 1,2)} = 4,24$$

$y_1' = 4,31 \text{ m. 0 dan uzaklıktadır. Ve-}$
ya basınç merkezi, $(4,31 - 3,24) = 1,07 \text{ m. A dan uzaklıktadır.}$

AB kapağının serbest cisim diyagramı etkiyen kuvvetleri göstermek-
tedir. A'ya göre momentlerin toplamı sıfıra eşit olmalıdır. Saat
yönünü (+) alarak,

$$18240 \times 1,33 + 2 F_{\text{su}} - 99826 \times 1,07 = 0$$

$F_{\text{su}} = 41277 \text{ N bulunur. (Sola doğru etkir.)}$

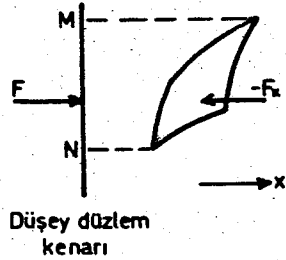


2.4.2 Eğri Yüzeylere Uygulanan Hidrostatik Kuvvetler (Katılaştırma İlkesi)

Bir eğri yüzeydeki elemanlara uygulanan $p \Delta A$ kuvvetleri yön olarak fark gösterir ve bu yüzden basit bir toplamı yapılamaz. Bunun yerine, belirli yönlerdeki bileşke kuvvetler bulunur ve bu kuvvetler vektörel olarak toplanır. Toplam kuvvetin yatay ve düşey bileşenlerini hesaplamak en basit metodlardan biridir.

2.4.2.1 Yatay Bileşen

Herhangi bir eğri yüzey düşey bir düzlem üzerine izdüşürülebilir. Örneğin, Şekil 2.14 de gösterilen eğri yüzeyi ele alalım.



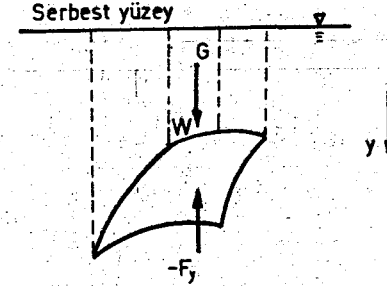
Şekil 2.14

Eğrinin düşey düzlem üzerindeki izdüşümü MN çizgisi ile belirtilir ve yatay izdüşüm çizgileri x yönünde düşünülebilir. Eğri yüzey üzerine akışkan tarafından uygulanan toplam kuvvetin x yönündeki bileşenine F_x diyelim. Newton'un Üçüncü Kanununa göre yüzey akışkan üzerine bir $-F_x$ kuvveti uygular. Eğrilmiş yüzey, izdüşüm çizgileri ve düşey düzlemle çevrili akışkanı düşünelim. Akışkan dengede ise, $-F_x$ kuvveti, düşey düzleme uygulanan F kuvveti büyüklüğüne eşit olur. Aynı zamanda iki kuvvet de ortak eksenlidir. Başka bir deyişle, $-F_x$, düşey izdüşümün basınç merkezine etkimelidir.

Bu nedenle, belli bir yüzeye herhangi bir yönde etkiyen kuvvetin yatay bileşeni, bu yüzeyin düşey eksenindeki izdüşüm yüzeyine uygulanan kuvvete eşittir. Eğri yüzeye gelen yatay kuvvetin etki çizgisi düşey izdüşüme gelen kuvvetin etki çizgisi ile aynıdır.

2.4.2.2 Düşey Bileşen

Bir eğri yüzeye uygulanan kuvvetin düşey bileşeni, serbest yüzeye uzanan düşey izdüşüm çizgileri ve eğri yüzey tarafından çevrilen akışkan düşünülerek bulunabilir (Şekil 2.15 e bakınız. Problemdeki eğri yüzeyin üzerinde bir an için serbest bir yüzeyin var olduğunu kabul ediyoruz). Bu hacmin kenarları düşey olduğundan, eğer akışkan dengede ise kenarlara etkiyen kuvvetler her yerde yatay olmalıdır. Eğer serbest yüzeydeki basınç sıfır olarak alınırsa düşünülen hacimdeki akışkan üzerine etkiyen yalnız iki düşey kuvvet vardır.



Şekil 2.15

(1) akışkanın W ağırlığı; (2) eğik yüzeye gelen toplam kuvvetin F_y düşey bileşenine karşıt $-F_y$. Buradan $W = F_y$ bulunur. Öte yandan, W, hacimdeki akışkanın ağırlık merkezi olan G'ye etki ve denge durumunda F_y nin etki çizgisi de G den geçmelidir. Böylece, herhangi bir yüzeye etkiyen düşey kuvvet eğri yüzeyin üzerinden serbest yüzeye uzanan akışkan hacmi ağırlığına eşittir ve hacimdeki akışkanın ağırlık merkezine etkir.

Bazı örneklerde eğri yüzeyin üst tarafı değil, buna karşılık alt tarafı hidrostatik basınç etkisi altındadır. Böylece, yüzeye gelen kuvvetin düşey bileşeni yukarıya doğru etkir ve yüzeyden serbest seviyesine kadar uzanan bir hayali akışkan hacmi ağırlığına eşittir. Eğer hayali akışkan gerçekten var olsaydı, yüzeyin iki tarafındaki basınçlar benzer olacaktı ve net kuvvet sıfıra düşecekti.

Eğer serbest bir yüzey gerçekten var olmazsa, bir hayali serbest yüzey, p basıncının bilindiği herhangi bir nokta üstünde bir $p/\rho g$ yüksekliğinde düşünülebilir. Şüphesiz, hayali akışkanın yoğunluğu gerçek akışkanın yoğunluğu ile aynı olmalıdır. Öyle ki, yüzey üzerindeki basınç değişimi doğru olarak gösterilebilsin. Böylece, toplam kuvvetin düşey bileşeni, eğri yüzeyin düşey olarak yukarısındaki hayali akışkanın ağırlığına eşittir.

2.4.2.3 Bileşke Kuvvet

Toplam kuvvetin bileşenleri, ikisi yatay biri düşey karşılıklı olarak dik üç yönde düşünülür. Bu üç bileşen bir noktada kesişmeyebilir ve böylece, genellikle, tek bileşke kuvvet yoktur. Bununla beraber, birçok örnekte, iki kuvvet aynı düzlemde ve kuvvetler paralelkenar kuralı var-

dımıyla bir bileşke olarak birleştirilebilir. Yüzeyin yalnız bir yönde eğildiği yerlerde (örneğin, silindirik bir yüzeyin parçası gibi) problem, eğriliğin olmadığı kısma dik, yatay bir yön seçimi ile basitleştirilir. Böylece, yalnız bir yatay bileşen düşünülür.

Bir yüzeyin iki tarafı, üniform yoğunluklu yalnız bir akışkan ile tamamen temasta fakat bir tarafındaki serbest yüzey seviyesi diğer taraftakinden farklı ise, herhangi bir noktadaki net efektif basınç, yalnız serbest yüzey seviyelerindeki farka bağlıdır. Bu yüzden, efektif basınç alan üzerinde üniformdur; yatay ve düşey bileşenler sırasıyla düşey ve yatay izdüşümlerin ağırlık merkezlerinden geçer.

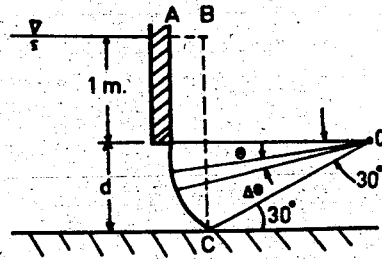
Bir düzlem yüzey, bir eğri yüzeyin özel durumu olduğundan Paragraf 2.4.1 deki sonuçlar eğri yüzeyler için uygulanan yöntemler ile elde edilmiş olabilir.

ÖRNEK PROBLEM 2.10

4 m yarıçapında, 5 m uzunluğunda bir kapak yatay bir kanaldaki su akışını kontrol etmektedir. Şekilde gösterilen denge şartları altında kapağa gelen toplam kuvveti bulunuz.

ÇÖZÜM I

Kapağın eğri yüzeyi bir silindir parçası olduğundan kapak uzunluğu boyunca suyun etkisi yoktur ve bu yüzden yatay ve düşey bileşenler diyagram düzleminde düşünülür.



Eğri yüzeyin düşey izdüşümüne suyun uyguladığı kuvvet yatay bileşendir. Bu izdüşümün d derinliği $4 \sin 30^\circ = 2$ m dir ve merkezi ise serbest yüzeyden $1 + d/2 = 2$ m aşağıdadır. Neticede,

$$\text{yatay kuvvet} = \rho g \bar{h} A$$

$$= 1000 \times 9,81 \times 2 (5 \times 2)$$

$$= 1,962 \times 10^5 \text{ N}$$

elde edilir. Etki çizgisi düşey izdüşümün basınç merkezinden, yani serbest yüzeyden bir $(A k^2)_0 / A \bar{h}$ uzaklığından geçer:

$$\frac{(A k^2)_0}{A \bar{h}} = \frac{(A k^2)_c + A \bar{h}^2}{A \bar{h}} = \frac{b d^3 / 12}{b d \bar{h}} + \bar{h}$$

$$= \frac{d^2}{12 \bar{h}} + \bar{h} = \frac{2^2}{12 \times 2} + 2 = 2,167 \text{ m}$$

Toplam kuvvetin düşey bileşeni = ABC hayali su ağırlığı

$$AB = (4 - 4 \cos 30^\circ) = 0,536 \text{ m}$$

$$\text{Düşey kuvvet} = \rho g V$$

$$= 1000 \times 9,81 \times 5 \left\{ (0,536 \times 1) + \pi \times 4^2 \times \frac{30}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \cos 30^\circ \right\}$$

$$= 6,18 \times 10^4 \text{ N}$$

ABC hayali akışkanının ağırlık merkezi BC ye göre momentler alarak bulunabilir. Bu ise BC nin soluna doğru 0,237 m olarak elde edilir.

Bileşke kuvvet büyüklüğü,

$$\left\{ (1,962 \times 10^5)^2 + (6,18 \times 10^4)^2 \right\}^{1/2} = 2,057 \times 10^5 \text{ N}$$

olup yatayla $\arctg (61800 / 196200) \approx 17,5^\circ$ yapmaktadır.

ÇÖZÜM II

O noktasından kapağı $\Delta\theta$ açısıyla gören küçük bir kapak elemanı seçelim. Bu elemana gelen kuvvet $\rho g h \Delta A$ ya eşittir ve bu kuvvetin yatay bileşeni $\rho g h \Delta A \cos \theta$ değerindedir. Şimdi

$h = (1 + 4 \sin \theta)$ ve $\Delta A = (4 \Delta\theta \times 5) = 20 \Delta\theta$ ve neticede toplam yatay bileşen = $\rho g \int h \cos \theta dA$

$$= 1000 \times 9,81 \times 20 \int_0^{\pi/6} (1 + 4 \sin \theta) \cos \theta d\theta = 1,962 \times 10^5 \text{ N}$$

bulunur. Elemana gelen kuvvetin düşey bileşeni $\rho g h \Delta A \sin \theta$ dir ve

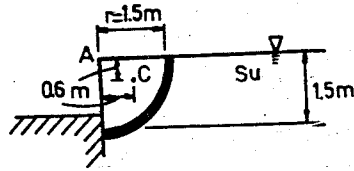
toplam düşey bileşen = $\rho g \int h \sin \theta \, dA =$

$$1000 \times 9,81 \times 20 \int_0^{\pi/6} (1 + 4 \sin \theta) \sin \theta \, d\theta = 6,18 \times 10^4 \text{ N elde edilir.}$$

Bütün elemansel kuvvetler yüzeye dik olduğundan bunların etki çizgileri 0 dan geçer ve bileşke kuvvetinin etki çizgisi de 0 dan geçmiştir.

Basınç değişimleri derinlik ile ihmal edilebildiği zaman (örneğin, akışkan bir gaz ise) herhangi bir yönde eğri yüzeye gelen kuvvetin büyüklüğü üniform basınç ile o yöne dik yüzey izdüşüm alanının çarpımına eşittir.

ÖRNEK PROBLEM 2.11



Şekilde gösterilen A noktasında mafsallı 1,5 m yarıçapında, 3 m genişliğinde bir savak kapağına denge şartları altında (su A mafsallı ile aynı seviyede) su tarafından uygulanan bileşke kuvvetin büyüklüğü ve yönü ile basınç merkezinin konumlarını bulunuz. Kapağı açmak için gerekecek döndürme momentini hesaplayınız. Kapağın ağırlık merkezi C dedir ve kütlesi 6000 kg dır.

ÇÖZÜM

$F_x = \text{Basınç} \times \text{Eğri yüzeyin AD izdüşüm alanı}$

$$= \rho g \times AD / 2 \times AD \text{ alanı}$$

$$= (9,81 \times 10^3) \times (0,75) \times (3 \times 1,5) = 33,1 \times 10^3 \text{ N}$$

$F_y = \text{ADB deki akışkan hacmi} \times \rho g$

$$= (9,81 \times 10^3) \times (3 \times \frac{\pi}{4} \times 1,5^2) = 52 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{Bileşke Kuvvet } F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(33,1 \times 10^3)^2 + (52,0 \times 10^3)^2}$$

$$F = 61600 \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{52,0}{33,1}, \quad \theta \approx 57^\circ$$

$$y = \frac{2}{3} AD = \frac{2}{3} \times 1,5 = 1 \text{ m. su seviyesinden}$$

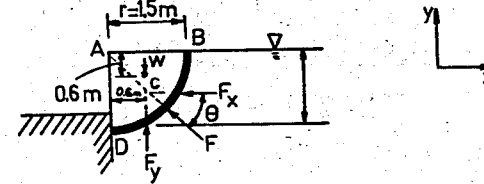
$$x' = 0,6 \text{ m.}$$

Yüzey bir silindir parçası olduğundan F, A ya etkiyecektir. Bu yüzden F, A ya göre momente sahip değildir. Döndürme momenti yalnız kapak ağırlığı nedeniyle oluşacaktır.

$$\text{Döndürme momenti} = W \times 0,6$$

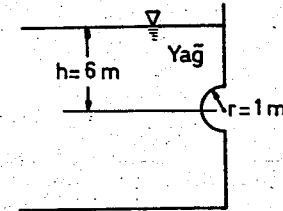
$$= (6000 \times 9,81) \times 0,6$$

$$= 35316 \text{ Nm}$$



ÖRNEK PROBLEM 2.12

Üzgöl ağırlığı $w = 8 \times 10^3 \text{ N/m}^3$ olan yağ ile dolu bir kazanın çeperinde, şekilde görüldüğü gibi yarım küre biçiminde bir çıkıntı mevcuttur. Bu duruma göre çıkıntıya gelen düşey ve yatay kuvveti bulunuz.



ÇÖZÜM

Düşey kuvvet doğrudan doğruya Archimedes ilkesinden elde edilen kaldırma kuvvetine eşittir.

$$F_y = \rho g V = \rho g \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$F_y = 8 \times 10^3 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi (1)^3$$

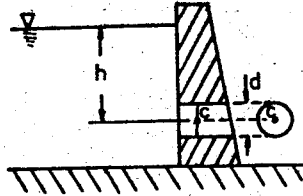
$$F_y = 16755 \text{ N}$$

Yatay kuvvet, yarım kürenin düşey düzlemdeki izdüşümü olan r yarı-
çaplı daire alanına gelen kuvvettir.

$$F_x = \rho g h A = \rho g h \pi r^2 = 8 \times 10^3 \times 6 \times \pi (1)^2$$

$$F_x = 150796 \text{ N}$$

ÖRNEK PROBLEM 2.13



$$\begin{aligned} h &= 10 \text{ m} \\ d &= 1 \text{ m} \\ g &= 9,81 \text{ m/s}^2 \\ \rho &= 1000 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

Şekilde gösterilen dairesel kesitli kelebek vanayı döndürmeye çalış-
şan momenti bulunuz.

ÇÖZÜM

Döndürmeye çalışan moment, $M = F \times e$

$$F = p A = \rho g h A$$

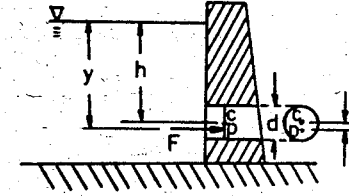
$$F = 1000 \times 9,81 \times 10 \times \frac{\pi (1)^2}{4}$$

$$F = 77047 \text{ N}$$

$$y' = \bar{y} + \frac{(A k^2)}{A \bar{y}} \text{ veya } e = \frac{(A k^2)}{A \bar{y}}$$

$$e = \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{h \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{d^2}{16 h} = \frac{(1)^2}{16 \times 10} = 6,25 \times 10^{-3} \text{ m}$$

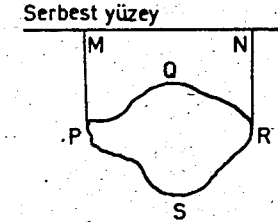
$$M = F \times e = 481,5 \text{ Nm}$$



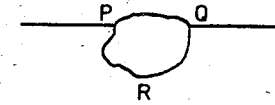
2.5 Yüzen ve Dalmış Cisimlerin Dengesi (Kaldırma Kuvveti)

Dengedeki bir akışkanın içindeki basınç derinlik ile arttığından; akışkan, tamamen veya kısmen akışkan içine dalmış herhangi bir cisim üze-
rine yukarıya doğru bir bileşke kuvvet uygular. Bu kuvvet, kaldırma kuvve-
ti olarak bilinir ve Paragraf 2.4 deki yöntemler ile bulunabilir.

Kaldırma kuvveti yatay bileşene sahip değildir. Şekil 2.16 daki PQRS -
cismini düşünelim. PSR alt yüzeyindeki yukarıya doğru kuvvet akışkanın a-
ğırlığına eşittir. Başka bir deyişle, bu kuvvet (ister gerçek ister haya-
li olsun) düşey olarak PSR yüzeyi yukarısındaki PSRNM hacmine karşılıktır.
P QR üst yüzeyindeki aşağıya doğru kuvvet, PQRNM akışkanın ağırlığına eşittir.



Şekil 2.16



Şekil 2.17

Bu yüzden, cisme akışkan tarafından yukarıya doğru uygulanan bileşke kuvvet,

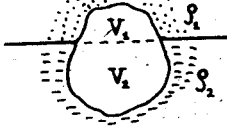
$$\left[\begin{array}{c} \text{PSRNM} \\ \text{akışkanının ağırlığı} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{PQ RNM} \\ \text{akışkanının ağırlığı} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{PQ RS} \\ \text{akışkanının ağırlığı} \end{array} \right]$$

olur. (Bu durumda not edilmelidir ki üniform yoğunluklu bir akışkana sınır-
lama yoktur).

Akışkan dengede olduğundan cismi kaldırılmış ve onun yerini akışka-
nın eşit bir hacmi almış diye düşünebiliriz. Bu ek akışkan, kendi ağırlığı-
nın etkisi ve çevredeki akışkan tarafından uygulanan kuvvetler altında den-
gede olacaktır. Bu kuvvetlerin bileşkesi (kaldırma kuvveti) cismin yerini
alan akışkan ağırlığına eşit ve karşıt olur ve aynı zamanda da akışkanın

ağırlık merkezinden geçer. Bu nokta (eğer akışkanın birim hacim için üniform ağırlıklı ise hacim merkezine karşılık gelir) "kaldırma kuvveti merkezi" olarak bilinir. Konumu, düşünülen hacmin şekline bağlıdır ve cismin merkezinden ayırt edilmelidir.

Şekil 2.17 de olduğu gibi akışkan içinde kısmen dalmış bir cisim için benzer düşünceler gösterir ki kaldırma kuvveti PQ hacmine eşit akışkanın ağırlığına karşılık gelir. Böylece, genel olarak, kaldırma kuvveti cisim üzerine akışkan tarafından uygulanan yukarıya doğru bileşke kuvvettir ve büyüklük olarak $\rho g V$ ye eşittir. Burada, ρ akışkanın ortalama yoğunluğunu ve V ise cismin batmış hacmini göstermektedir (Kısmen dalmış cisimler de yüzey gerilmesi nedeniyle düşey bir kuvvete sahip olabilir fakat, çok küçük cisimler için hariç, bu kuvvet ihmal edilebilir). Bu sonuç Archimedes ilkesi olarak bilinir.



Şekil 2.18

Bir cisim iki karışmaz sıvının her birinde kısmen dalmış olabilir (Şekil 2.18). Böylece, toplam kaldırma kuvveti $\rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2$ dir. Bununla beraber, genel olarak, V_1 ve V_2 hacimlerinin kaldırma kuvvetlerinin merkezleri aynı düşey doğrultu üzerinde değildir ve toplam kaldırma kuvveti bütün hacmin merkezinden geçmez. Aşağıdaki akışkanın bir sıvı ve yukarıdaki akışkanın bir gaz olduğu durumlarda, gaz tarafından sağlanan kaldırma kuvveti, çok hassas çalışmalarda hariç olmak üzere, ihmal edilir ve toplam kaldırma kuvvetinin V_2 hacminin merkezine etkiyen $\rho_2 g V_2$ olacağı düşünülür. Bir cisim hava içinde tartılırken atmosfer nedeniyle kaldırma kuvveti genellikle ihmal edilir (çok hassas çalışmada bir düzeltme işlemi bu etkiyi hesaba katacak şekilde uygulanabilir).

Bir cisim başka bir şekilde desteklenmez ve yalnız cismin kaldırma kuvveti ağırlığını dengelerse cisim akışkanın içinde dengededir. Kaldırma kuvveti ağırlığı aşarsa (havadaki bir balon veya su içindeki bir hava kabarcığı gibi) cisim, kendi ortalama yoğunluğu, çevresindeki akışkanın yoğunluğuna eşit oluncaya kadar yükselir. Cisim, çevresindeki akışkandan daha çok sıkışabilir ise cismin kendi ortalama yoğunluğu akışkanınkinden daha fazla azalır ve akışkanın yüzeyi kesin bir sınıra sahip olmadıkça cisim sonsuz olarak yükselir.

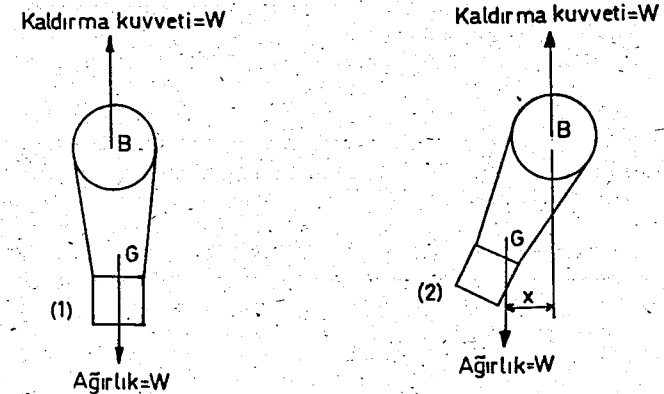
Düşey dengede olacak yüzen bir cisim için, sıvı içinde dalmış hacim tamamen cisim ağırlığına eşit bir kaldırma kuvveti sağlayacak şekilde olmalıdır.

2.6 Akışkan içindeki Serbest Cisimlerin Kararlılığı

2.6.1 Dalmış Cisimlerin Kararlılığı

Başka türlü tesbit edilmiş olmayan bir cisim için, cismin akışkan içinde yalnız yükseleceğini veya düşeceğini değil aynı zamanda cisim içinde başlangıçta düşey olan bir eksenin düşey kalıp kalmayacağını da bilmek önemlidir. Burada hareket eden bir akışkanın etkileri ile değil denge durumları ile ilgilenilecektir. Bununla beraber, üç tip dengeyi ayırt etmek gerekir. "Kararlı denge" içindeki bir cisme, eğer küçük bir yer değiştirme verilir ve ondan sonra serbest bırakılırsa, cisim orijinal (başlangıç) konumuna dönecektir. Öteyandan, eğer denge "kararsız" ise cisim orijinal konumuna dönmeyecek ve orijinal konumundan öteye hareket edecektir. "Nötral dengede", küçük bir yer değiştirme verilen ve sonra serbest bırakılan cisim ne orijinal konumuna dönecek ne de yer değiştirmesini arttıracaktır. Cisim basit olarak yeni konumuna uyacaktır.

Yalnız bir akışkan içine tamamen dalmış bir cisim için (örneğin, Şekil 2.19 da gösterilen balon ve şepeti gibi) kararlı denge şartları basittir.



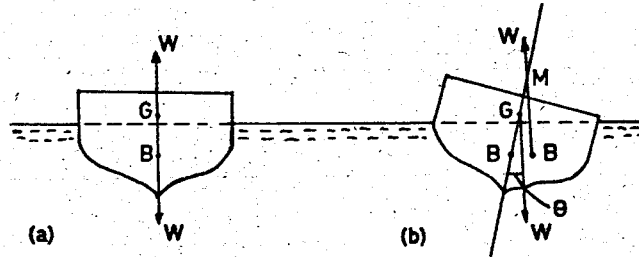
Şekil 2.19

(1) normal konumundan bir açısal yer değiştirme, sistemi (1) konumuna getirmek eğilimindeki $W \cdot x$ çiftini harekete getirir. Böylece, bu bir kararlı düzendir. Eğer G ağırlık merkezi B kaldırma kuvveti merkezinin yukarısında olursa küçük bir açısal yer değiştirmeden ortaya çıkan çift sistemin devrilmesine neden olacaktır. Bu nedenle, tamamen dalmış cisim için kararlılık şartı basit olarak G, B nin aşağısında olmalıdır şeklindedir. Şayet B ve G çakışırsa, nötral denge elde edilecektir.

2.6.2 Yüzen Cisimlerin Kararlılığı

Bir sıvı içinde yüzen bir cismin açısal kararlılığı için durum biraz daha karmaşıktır. Cisim, bir yatay eksene göre bir açısal yer değiştirmeye uğradığı zaman, genel olarak dalmış hacmin şekli değişir ve böylece kaldırma kuvveti merkezi, cisme göre hareket eder. Netice olarak, G, B nin yukarısında olsa bile kararlı denge sağlanabilir.

Şekil 2.20 (a) yüzen bir cismi (örneğin, bir gemi) denge konumunda göstermektedir.



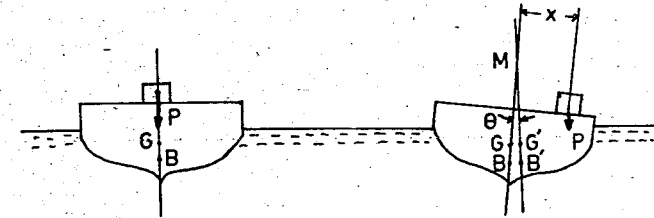
Şekil 2.20

Net kuvvet sıfırdır ve bu yüzden kaldırma kuvveti, büyüklük olarak cismin ağırlığına eşittir. Cisme etkiyen moment olmamalı ve böylece G ağırlık merkezinden yukarıya doğru düşey olarak etkiyen kaldırma kuvveti ile aynı doğrultuda olmalıdır. Cismin küçük bir θ açısal yer değiştirmeye (veya "yalpa açısı") uğradıktan sonraki durumunu Şekil 2.20 (b) göstermektedir. G ağırlık merkezi konumunun cisme göre değişmediği varsayılır. (Bu her zaman geçerli bir varsayım değildir çünkü bir gemideki bazı yükler bir açısal yer değiştirme sırasında konumunu değiştirebilir.) Bununla beraber, B kaldırma kuvveti merkezi cisme göre sabit kalmaz. Hareket sırasında, sol taraftaki dalmış hacim azalırken sağ taraftaki dalmış hacim artar ve böylece kal-

dırma kuvveti merkezi (dalmış hacim merkezi) yeni bir B' konumuna hareket eder. Her zaman düşey olan kaldırma kuvveti etki çizgisinin BG eksenini M de kestiğini düşünelim. θ nin küçük değerleri için, M noktasının konumu pratik olarak sabittir ve "kararlılık noktası = metacentre" olarak bilinir. Şekilde gösterilen cisim için, M, G nin yukarısındadır ve cismin yer değiştirdiği konumunda etkiyen moment bir "düzeltici çifttir". Başka bir deyişle, cismi orijinal konumuna geri getirmeye çalışır. Eğer M, G nin aşağısında olursa moment bir "devirici çift" ve dolayısıyla orijinal denge kararsız olacaktır.

G nin yukarısındaki kararlılık noktası uzaklığı "kararlılık noktası yüksekliği" olarak bilinir ve cismin kararlılığı için pozitif olmalıdır (yani M, G nin yukarısında). Şüphesiz, kararlılık noktası yüksekliği sıfır olur ve G ile M çakışırsa nötral denge elde edilir. Böylece, yüzen bir cisim için kararlılık basit olarak B ve G nin bağıl konumları ile belirlenemez.

Geriye getirici (düzeltici) momentin (çiftin) büyüklüğü $W \overline{GM} \sin \theta$ dir ve bu yüzden $\overline{GM}$ büyüklüğü yüzen bir cismin kararlılık ölçüsünü oluşturur. Basit bir deney $\overline{GM}$ yi belirlemek için yapılabilir. Şekil 2.21 de gösterilen teknenin kararlılık noktası yüksekliği bulunacaktır. Eğer bir P ağırlığı güvertede bir yandan bir yana hareket ettirilirse (başlangıçta yataydır) tekne küçük bir θ açısı içinde hareket eder ve yeni denge konumunda durur. Neticede, ağırlık ve kaldırma kuvveti merkezleri tekrar düşey bir doğrultu üzerindedir. Şimdi P ağırlığının bir x mesafesi içindeki hareketi, toplam ağırlık merkezinin (yani, P dahil bütün teknenin ağırlık merkezi) bir paralel yer değiştirmesi $Px = W \overline{GG'}$ olacak şekilde G den G' yedir. Burada, W, P dahil toplam ağırlıktır. Fakat $\overline{GG'} = \overline{GM} \tan \theta$ ve böylece



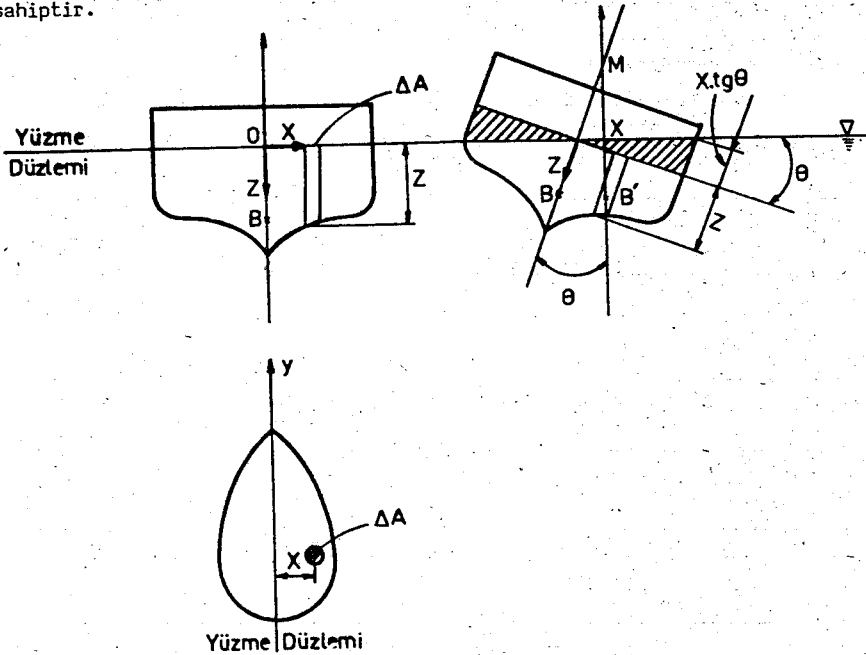
Şekil 2.21

$$\overline{GM} = \frac{P \cdot x}{W} \cot \theta \quad (2.19)$$

olur.

M noktası, yalnız küçük yalpa açıları için kararlılık noktasına karşılık olduğundan, gerçek kararlılık noktası yüksekliği $\theta \rightarrow 0$ iken $\overline{GM}$ nin limite giden değeridir. Bu, değişik θ değerleri (pozitif ve negatif) için Denk. 2.19 dan hesaplanan $\overline{GM}$ nin nominal değerleri grafiğinden belirlenebilir.

Bir tekne yapılmadan önce kararlılık noktası ve kararlılık noktası yüksekliğinin konumunu belirlemek gerekir. Bu, basitçe gemi teknesi şeklini düşünerek yapılabilir. Şekil 2.24, dönme eksenine dik içinde B kaldırma kuvveti merkezinin bulunduğu kesiti göstermektedir. Denge konumu (a) daki gibidir. Küçük bir θ açısındaki yer değiştirmeden sonra (burada açıklık kazandırmak için çok büyütülmüştür) cisim (b) de gösterilen konuma sahiptir.



Şekil 2.22

Taralı olarak gösterilen soldaki kısım sıvıdan dışarıya çıkmış, halbuki sağ taraftaki taralı kısım sıvı içine aşağıya doğru hareket etmiştir. Toplam düşey hareketin olmadığını kabul edersek, neticede düşey denge bozulmamıştır. Cismin toplam ağırlığı ve dalmış hacim değişmeden kaldığından taralı bölgelere karşılık gelen hacimler eşittir. Eğer denge ve yer değiştirme konumları için yüzme düzlemleri, düzlemlerin merkezi eksenleri

boyunca kesişirse, hacimler gene eşittir.

Koordinat eksenlerini O orijin olmak üzere seçelim. Oy, (a) ve (b) deki diyagramların düzlemine diktir. Ox orijinal yüzme düzleminde ve denge konumunda Oz düşey olarak aşağıya doğrudur. Cisim yer değiştirirken, eksenler cisim ile hareket eder. (Oy eksenini dönme sırasında kenarlara hareket edebilir. Oy kesinlikle dönme eksenidir). V dalmış hacminin, yüzme düzleminde gösterilen her bir ΔA alanı elemanlarından oluşacağı düşünülebilir. Tanımlamaya göre B kaldırma kuvveti merkezi (hacim merkezi) dalmış hacmin merkezine karşılık gelir (sıvı homojen kabul edilmiştir). x koordinatı ($\bar{x}_0$), y z düzlemine göre hacmin momentlerini alarak bulunabilir (Ek 2 ye bakınız) :

$$V \bar{x}_0 = \int (z \, dA) \, x \quad (2.20)$$

(Simetrik bir cisim için $\bar{x}_0 = 0$ dir). Yer değiştirmeden sonra, hacim merkezi, x koordinatı $\bar{x}$ olan B' de dir. Her bir hacim elemanının derinliği $z + x \, \text{tg} \theta$ olduğundan

$$V \bar{x} = \int x \, (z + x \, \text{tg} \theta) \, dA \quad (2.21)$$

elde edilir. Denk. 2.20 yi Denk. 2.21 den çıkarırsak

$$V (\bar{x} - \bar{x}_0) = \int x^2 \, \text{tg} \theta \, dA = \text{tg} \theta \, (Ak^2)_{oy}$$

bulunur. Burada, $(Ak^2)_{oy}$, Oy eksenine göre yüzme düzlemi alanının ikinci momentini göstermektedir (Şekil 2.22 (c) ye bakınız).

Fakat, küçük açısal yer değiştirmeler için, $\bar{x} - \bar{x}_0 = \overline{BM} \, \text{tg} \theta$ olur ve bu yüzden

$$V \overline{BM} = (Ak^2)_{oy}$$

veya

$$\overline{BM} = \frac{(Ak^2)_{oy}}{V}$$

$$= \frac{\text{Yalpa (dönme) eksenine göre yüzme düzlemi alanının ikinci momenti}}{\text{Dalmış hacim}} \quad (2.22)$$

şeklini alır. $\overline{BM}$ uzunluğu bazen kararlılık noktası yarıçapı olarak bilinir. Fakat bu $\overline{GM}$ kararlılık noktası yüksekliği ile karıştırılmamalıdır.

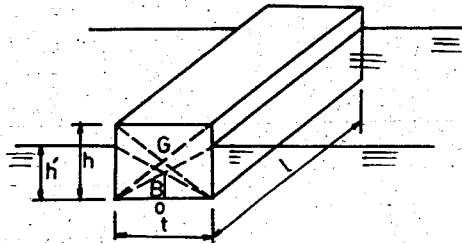
Bir geminin bir yanından diğer yanına sallanma hareketleri için, ikinci momentin alındığı merkezi eksen uzunlamasına olan eksendir. Bu yöndeki kararlılık, normal olarak çok önemlidir. Yalpalama hareketleri (yani geminin arkası yukarı, başı aşağı veya karşıtı) için, uygun eksen eğri eksendir. Genellikle, değişik yalpa (dönme) eksenlerine karşılık gelen kararlılık noktaları değişik konumlara sahiptir. B konumu, hesaplanabilir çünkü değişik seviyelerdeki gemi teknesi çizgileri normal olarak bilinir. Neticede, kararlılık noktası konumu Denk. 2.22 den bulunabilir.

Denklem, kesinlikle yalnız çok küçük açısal yerdeştirmelere uygulanır ve bu sınırlama, eğer cisim düşey kenarlara (gerçi gemiler için kenarlar genellikle su-çizgisinde yaklaşık olarak düşeydir) sahip değilse çok daha önemlidir. Sonuç, cismin "ilk" kararlılığını belirtmek için kullanılabilir. Bu, 8° ye kadar açıları kapsayan birçok hesaplar için yeterince hassastır.

Bir gemi için $\overline{BM}$ değeri şüphe yok beraberinde dalmış hacmin değiştiği bir yükleme değişimi tarafından etkilenir. Kenarlar su-çizgisinde düşey değil ise, Ak^2 değeri de gemi su içinde yükselir veya alçalırken değişebilir. Gemi inşaatçıları, tekneleri öyle dizayn etmelidir ki tekneler bütün yükleme ve hareket şartları altında kararlı olmalıdır. Bir geniş gemi eni sallanma hareketlerinde kararlılık verir çünkü $(Ak^2)_{oy}$ büyüktür ve kararlılık noktası yüksektir.

ÖRNEK PROBLEM 2.14

Bağıl yoğunluğu $s = 0,8$ olan şekildeki kalasın su üstünde kararlı olarak yüzebilmesi için t/h oranı ne olmalıdır?



ÇÖZÜM

Kalasın ağırlığı ; $W = \rho_s g V'$

$$\rho_k g h t = \rho_s g h' t$$

Archimedes ilkesine göre yazılırsa, dalmış kısmın yüksekliği :

$$h' = \frac{\rho_k}{\rho_s} h = s h = 0,8 h$$

Hacim merkezinin yüksekliği :

$$\overline{OB} = \frac{h'}{2} = \frac{0,8 h}{2} = 0,4 h$$

$\overline{BG}$ uzunluğu :

$$\overline{BG} = \overline{OG} - \overline{OB} = \frac{h}{2} - 0,4 h = 0,1 h$$

$\overline{BM}$ uzunluğu : En kritik hal olarak, kalasın su yüzeyinin en küçük alan ikinci momentini veren eksen yalpa eksenini seçilmelidir. Bu ise su yüzeyinin uzunlamasına simetri eksendir.

$$\overline{BM} = \frac{(Ak^2)_{oy}}{V'} = \frac{t^3 / 12}{0,8 h t} = \frac{t^2}{9,6 h}$$

Kararlılık şartı :

$$\overline{BM} > \overline{BG} , \quad \frac{t^2}{9,6 h} > 0,1 h$$

$$\frac{t}{h} > 0,98$$

2.6.2.1 Bir Sıvıyı İhtiva Eden Yüzen Cisimler

Yüzen bir cisim serbest yüzeyli bir sıvı taşıyorsa cisim açısal yerdeştirmeye uğradığı zaman cisimde bulunan sıvı kendi serbest yüzeyini yatay tutmak için hareket edecektir. Böylece, yüzen cismin ve bulunduğu sıvının yalnız hacim merkezi değil aynı zamanda ağırlık merkezi de hareket eder. G nin hareketi B nin hareketi gibi aynı yöndedir ve netice olarak cismin kararlılığı azalır. Bu nedenle, bir gemide taşınacak bir sıvı (örneğin, petrol) gemi içindeki hareketini minimum yapmak için ayrı bölmeler içine konulur. Küçük açısal hareketler için, efektif kararlılık

noktası yüksekliğinin her bir bölme için bir $\rho_i (Ak^2) / \rho V$ miktarı kadar azaldığı gösterilebilir. Burada, (Ak^2) , yalpa eksenine paralel merkezi eksene göre bölmedeki sıvının serbest yüzey alanının ikinci momentini, ρ_i bölme içindeki sıvının yoğunluğunu ve ρV ise tekne ve yükünün toplam kütesini göstermektedir.

2.6.2.2 Sallanma Periyodu

Denge konumundan uzaklaştırılmış yüzen bir cisim üzerine etkiyen hidrostatik kuvvetlerin oluşturduğu düzeltici $W \overline{GM} \sin \theta$ dır (Paragraf 2.6.2). Tork, atalet momenti (yani kütlenin ikinci momenti) ile açısal ivmenin çarpımına eşittir. Hidrostatik kuvvetler tarafından meydana getirilen tork (pratikte belirli miktar sıvı cisim ile hareket eder fakat bunun etkisi azdır)

$$W \overline{GM} \sin \theta = - (M k^2)_R \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

olarak yazılır. Burada, $(M k^2)_R$ cismin kendi dönme eksenine göre atalet momentini gösterir. Eksi işareti ortaya çıkar çünkü tork, θ yı azaltmak için etkir, yani $d^2 \theta / dt^2$ açısal ivmesi negatiftir. Böylece, küçük açısal hareketleri için $\sin \theta$ bir basit sarkaçta olduğu gibi $-\theta$ ile orantılıdır. Cisim içinde bağıl hareket (örneğin, bir sıvının) yok ise $(M k^2)_R$ sabittir ve eğer θ küçükse (radyan olarak $\sin \theta \approx \theta$ ise) denklem bir taraftan diğer bir tarafa ve tekrar geriye tam bir salınım olarak

$$2\pi \left\{ \frac{k_R^2}{g \overline{GM}} \right\}^{1/2} \text{ yi vermek için integre edilebilir.}$$

Şayet etkiyen tek kuvvet cismin ağırlığı ve kaldırma kuvveti ise (ikiside düşeydir) G yatay olarak hareket etmez. Bu yüzden anı dönme eksenini G deki yatay bir düzlemde uzanır. Bundan başka, Oy eksenine (Şekil 2.22 deki) göre simetrik bir cisim için anı dönme eksenini Oy deki düşey düzlem içinde uzanmalıdır. Öyle ki Oy , serbest yüzeyin dışına düşey olarak hareket etmez. Bununla birlikte, küçük açısal yer değiştirmeler için bu yatay ve düşey düzlemlerin kesim çizgisi G ye çok yakındır ve böylece dönme eksenini G den geçecek diye düşünülür. Netice olarak atalet momenti G deki bir eksen için hesaplanır.

Cismin salınımı, etrafında bir sıvı akışı ortaya çıkarır ve bu akış burada gözönüne alınmamıştır. Salınım periyodlarının kuramsal ve deneysel değerleri arasında olumlu benzerlik, gemilerin sallanma hareketleri için bulunmuştur fakat benzerlik yalpalamma hareketleri için çok iyi değildir. Şüphesiz, pratikte su içindeki viskozite, dalgalar gibi başka karışıklık-

lar yeni açısal yer değiştirmelere neden olmadıkça salınımı çabuk olarak kaldıran bir sönümlenme etkisi yaratır.

Okyanusta giden teknelerin kararlılık noktası yüksekliği, uzunlamasına bir eksene göre dönme (yalpa) için, genellikle 300 mm den 1,2 m ye mertebesinde dir. Kararlılık noktası yüksekliğini arttırma daha büyük bir kararlılık verir fakat sallanma periyodunu düşürür. Böylece, tekne, yolcular için çok rahat değildir ve yapısını bozabilecek gerilmeler altındadır. Yük teknelerinde, kararlılık noktası yüksekliği, yükleme ile değişir. Yükün konumunu ayar ederek yükseklik değeri kontrol edilebilir. Sallanma periyodunun bir kontrolü de mümkündür. Yük, merkezi çizgiden biraz daha öteye yerleştirilirse, teknenin atalet momenti ve netice olarak periyod, kararlılıktan biraz ödün vererek arttırılabilir. Öteyandan, örneğin savaş gemileri ve yarış yatlarında kararlılık daha önemlidir ve böyle tekneler daha büyük kararlılık noktası yüksekliğine sahiptir.

2.6.3 Bir Akışkanın Kararlılığı

Önceki kısımlarda, bir akışkan içine tamamen veya kısmen dalmış ayır, tanınabilir cisimlerin kararlılığını düşünmüştük. Şimdi dikkatimizi (belki düzgün olmayan ısıtma veya soğutma nedeniyle) komşu akışkanın yoğunluğundan hafifçe farklı bir yoğunluğa sahip olan akışkanın kendi kısımlarının kararlılığına vereceğiz. Bu yoğunluk farkları, hem sıvılarda hem de gazlarda sık sık karşılaşılan "konveksiyon akımlarının" nedenidir.

Örneğin, akışkanın belirli bir hacminin yalnız daha alt katmanları ısıtılırsa bir kararsız durum ortaya çıkar. Çünkü, daha ılık akışkanın bir miktarı yukarıya doğru yer değiştirirse kendini daha soğuk (ve bu yüzden daha yoğun) akışkan ile çevrilmiş bulur. Kaldırma kuvveti daha yoğun akışkanın eşit bir hacminin ağırlığına eşittir. Bu kaldırma kuvveti, yeni-ulaşan akışkanın ağırlığından daha büyük olduğundan daha ılık akışkan üzerinde yukarıya doğru etkiyen net bir kuvvet yaratır. Böylece, daha ağır akışkan, yukarıya doğru hareket etmiş olan daha az yoğun akışkanın yerini almak için aşağıya doğru akar. Neticede "serbest konveksiyon" başlamıştır.

Bununla beraber, eğer akışkanın daha alt katmanları soğutulur ise şartlar kararlıdır. Aşağıya doğru yer değiştiren akışkan daha soğuk, daha yoğun akışkan ile çevrilecektir. Bu yüzden, akışkan kendi ağırlığından daha büyük bir kaldırma kuvveti görecektir ve yukarıya doğru kendi orijinal konumuna dönecektir.

Bunun gibi hareketler atmosferde büyük bir ölçekte oluşur. Atmosferin daha alt kısmı, dünya yüzeyinin eşit olmayan ısınması nedeniyle olan

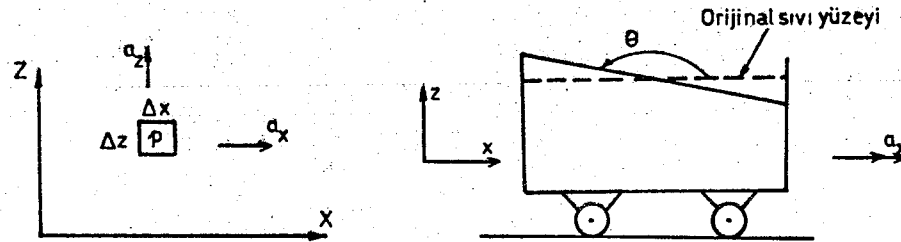
konveksiyon tarafından sürekli olarak karıştırılmaktadır. Hava, bir bölgede diğerinden daha fazla ısıtıldığı zaman, yükselir ve sonra basıncı yüksekliğin artması ile düştüğünden soğur. Hava, kötü bir ısı iletici olduğundan soğutma hemen hemen adyabatik olarak Denk 1.6 ($p/\rho^{\gamma} = \text{sabit}$) ya göre olur. Kuru bir atmosfer içindeki adyabatik sıcaklık sapma oranı yaklaşık olarak 0,01 K/m dir. (Denk 2.10 dan hesaplandı). Halbuki, doğada normal olarak bulunan sıcaklık değişimi (sapma oranı) 0,0065 K/m mertebesinde. Bu yüzden yükselen hava (adyabatik olarak soğuyan) çevresinden daha soğuk ve yoğun olur ve geriye kendi orijinal seviyesine düşmeye çalışır. Neticede, normal olarak atmosfer kararlıdır. Bununla beraber, doğal sıcaklık sapma oranı adyabatik durumu aşarsa, denge kararsız olur. (Şimşekli yıldırımlı fırtınaların nedeni olan bir durum.)

2.7 Hareket Eden Akışkanların Dengesi

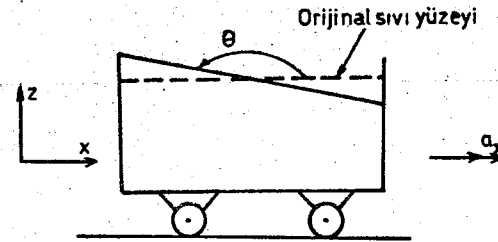
Bazı durumlarda, hidrostatik metodları (ilkeleri) hareket eden akışkanların özelliklerini incelemek için kullanılabilir. Örneğin, ilgilenilen bütün akışkan dümdüz bir doğrultuda üniform olarak hareket ederse, ivme yoktur ve kayma kuvvetleri olmayacaktır. Böylece, hareketin sonucu olarak akışkan üzerine hiçbir kuvvet etkimez ve bu şartlar altında hidrostatik denklemleri değiştirilmeden uygulanır.

İlgilenilen bütün akışkan, dümdüz bir doğrultuda üniform ivme ile gidiyorsa, hiçbir katman diğerine göre hareket etmez ve bu yüzden gene kayma kuvvetleri yoktur. Bununla beraber, ivmeye neden olacak şekilde etkileyen ek bir kuvvet vardır. Herşeye rağmen, uygun tolerans bu ek kuvvet için yapılmak şartıyla sistem hidrostatik metodları ile incelenebilir. Böyle hareket eden akışkanlar "bağıl dengede" olacaktır denilir.

Şekil 2.23 de gösterilen $\Delta x \Delta y \Delta z$ boyutlu küçük dikdörtgen akışkan elemanını düşünelim. (Δy kağıda dik olarak ölçülmektedir).



Şekil 2.23



Şekil 2.24

Merkezdeki basınç p dir ve bu nedenle sol taraftaki yüzey üzerinde ortalama basınç $p - (\partial p / \partial x) \frac{1}{2} \Delta x$ ve sağ taraftaki yüzey üzerinde ortalama basınç $p + (\partial p / \partial x) \frac{1}{2} \Delta x$ dir. Eğer akışkan bağıl denge içinde ise, olayda hiçbir kayma kuvveti olmayacaktır. Bu yüzden yatay x yönündeki net kuvvet

$$\left\{ \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \Delta x \right) - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \Delta x \right) \right\} \Delta y \Delta z = - \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$= \rho \Delta x \Delta y \Delta z a_x \quad (\text{Newton'un İkinci Kanununa göre})$$

şeklinde. Burada, ρ elemandaki akışkanın ortalama yoğunluğunu ve a_x , x yönündeki ivme bileşenini göstermektedir. Bu nedenle x yönündeki $\frac{\partial p}{\partial x}$ "basınç gradyanı (değişimi)"

$$\frac{\partial p}{\partial x} = - \rho a_x \quad (2.23)$$

olur.

Aynı şekilde, basınç nedeniyle düşey z yönündeki net kuvvet $-\frac{\partial p}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z$ ile verilir. Aşağıya doğru düşey olarak etkileyen eleman ağırlığı $\rho g \Delta x \Delta y \Delta z$ dir ve böylece

$$-\frac{\partial p}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z - \rho g \Delta x \Delta y \Delta z = \rho \Delta x \Delta y \Delta z a_z$$

$$\text{veya} \quad \frac{\partial p}{\partial z} = - \rho (g + a_z) \quad (2.24)$$

olur:

Genel olarak y yönünde de bir ivme bileşeni olacaktır ve y yönündeki uygun bir basınç gradyanı $\frac{\partial p}{\partial y} = - \rho a_y$ şeklindedir. Bununla beraber, basitlik için toplam ivmenin $x - z$ düzlemi içinde olacağını düşünebiliriz.

Denk.2.23 ve 2.24 den akışkanın her tarafındaki basınç değişimi bulunabilir. Akışkan içinde bir sabit - basınç yüzeyi (eşbasınç yüzeyi)

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial z} dz = 0$$

veya

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\partial p / \partial x}{\partial p / \partial z} = \frac{-a_x}{g + a_z} \quad (2.25)$$

bağıntılarını taşıyan bir yüzeydir. Neticede, sabit ivme için dz/dx sabittir ve bir sabit-basınç yüzey $-a_x/(g + a_z)$ değerinde x yönüne göre

sabit bir eğime sahiptir. Böyle bir yüzey $p = p_{atm}$ olan bir serbest yüzeydir. Diğer sabit-basınç düzlemleri bu yüzeye paraleldir.

Örneğin, Şekil 2.24 de gösterilen tankı düşünelim, Tank bir sıvıyı ihtiva etmektedir ve üniform a_x yatay ivmesi ile hareket etmektedir. (a_z düşey ivmesi sıfırdır). Sıvı kendini üniform şartlara ayarladıktan sonra serbest yüzey şeklinde gösterilen bir eğimde sabit şekle gelir. (Sıvının yeni konumuna hareket ediyor olduğu zaman boyunca kayma kuvvetleri görülür ve bu yüzden hidrostatik metodları uygulanamaz).

Burada, $\tan \theta = \frac{dz}{dx} = -a_x / g$ dir.

Eğer ivme yalnız düşey yönde ise, Denk. 2.25 de $dz / dx = 0$ dir ve sabit-basınç düzlemleri yataydır. Böylece, akışkan içindeki basınç değişimi basit olarak Denk. 2.24 ile bulunur. Serbest olarak düşmeye bırakılan bir akışkan tankı $-g$ değerinde z yönünde yukarıya doğru bir ivmeye sahip olacaktır ve bu yüzden üniform basınç akışkanın her tarafında elde edilecektir. Fakat sıvı tankı yukarıya doğru hızlandırılırsa, hidrostatik basınç değişimi şiddetini arttıracaktır.

Kapalı bir tankı tamamen dolduran akışkan serbest yüzeye sahip olmayacaktır fakat sabit-basınç yüzeyleri x yönü ile $\arctg \left\{ -a_x / (g + a_z) \right\}$ değerinde eğim yapacaktır. Akışkan içinde özel noktalarındaki basınçlar sabit yoğunluklu bir akışkan için Denk. 2.23 ve 2.24 ü integre ederek

$$p = \int dp = \int \frac{\partial p}{\partial x} dx + \int \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

$$= -\rho a_x x - \rho (g + a_z) z + \text{sabit} \quad (2.26)$$

şeklinde bulunabilir. İntegrasyon sabiti problem şartları sayesinde belirlenir (örneğin, bir serbest yüzeyde $p = p_{atm}$ dir).

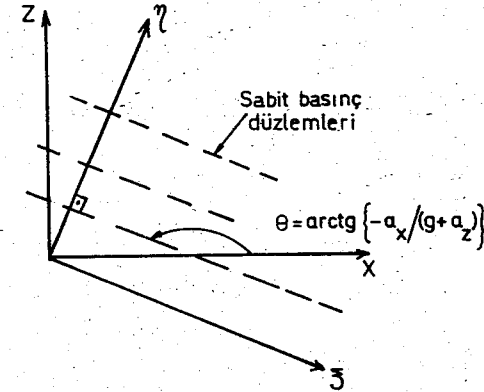
Yukarıda bulunan bütün sonuçlar, yalnız yatay bir x (ve y) eksenine aittir. Hatırlanacağı gibi z , uygun bir yatay seviyeden yukarıya doğru ölçülmektedir.

Sabit-basınç düzlemlerinin yönü bilindikten sonra, alternatif bağın-tılar, sabit-basınç düzlemlerine paralel ve dik olan sırasıyla ξ ve η gibi eksenleri düşünerek elde edilebilir (Şekil 2.25 e bakınız). Böylece, ξ tanımına $\partial p / \partial \xi = 0$ olur fakat p yalnız η a bağımlı olduğundan

$$\frac{\partial p}{\partial \eta} = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{d\eta} + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{d\eta} = -\rho a_x \frac{dx}{d\eta} - \rho (g + a_z) \frac{dz}{d\eta}$$

$$= \frac{dp}{d\eta}$$

bulunur. İvmeyi sıfır yaparak, sonuç, denge bağıntısı $dp/dz = -\rho g$ ile karşılaştırılırsa, $\left\{ a_x^2 + g^2 + a_z^2 \right\}^{1/2}$ nın g nin yerini ve η nin z nin yerini aldığı görülür. Neticede, bağıl denge için basınçlar hidrostatik ilkeler yardımıyla hesaplanır. Bununla beraber, yalnız yatay ve düşey eksenlerle çalışmak genellikle daha basit ve emniyetlidir.

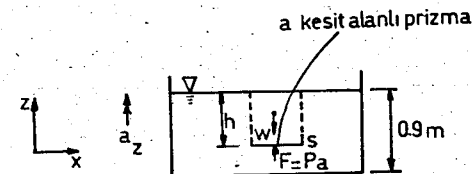


Şekil 2.25

ÖRNEK PROBLEM 2.15

İçinde 930 kg/m^3 yoğunluğunda sıvı bulunan bir tank düşey olarak yukarıya doğru sabit bir $4,8 \text{ m/s}^2$ lik ivme ile hareket etmektedir. Tank $1,2 \text{ m}$ genişliğinde, $1,5 \text{ m}$ uzunluğunda ve sıvının derinliği $0,9 \text{ m}$ ise tankın tabanına gelen kuvveti
a) Tank hızlanırken b) Tank düşey olarak yukarıya doğru sabit bir 6 m/s lik hızda hareket ediyorken bulunuz.

ÇÖZÜM



a) İvme düşey olduğundan sıvı serbest yüzeyi yatay kalacaktır.

$$S \text{ deki kuvvet} = \text{basınç kuvveti} - \text{sıvının ağırlığı} \\ = \text{kütle} \times \text{ivme}$$

$$p_a - \rho g h_a = \rho h_a \cdot a_z$$

$$p = \rho h (g + a_z) \text{ olur. Tank tabanı için}$$

$$p = 930 \times 0,9 (9,81 + 4,8)$$

$$p = 12200 \text{ N/m}^2$$

elde edilir.

$$\text{Tank tabanının alanı} = A = 1,2 \times 1,5 = 1,8 \text{ m}^2$$

$$\text{Tank tabanına gelen kuvvet} = p \times A = 12200 \times 1,8 = 22000 \text{ N}$$

b) $a_z = 0$ olduğuna göre

$$p = \rho g h = 930 \times 9,81 \times 0,9 = 8200 \text{ N/m}^2$$

$$\text{Tank tabanına gelen kuvvet} = 8200 \times 1,8 = 14800 \text{ N}$$

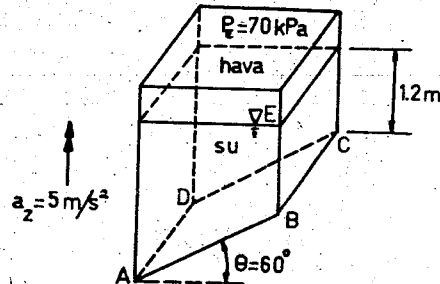
ÇÖZÜM II

$$a) \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho (g + a_z), \quad dp = -\rho (g + a_z) dz$$

$$\int_0^p dp = -\rho (g + a_z) \int_0^h dz, \quad p = \rho h (g + a_z)$$

Çözüm I'de olduğu gibi b) de aynı şekilde bulunur.

ÖRNEK PROBLEM 2.16



Şekildeki tank 5 m/s^2 lik bir ivme ile düşey yukarı doğru hareket eden bir asansörün içinde bulunmaktadır. Tabana gelen toplam hidrostatik kuvveti hesaplayınız.

$$AB = 2 \text{ m}, \quad BC = 1 \text{ m}, \quad EB = 1,2 \text{ m}$$

$$p_E = 70 \text{ kPa (efektif)}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

ÇÖZÜM

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho (g + a_z)$$

$$dp = -\rho (g + a_z) dz$$

$$p_T = p_E + \rho (g + a_z) \int_0^{\bar{h}} dz$$

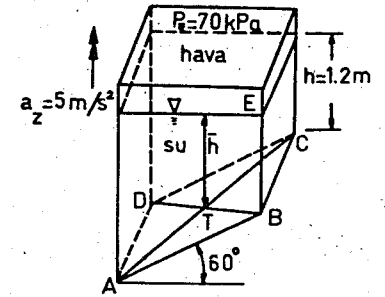
$$\bar{h} = h + l \sin \theta$$

$$p_T = p_E + \rho (g + a_z) \bar{h}$$

$$F = A p_T = 2 \text{ m}^2 \left\{ p_E + \rho (g + a_z) (h + l \sin \theta) \right\}$$

$$F = 2 \times 1^2 \left\{ 70000 + 10^3 (9,81 + 5) (1,2 + 1 \times \sin \theta) \right\}$$

$$F = 201195 \text{ N}$$



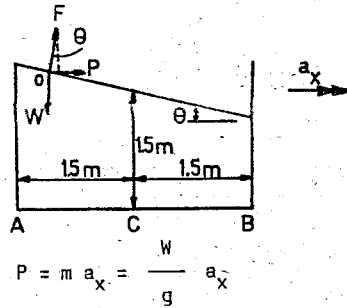
ÖRNEK PROBLEM 2.17

Su ihtiva eden bir tank yatay olarak $a_x = 3 \text{ m/s}^2$ lik sabit bir doğrusal ivme ile hareket etmektedir. Tank hareketsiz iken suyun derinliği 1,5 m dir ve tank 3 m uzunluktadır.

- Su yüzeyinin yatayla yaptığı açığı,
- Tabandaki maksimum basınç şiddetini,
- Tabandaki minimum basınç şiddetini hesaplayınız.

ÇÖZÜM

- Sıvı serbest yüzeyinde m kütlelerinin bir 0 parçacığını düşünelim. Parçacık tanka göre hareketsiz olduğundan aynı a_x ivmesine sahip olacaktır ve bir P hızlandırıcı kuvvetin etkisinde kalacaktır.



$$P = m a_x = \frac{W}{g} a_x$$

Burada, W parçacığın ağırlık kuvvetidir. P hızlandırıcı kuvveti, düşey olarak aşağıya etkiyen parçacığın W ağırlık kuvveti ile çevredeki akışkan nedeniyle serbest yüzeye dik etkiyen F basınç kuvvetinin bileşkesidir. Denge durumunda

$P = W \tan \theta$ dir. Burada, θ serbest yüzeyin yatayla yaptığı açıdır.

$$\text{Böylece, } W \tan \theta = P = W \frac{a_x}{g}$$

ve serbest yüzeydeki bütün noktalar için sabittir.

$$a_x = 3 \text{ m/s}^2 \text{ konulursa, } \tan \theta = \frac{3}{9,81} = 0,306$$

Su yüzeyinin yatayla yaptığı açı $= 17^\circ$ bulunur.

b) Hızlandırıcı kuvvet yatay olduğundan, dikey kuvvetler etkilenmez. Herhangi bir h derinliğindeki basınç şiddeti $\rho g h$ olacaktır. Derinliğin h_A olduğu A noktasında maksimum basınç şiddeti oluşacaktır. Tankın ihtiva ettikleri değişmediğinden C merkezindeki derinlik $1,5 \text{ m}$ dir.

$$h_A = 1,5 + 1,5 \tan \theta = 1,5 + 0,46 = 1,96 \text{ m}$$

$$A \text{ daki basınç şiddeti} = \rho g h_A = 9,81 \times 10^3 \times 1,96$$

$$p_A = 19,2 \text{ kN/m}^2 \text{ olur.}$$

c) Minimum basınç B de oluşacaktır.

$$B \text{ deki derinlik} = h_B = 1,5 - 1,5 \tan \theta = 1,04 \text{ m}$$

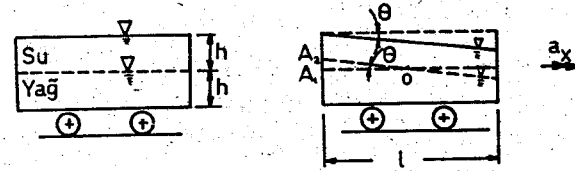
$$B \text{ deki basınç şiddeti} = \rho g h_B = 9,81 \times 10^3 \times 1,04$$

$$p_B = 10,2 \text{ kN/m}^2 \text{ olur.}$$

ÖRNEK PROBLEM 2.18

İçinde yarıyarıya su ve yağ bulunan ve ağızına kadar dolu olan $1,2 \text{ m}$, derinliğinde üstü açık prizmatik bir tank sabit ivme ile yatay olarak hareket ettiğinde, suyun üçte biri döktüğüdür. Su ile yağın ortak yüzeyinin tank çeperi ile ara kesidi olan A noktasının, durmakta ve harekette iken aldığı konumlar arasındaki uzaklığı bulunuz.

ÇÖZÜM



$$\tan \theta = \frac{a_x}{g} \text{ dir. Suyun üçte biri döktüğüne göre,}$$

$$\frac{l \times h}{3} = \frac{l \times \tan \theta \times l}{2} \text{ ve buradan}$$

$$\tan \theta = \frac{2h}{3l} \text{ bulunur. Yağ hacmi sabit kaldığına göre } O \text{ noktasından}$$

serbest yüzeye paralel çizilirse A_1 ve A_2 , A noktasının iki değişik konumu olarak gösterilebilir.

$$\overline{A_1 A_2} = \tan \theta \times \overline{A_1 O} = \frac{2h}{3l} \times \frac{l}{2}$$

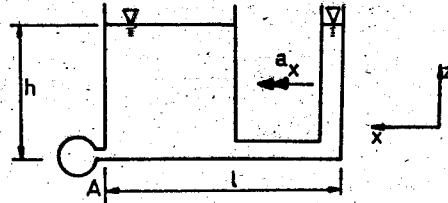
$$\overline{A_1 A_2} = \frac{h}{3} = \frac{0,6}{3} = 0,2 \text{ m elde edilir.}$$

ÖRNEK PROBLEM 2.19

Taşıt araçlarının ivmelerini ölçmek için şekildeki alet kullanılmaktadır. Aletin içi, yoğunluğu ρ olan bir sıvı ile dolu olup A noktasındaki basınç bir basınç ölçerden okunmaktadır. Aletin bulunduğu araç fren yapılarak sabit bir ivme ile durdurulmak istendiğinde basınç ölçerin gösterdiği değer p_A olduğuna göre ivmeyi veren bağının

$$a_x = \frac{p_A - \rho g h}{\rho l}$$

olacağını gösteriniz.



ÇÖZÜM

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho a_x, \quad \frac{dp}{dx} = -\rho a_x$$

$$p_A \int_A^p dp = -\rho a_x \int_0^l dx$$

$$p - p_A = -\rho a_x l$$

$$p = p_A - a_x \rho l$$

$$p = \rho g h \text{ olduğundan}$$

$$\rho g h = p_A - a_x \rho l$$

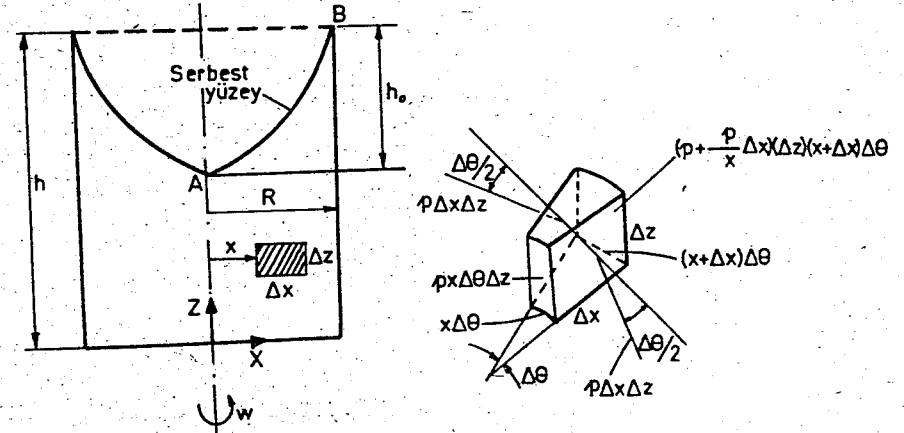
$$a_x = \frac{p_A - \rho g h}{\rho l}$$

bulunur.

2.7.1 Sabit Açısal Hızla Blok Halinde Dönen Sıvının Dengesi

Şekil 2.26 da gösterildiği gibi sıkıştırılamaz bir akışkanla dolu silindirik bir kabı eksenini etrafında sabit bir ω açısal hızı ile döndürelim. Akışkanın her noktasının aynı ω açısal hızı ile döndüğü kabul edilirse bu harekete "zorunlu vorteks hareketi" denir. Bu durumda her akışkan

parçası bir çember üzerinde şekil değiştirmeden dönecek ve kayma gerilmesi olmayacaktır.



Şekil 2.26

Silindirik koordinatlar seçilip bir hacim elemanının dengesi düşünülerek akışkan içindeki basınç yayılımı bulunabilir. Hacim elemanını birim kütlelerine düşey yönde (z) ağırlık kuvveti (-g), merkezci (radyal) yönde (x) merkezkaç kuvveti ($\omega^2 x$) etki yapmakta, teğetsel yönde (θ) ise hiçbir dış kuvvet gelmemektedir. Dolayısıyla θ ya bağıllılığı olmayan bu olayı yalnız (x,z) koordinatlarının değişimini içine alacak olan dönme ekseninden geçen herhangi bir düşey düzlem içinde incelemek yeterlidir. Radyal yöndeki denge denklemi küçük büyüklüklerin yüksek dereceleri ihmal edilip yazılırsa,

$$(p + \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x) \times \Delta \theta \Delta z - p \times \Delta \theta \Delta z = \rho \times \Delta x \Delta \theta \Delta z \times \omega^2$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \omega^2 x \quad (2.27)$$

bulunur ve yalnız radyal yönde ilerlenerek;

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + C_1 \quad (2.28)$$

elde edilir. Öte yandan düşey yöndeki denge denklemi ;

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

olacak ve yalnız düşey yönde ilerlediğinde,

$$\frac{p}{\rho g} = -z + C_2$$

basınç yayılımı görülecektir. Herhangi bir yönde ilerlendiğinde ise basınç dağılımı için,

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{\omega^2 x^2}{2g} - z + C \quad (2.29)$$

yazılacaktır. Sabit-basınç yüzeylerinin denklemini bulmak için p yerine herhangi bir sabit konursa,

$$z = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + A \quad (2.30)$$

elde edilir. Bu işe x-z düzleminde bir parabolü göstermektedir. Gerçekte eşbasınç yüzeyi, bu parabolün eksenini etrafında dönmesi ile oluşan paraboloidtir. Üteyandan dönme eksenine göre simetri mevcut olduğundan eşbasınç paraboloidlerinin eksenini ile dönme eksenini çakışacaktır

Şekildeki serbest yüzeyin eksen üzerindeki en çukur noktası olan A, eksen takımının başlangıç noktası olarak alınırsa, $z = 0$, $x = 0$, için $p = 0$ konularak Denk. 2.29 dan $C = 0$ bulunur.

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{\omega^2 x^2}{2g} - z \quad (2.31)$$

Bu eşitlikte B noktası için $x = R$, $z = h_0$, $p = 0$ konularak

$$h_0 = \frac{\omega^2 R^2}{2g} \quad (2.32)$$

serbest yüzeyin çukurluk miktarını veren eşitlik elde edilir.

Denk. 2.27 aynı yatay düzlem üzerindeki (1) ve (2) noktaları arasında integre edilirse;

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{\omega^2}{2g} (x_2^2 - x_1^2) \quad (2.33)$$

bulunur. Uygulamada çok kullanılan bu eşitliğin yalnız radyal yönde iler-

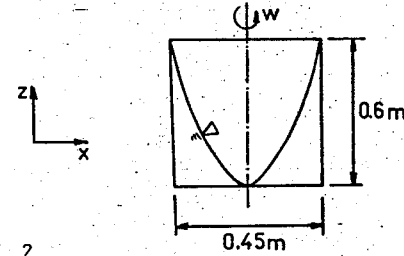
lendiği zaman geçerli olduğuna dikkat etmelidir.

ÖRNEK PROBLEM 2.20

Bir silindirik tank düşey eksenini etrafında döndürülmektedir. Tank 0,6 m yüksekliğinde, 45 cm çapındadır ve dönmeye önce su ile tamamen doludur.

- Tank döndürüldüğünde, su yüzeyinin üst kenar ile tank tabanı merkezine değdiği andaki hızını hesaplayınız.
- Tank durdurulduğu zaman tanktaki su seviyesini ve dökülen su miktarını bulunuz.

ÇÖZÜM



$$z = \frac{\omega^2 x^2}{2g} \text{ bağıntısından}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2gz}{x^2}} = \sqrt{\frac{2 \times 9,81 \times 0,6}{(0,225)^2}} = 15,15 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}, \quad n = \frac{60\omega}{2\pi} \text{ yazılır ve değerler yerine}$$

konursa $n = 144,5 \text{ dev/dak}$ elde edilir.

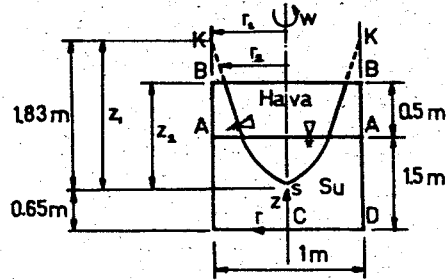
b) Paraboloid hacmi = Tankta kalan suyun hacmi

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \text{ silindir hacmi} \\ &= \frac{1}{2} \pi (0,225)^2 \times 0,6 \\ &= 0,0475 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Dökülen su miktarı = 0,0475 m³

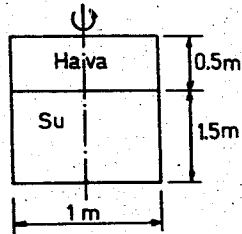
Tank durdurulduğunda su derinliği = 0,3 m

ÖRNEK PROBLEM 2.21



Şekilde gösterilen silindirik tank 1,5 m su ile doludur ve 100 000 N/m² lik bir basıncın tesiri altındaki hava yüzeyi ile kapalıdır. Açısal hız 12 rad/s olduğunda C ve D'deki basınçlar ne kadardır.

ÇÖZÜM



Tank içindeki hava hacminde değişme olmadığı için, orijinal A-A seviyesi üstündeki hacim = paraboloid hacmi olur, böylece

$$1) \frac{1}{4} \pi (1)^2 \times 0,5 = \frac{1}{2} \pi r_2^2 z_2$$

$$2) z_2 = \frac{\omega^2 r_2^2}{2g} = \frac{(12)^2}{2 \times 9,81} r_2^2 \quad \text{yazılır.}$$

1) ve 2) yi çözerek $r_2^4 = 0,034$ ve $r_2 = 0,43$ m, $z_2 = 1,35$ m bulunur. Şekilden, S noktası, (2-1,35) = 0,65 m C üstünde tesbit edilir. Böylece,

$$p_C = 100\,000 + \rho g (SC) = 100\,000 + 10^3 \times 9,81 (0,65) = 106376 \text{ N/m}^2$$

$$D \text{ deki basıncın değerini bulabilmek için, } z_1 = \frac{(12)^2}{2 \times 9,81} (0,5)^2$$

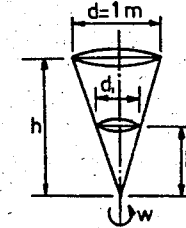
$$= 1,83 \text{ m} \quad S' \text{ nin yukarisındadır.}$$

$$p_D = 100\,000 + \rho g (KD) = 100\,000 + 10^3 \times 9,81 (1,83 + 0,65) = 124328 \text{ N/m}^2$$

ÖRNEK PROBLEM 2.22

Tabanı yukarıda olan bir konik kap düşey eksenine göre döndürülmektedir. Kap hareket etmeden önce tamamen su ile doludur. Kap n = 60 devir/dakika da döndürüldüğünde içinde 150 litre su kalmıştır. Taban çapı d = 1 m olduğu zaman koni yüksekliğinin h = 1,31 m olacağını gösteriniz.

ÇÖZÜM



$$\omega = \frac{2 \pi n}{60} = \frac{2 \pi \cdot 60}{60} = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$1) \frac{1}{3} \frac{\pi d_1^2}{4} h_1 = 0,150$$

$$2) \frac{1}{2} \frac{\pi d^2}{4} y = \frac{1}{3} \frac{\pi d^2}{4} h - \frac{1}{3} \frac{\pi d_1^2}{4} h_1$$

$$3) y = \frac{\omega^2 (d/2)^2}{2g}$$

bağıntıları yazılır. 3) bağıntısı 2) de yerine konursa

$$\frac{1}{2} \frac{\pi d^2}{4} \left(\frac{\omega^2 d^2}{8g} \right) = \frac{1}{3} \frac{\pi d^2}{4} h - \frac{1}{3} \frac{\pi d_1^2}{4} h_1$$

$$\frac{\omega^2 a^4}{16g} = \frac{1}{3} (d^2 h - d_1^2 h_1) \quad (4)$$

elde edilir. 1) den $d_1^2 h_1 = \frac{0,15 \times 12}{\pi}$ yazılır ve verilen değerler yerine konursa

$h = 1,31$ m bulunur.

EK PROBLEMLER

2.1 - 3,5 m uzunluğunda ve 2,5 m genişliğinde bir tank, 3 m derinliğinde bağıl yoğunluğu 0,82 olan alkol bulundurmaktadır. 50 mm çapında bir boru tankın alt tarafına bağlıdır.

- Tankın alt tarafının 150 mm yukarısında;
- Tankın alt tarafından 2 m aşağıda bulunan 50 mm çapındaki boruda;
- Tankın alt tarafının 2 m aşağısındaki 50 mm çaplı boruya bağlı 1,2 m uzunlukta yatayla 30° lik yukarıya doğru eğim yapan ve düşey olarak 600 mm yükselen, 25 mm çaplı bir borunun üst ucunda bir noktaya takılı kalibre edilmiş bir göstergenin okuması Pa cinsinden ne olacaktır?
- Tankın tabanına etkiyen kuvvet ne kadardır?

(22,9 kPa; 402 kPa; 30,5 kPa; 210 kN)

2.2 - Bir cıvalı U - tübü manometresi, sol kolundaki cıva su ile temasta olmak üzere bir borudaki suyun atmosfer üstü basıncını ölçmek için kullanılmaktadır.

- Düzenin bir krokisini çiziniz ve hareketini açıklayınız.
- Cıva sol kolundaki A dan 30 cm aşağıda ve sağ kolunda A dan 20 cm yukarıda ise A daki göstergeci basıncı ne olur?

Cıvanın bağıl yoğunluğu 13,6 dır.

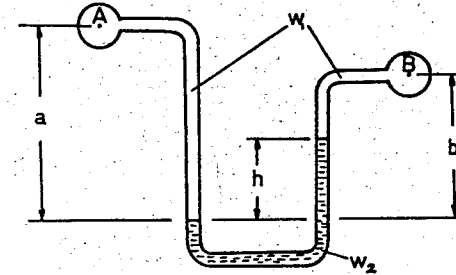
(63,8 kN / m²)

2.3 - Bağıl yoğunluğu 13,56 olan cıvayı ihtiva eden bir U-tübü manometresi iki küçük kaba bağlıdır ve bağlayıcı tübler bağıl yoğunluğu 0,82 olan alkol ile doludur. Daha yüksek basınçtaki kap yükseklik olarak diğerinden 2 m daha aşağıdadır. Sütunlar arasındaki seviyede fark 225 mm olduğu zaman kaplar arasındaki basınç farkı ne olur?

Piyezometrik yükseklik farkı nedir? Şayet bu manometrede cıva yerine, bağıl yoğunluğu 0,74 olan bir sıvıyı ihtiva eden ters çevrilmiş bir U-tübü manometresi kullanılsaydı aynı basınç farkı için manometre okuması ne olacaktı?

(44,2 kPa; 3,494 m; 35,8 m)

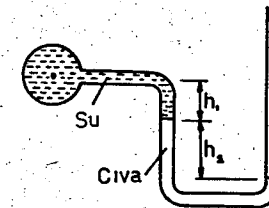
2.4 -



Şekildeki U - tübü manometresi özgül ağırlığı w_1 olan bir sıvıda A ve B noktaları arasındaki basınç farkını ölçmektedir. U - tübü, özgül ağırlığı w_2 olan cıvayı ihtiva etmektedir. Eğer $a = 1,5$ m; $b = 0,75$ m; $h = 0,5$ m; A ve B deki akışkan su ($w_1 = 9,81 \times 10^3$ N/m³) ve cıvanın bağıl yoğunluğu 13,6 (yani $w_2 = 13,6 w_1$) ise basınçtaki farkı hesaplayınız.

$$(p_A - p_B = 54,4 \text{ kN/m}^2)$$

2.5 -

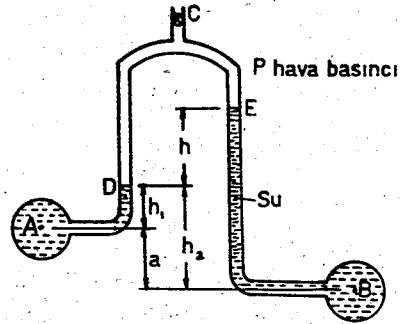


Şekilde gösterilen U-tübü manometresi A da atmosferik basıncın altında olan suyun basıncını ölçmektedir. Şayet cıvanın özgül ağırlığı, suyun özgül ağırlığının 13,6 katı ve atmosferik basınç 101,3 kN/m² ise $h_1 = 15$ cm ve $h_2 = 30$ cm olduğu zaman A daki mutlak basınç ne olur?

$$(59,8 \text{ kN/m}^2)$$

2.6 - Ters çevrilmiş U - tübü manometresinin üst tarafı bağıl yoğunluğu $\rho_{\text{yağ}} = 0,98$ olan yağ ile ve tübün geri kalan kısmı bağıl yoğunluğu $\rho_{\text{su}} = 1,01$ olan su ile doldurulmuştur. Su seviyesindeki fark $h = 75 \text{ mm}$ olduğu zaman kolların tabanında aynı seviyedeki A ve B noktaları arasında oluşan basınç farkını N / m^2 cinsinden bulunuz.
($22 \text{ N} / \text{m}^2$)

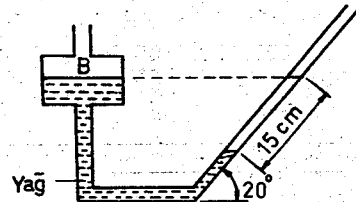
2.7 -



Şekilde gösterilen ters çevrilmiş bir U - tübü manometresi bir borudaki suyun iki noktası arasındaki basınç farkını ölçmek için kullanılmaktadır. Şayet suyun özgül ağırlığı $w = 9,81 \times 10^3 \text{ N/m}^3$; $h = 60 \text{ cm}$; $h = 45 \text{ cm}$ ve $h_2 = 180 \text{ cm}$ ise B ve A noktaları arasındaki basınç farkını hesaplayınız.

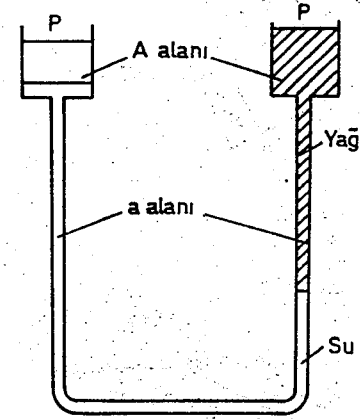
($16,2 \text{ k N} / \text{m}^2$)

2.8 -



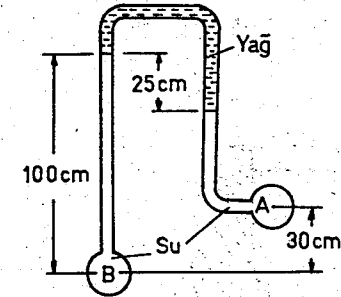
Şekilde gösterilen eğimli manometrede sağ kol atmosfere açık ise B deki göstergeç basıncı ne olur? Yağın bağıl yoğunluğu 0,87 dir.
(-437 Pa)

2.9 -



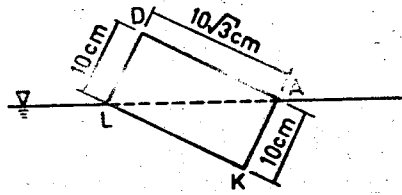
Şekilde gösterilen bir U - tübü göstergesinin hassasiyeti uçlarını genişleterek ve bir tarafını su ile (bağıl yoğunluğu $\rho_{\text{su}} = 1$) ve diğer tarafını da yağ ile (bağıl yoğunluğu $\rho_{\text{yağ}} = 0,95$) doldurarak arttırılmıştır. Şayet her bir genişletilen ucun A alanı, tübün a alanının 50 katı ise yağ ve su arasındaki ara yüzeyinin 25 mm lik bir hareketine karşılık olacak basınç farkını hesaplayınız.
(22 N/m^2 veya 2,24 mm su yüksekliği)

2.10 -



Şekilde gösterilen düzende ($p_A - p_B$) basınç farkını hesaplayınız. Yağın bağıl yoğunluğu 0,85 dir.
(-3335 Pa)

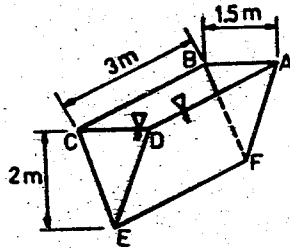
2.11 - Alan kesidi şekilde gösterilen 200 cm uzunluğunda homojen prizmatik bir cisim A kenarı boyunca yerleştirilen bir kütle dolayısıyla su üzerinde şekildeki denge durumunu almıştır. Konan kütlenin değerini



hesap ediniz.

(2,88 kg)

2.12 -



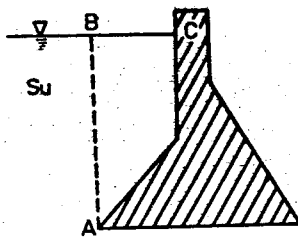
Şekildeki üçgen tank bağıl yoğunluğu 0,873 olan bir sıvı ile doldurulmuştur.

(a) CDE ve ADEF yüzeylerine gelen kuvvetleri bulunuz.

(b) CDE yüzeyine etkiyen kuvvetlerin itme merkezinin konumunu hesaplayınız.

(54,8 kN ; 1 m)

2.13 -



Şekildeki barajın diyagram düzlemine dik olan 0,3 m lik bir dilimi düşünülmektedir. Su yüksekliği 200 m ve ABCA alanı 4000 m^2 dir. Buna göre baraja gelen toplam su kuvvetini hesaplayınız.

(60,025 M N)

2.14 - Yatay eksenli, 2 m çapında bir silindir tankın uçları yarı küresel şekildedir. Tank su ile doldurulduğunda tankın üst tarafındaki bir G göstergesi 50 k Pa değerini göstermektedir. Yarı küresel yüzeylere gelen kuvvetin büyüklüğünü bulunuz.

(125 kN)

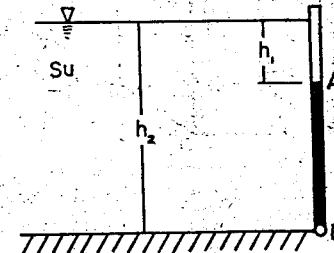
2.15 - 125 cm çaplı dairesel düzlem bir levha su içine daldırılmıştır. Levhanın serbest su yüzeyinden düşey olarak uzaklığı 60 cm ve 150 cm arasında değişmektedir. Levhanın üzerine etkiyen toplam kuvveti ve basınç (itme) merkezinin su yüzeyinden olan düşey uzaklığını hesaplayınız.

(12650 N ; 1,097 m)

2.16 - Bir kare tabanlı tankın boyutları $1,5 \times 1,5 \times 2,0 \text{ m}$ dir. Tank özgül ağırlığı $w = 9 \text{ kN/m}^3$ olan yağ ile tamamen doludur. Tank çeperinin taban kenarına gelen bileşke kuvveti bir basınç diyagramı çizerek bulunuz ve itme merkezinin serbest yüzeyden olan derinliğini hesaplayınız.

(27 kN ; 1,33 m)

2.17 -



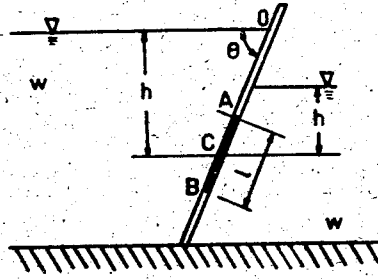
Şekildeki AB kapağının genişliği $b = 4 \text{ m}$, A ve B noktalarının derinlikleri $h_1 = 2 \text{ m}$, $h_2 = 6 \text{ m}$ dir. Kapak B noktasında mafsallı olup bu nokta etrafında dönebilmektedir.

(a) Kapağa gelen itme kuvvetini hesaplayınız.

(b) B noktasına gelen momenti bulunuz.

(628 kN ; 1046 kNm)

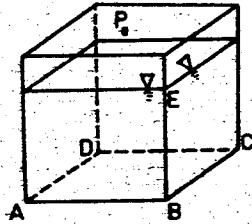
2.18 - Şekilde görüldüğü gibi özgül ağırlıkları w_1 ve w_2 olan iki sıvıyı, yatayla θ açısı yapan bir bölme ayırmaktadır. Bölme üzerinde A noktası etrafında serbestçe dönebilen b genişliğinde ve l uzunluğunda bir



dikdörtgen kapak mevcuttur. Kapak ağırlık merkezinin her iki sıvı içindeki derinlikleri h_1 ve h_2 olduğuna göre kapağın kapalı kalabilmesi için h_1, h_2 arasında sağlanması gerekli bağıntıyı bulunuz. $w_1 / w_2 = 0,6$; $\theta = 60^\circ$; $h_1 = 3 \text{ m}$, $l = 3 \text{ m}$ için h_2 derinliğini hesaplayınız.

$$\left(h_2 \frac{w_1}{w_2} h_1 - \frac{1}{6} \left[1 - \frac{w_1}{w_2} \right] l \sin \theta \right); h_2 = 1,63 \text{ m}$$

2 19 -



$$a_z = 3 \text{ m/s}^2$$

Şekildeki tank 3 m/s^2 lik bir ivme ile düşey yukarı doğru hareket eden bir asansörün içinde bulunmaktadır. Tabana gelen toplam hidrostatik kuvveti hesaplayınız.

$AB = BC = EB = 1 \text{ m}$; (p_c) göstergeç = 70 kPa ; $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.
(82,8 kN)

2.20 - Yüksekliği $h = 50 \text{ cm}$, yarıçapı $R = 20 \text{ cm}$ olan su ile tamamen doldurulmuş bir silindirik kap eksenine etrafında sabit bir açısal hızı ile döndürülmektedir.

a) Tabanın tam orta noktasının kuru kalması için kap dakikada kaç devir ile döndürülmelidir? Bu durumda kaptan dökülen su miktarını hesaplayınız.

b) Tabanın ortasında yarıçapı $r = 10 \text{ cm}$ olan dairesel bir kuru alanın oluşması için gerekli devir sayısını bulunuz.

(31,42 lt ; 172,68 d/d)

2.21 - 8 cm çapında ve 130 cm uzunluğunda bir boru bağıl yoğunluğu 0,80 olan yağ ile doldurulmuş ve kapatılmıştır. Boru yatay konumunda iken bir ucundan 30 cm uzaklıktaki düşey eksen etrafında 25 rad/s de döndürülmektedir. Borunun uzak ucunda meydana gelen basıncı bulunuz.
(617,5 kPa)

2.22 - Atmosfere açık bir su tankı yatayla 30° eğim yapan bir düzlem üzerinde yukarıya doğru 4 m/s^2 lik ivme ile hareket etmektedir. Serbest su yüzeyinin yatayla yaptığı açığı bulunuz.

(16,38°)

2.23 - Üstü açık silindirik bir kap 200 mm çapında ve 600 mm yüksekliğinde olup $h = 450 \text{ mm}$ derinliğinde su bulundurmaktadır. Bu kap düşey eksenine göre döndürüldüğü zaman,

a) Suyun kenarlardan dökülmeye başlayacağı andaki açısal hızı bulunuz.

b) Eksenel derinlik sıfır olduğunda açısal hızı hesaplayınız.

(24,26 rad/s ; 34,31 rad/s)

AKIŞKANLARIN KİNEMATİĞİ

3.1 Giriş

Gerçek bir akışkanın akışı genellikle çok karmaşıktır ve problemlerin tam çözümleri bazı deneylerin yapılmasından sonra elde edilebilir. Akışkan akışı problemlerinin matematiksel analizi genellikle belirli basitleştirici kabuller (varsayımlar) yapılırsa mümkündür. Bu ana kabullerden biri akışkanın viskozitesi olmayan ideal akışkan şeklinde düşünerek yapılır. Viskozite etkisinin küçük olduğu durumlarda, bu varsayım genellikle geçerli olabilecek hassasiyette sonuçlar verir. Bununla beraber, viskozitenin önemli olduğu yerlerde varsayım geçerliliğini koruyamaz. Basitleştirme, genellikle akışın zaman ile değişmediğini kabul ederek de elde edilebilir.

Bu bölümde akışkanların kinematiğini (başka bir deyişle, akışta mevcut kuvvetlere bakmaksızın yerdeğiştirme, hız ve ivme deyimleriyle hareketin açıklamasını) düşünerek akışın analizi yapılacaktır. Akışkanların kinematiği ile ilgili bağıntılar verildikten sonra sonuçların bazı basit uygulamaları üzerinde durulacaktır.

3.2 Akış Parametrelerinin Zaman ve Konuma Göre Değişimi

Bir akışkanın durumunu açıklayan hız, basınç ve yoğunluk gibi parametreler özel şartlar kümesi içinde sabit değildir. Bunlar bir noktadan diğerine veya bir zaman anından diğerine veya hem konum hem de zaman ile birlikte değişebilir. Hareketin tam olarak belirlenmesi için, akış içindeki her parçacığın hareketinin, her an izlenmesi gerekmektedir. Genel olarak akış sorunlarının çözümlenmesinde "Lagrange" ve "Euler" yöntemleri adını alan iki matematiksel yöntem kullanılmaktadır.

Lagrange yönteminde, her bireysel parçacığın hareketi izlenerek, her an parçacığın ortamdaki konumu belirtilir. Örneğin; $t = t_0$ ilk anında, ilk konumu, kartezyen koordinatlarda $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$ olan belirli bir parçacığın herhangi bir t anındaki konumu;

$$x = x(x_0, y_0, z_0, t); y = y(x_0, y_0, z_0, t); z = z(x_0, y_0, z_0, t)$$

olacaktır. Herhangi bir parçacığın ilk andaki konumu $x = a$, $y = b$,

$z = c$ ile gösterilirse

$$x = x(a, b, c, t); y = y(a, b, c, t); z = z(a, b, c, t)$$

yazılabilir. Bu eşitliklerde a , b , c izlenecek parçacığı saptamaya yarayan parametrelerdir. Dolayısıyla olayın bağımsız değişkenleri; a , b , c , t ; bağımlı değişkenleri ise x , y , z olmaktadır.

Görüldüğü gibi, Lagrange yönteminde akışkan parçacıklarının zamanla ortamda çizdikleri yol belirlendikten sonra, gerekli türevler alınarak akışın herhangi bir noktasındaki hız ve ivmenin bir t anındaki değeri bulunabilir.

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{dx}{dt}; u_y = \frac{dy}{dt}; u_z = \frac{dz}{dt} \\ a_x &= \frac{du_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; a_y = \frac{du_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}; \\ a_z &= \frac{du_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Burada u_x , u_y , u_z hızın, a_x , a_y , a_z ise ivmenin x , y , z eksenleri üzerindeki bileşenlerini göstermektedir. $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ kartezyen koordinatlardaki birim vektörler olmak üzere hız için;

$$\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$$

$$|\vec{u}| = u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

yazılabilir.

Euler yöntemi, akışın her $P(x, y, z)$ noktasındaki u hızının zamanla bağılı olarak bulunması esasına dayanır.

$$u_x = u_x(x, y, z, t); u_y = u_y(x, y, z, t); u_z = u_z(x, y, z, t)$$

Lagrange denklemleri ile Euler denklemleri arasında;

$$u_x = \frac{dx}{dt}; u_y = \frac{dy}{dt}; u_z = \frac{dz}{dt} \quad (3.2)$$

bağıntıları mevcuttur. Böylece (3.2) eşitlikleri $t = t_0$ için $x = x_0 = a$,

$y = y_0 = b$, $z = z_0 = c$ ilk koşulları kullanılarak çözümlerse Lagrange eşitlikleri elde edilir.

Euler yönteminde hız eşitliklerinden akışın herhangi bir P (x, y, z) noktasının ivmesini bulabilmek için hız bileşenlerinin zamana göre tam türevlerinin alınması gerekir.

$$u_x = u_x(x, y, z, t); \quad du_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + \frac{\partial u_x}{\partial y} dy + \frac{\partial u_x}{\partial z} dz + \frac{\partial u_x}{\partial t} dt$$

$$\frac{d u_x}{d t} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{d x}{d t} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{d y}{d t} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \frac{d z}{d t} + \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

$$\frac{d x}{d t} = u_x, \quad \frac{d y}{d t} = u_y, \quad \frac{d z}{d t} = u_z \quad \text{yerine konursa}$$

$$a_x = \frac{d u_x}{d t} = u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

olacaktır. Aynı şekilde y ve z bileşenleri için;

$$a_y = \frac{d u_y}{d t} = u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_y}{\partial t}$$

$$a_z = \frac{d u_z}{d t} = u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

olur ve genel halde

$$a_s = \frac{d u}{d t} = u \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.3)$$

yazılabilir. $\partial u_x / \partial t$, $\partial u_y / \partial t$, $\partial u_z / \partial t$ terimler belirli bir noktadaki hızın zamana göre değişiminin oluşturduğu ivmeyi göstermektedir. Örneğin, akış içinde bir A (x_A , y_A , z_A) noktasında, hız sabit kalmakta ise bu noktada $\partial u_{xA} / \partial t = \partial u_{yA} / \partial t = \partial u_{zA} / \partial t = 0$ olacaktır. Ancak bu durum A noktasındaki ivmenin sıfır olması anlamına gelmez. Eğer parçacıklar bu noktadan geçerken hızlanmakta ya da yavaşlamakta iseler belirli bir ivmeyle hareket etmektedirler. Başka bir deyişle, parçacıkların A noktasından hemen önceki ve hemen sonraki hızları A noktasındaki hızlarından farklı ise parçacığın x yönünde $u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z}$ gibi bir ivmesi mevcuttur. Böylece

Euler yönteminde iki tür ivmeden söz edilebilir:

- Belirli bir noktadaki hızın zamanla değişiminin o noktada oluşturduğu ivme lokal ivme adını alır.

- Belirli bir noktadan geçen parçacığın hareketi dolayısıyla o noktada sahip olduğu ivmeye taşımsal (konvektif) ivme adı verilir.

Bir parçacık eğri bir yörüngede hareket ettiği zaman yönünü değiştirir. Neticede, hızın büyüklüğü değişsin veya değişmesin, parçacık yörüngesinin eğrilik merkezine doğru bir ivmeye sahip olur. Eğer yörünge çizgisinin yarıçapı r_p ise parçacığın eğrilik merkezine doğru ivmesi u^2/r_p dir. Diğer durumda, akım çizgisi r_s eğrilik yarıçapına sahip ise parçacığın eğrilik merkezine doğru olan a_n ivmesi, genellikle, u^2/r_s konvektif kısma ve $\partial u_n / \partial t$ yöresel kısma sahiptir. (u_n eğrilik merkezine doğru parçacık hızının bileşenidir). u_n sıfır olsa bile (akış daimi olmadıkça) ivme $\partial u_n / \partial t$ oranında artmaktadır. Böylece

$$a_n = \frac{u^2}{r_s} + \frac{\partial u_n}{\partial t}$$

elde edilir.

"Daimi akış" herhangi bir noktasındaki değişik parametrelerin zaman ile değişmediği akış olarak tanımlanır. Değişikliklerin zaman ile olduğu akış "daimi olmayan akış" diye adlandırılır. Görüleceği gibi, daimi akışı analiz etmek daimi olmayan akışı analiz etmekten daha basittir. Pratikte tamamen daimi akışa çok zor rastlanır. Fakat birçok problem, akışın daimi olduğunu kabul ederek efektif olarak çözülebilir. Çünkü gerçekte, hız ve diğer büyüklüklerin küçük sapmaları (dalgalanmaları) zaman ile oluşmasına rağmen uygun bir zaman aralığında herhangi bir büyüklüğün ortalama değeri değişmeden kalır.

Belirli bir akış, bir gözetleyiciye daimi fakat diğerine daimi olmayan şeklinde gözükabilir. Çünkü bu bütün hareketin bağlı olması nedeniyledir. Örneğin, sabit hızda giden bir motorlu kayığın kenarlarını geçen suyun hareketi kayıktaki bir gözetleyiciye daimi olarak belirecektir. Gözetleyici, su akışını kayıktaki bir hayali referans eksenleri takımı ile karşılaştıracaktır. Bir köprü üzerindeki gözetleyiciye göre ise, aynı akış kayak köprü altından geçerken zaman ile değişecek diye belirecektir. Bu gözetleyici, akışı köprüye göre tesbit edilmiş referans eksenleri ile karşılaştırmaktadır.

Daimi akışın incelenmesi genellikle daimi olmayan akıştan çok daha basit olduğu için her nedere mümkünse referans eksenleri seçilir. Böylece, eksenlere göre akış daimi olacaktır. Bununla beraber, koordinat eksenlerinin herhangi bir hareketi dümdüz bir doğrultuda üniform olarak yer alırsa Newton'un Hareket Kanunları geçerli olacaktır diye hatırlanmalıdır.

Belirli bir anda, farklı nicelikler (büyüklükler) belirli bir bölgede

noktadan noktaya değişmezse, akış o bölgede "Uniform" olacaktır denilir. Değişiklikler bir noktadan diğerine oluşursa, akış "Uniform olmayan" akış diye adlandırılacaktır. Bu değişiklikler akış yönünde veya akışa dik yönlerde olabilir. Örneğin bir akarsuda kenarlara ve tabana yakın suyun hızı kesit merkezindeki hızdan daha azdır. Bununla beraber, sınırlardan iyice uzakta bir bölge düşünülürse, kesit üzerindeki akışı uniform olarak ele almak mümkün olabilir.

Akışın daimiliği ve akışın uniformluğu muhakkak birlikte olmaz. Dört birleşmeden herhangi biri mümkündür:

Tablo 3.1

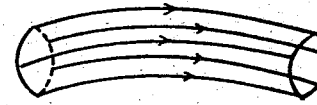
TİP	ÖRNEK
1. Daimi Uniform akış	Sabit kesitli dümdüz uzun bir boruda sabit debili akış. (Bununla beraber, boru çeperlerine yakın bölge gözönüne alınmamıştır.)
2. Daimi düzgün olmayan akış	Daralan bir boruda sabit debili akış.
3. Daimi olmayan Uniform akış	Sabit kesitli dümdüz uzun bir boruda hızlanan veya yavaşlayan akış. (Gene boru çeperlerine yakın bölge ihmal edilmiştir.)
4. Daimi olmayan Uniform olmayan akış.	Daralan bir boruda hızlanan veya yavaşlayan akış.

3.3 Akış Şeklinin Açıklanışı

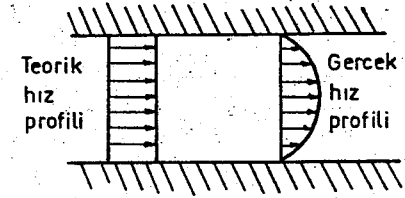
Belirli bir zaman için, akışkanda hayali bir eğriyi düşünebiliriz. (o anda, eğrinin bir yanından diğer yanına hiç akışkan akmamaktadır). Böyle bir çizgi "akım çizgisi veya akış çizgisi" olarak adlandırılır. Bu yüzden, o anda çizgi üzerindeki her bir parçacığın hızı çizgiye teğetsel bir yöndedir. Belirli bir anda birkaç akım çizgisi birlikte düşünülürse, bunların meydana getirdiği şekil, böylece oluşan akışın iyi bir belirtisini verir. Daimi akış için, şekil değişmezdir fakat daimi olmayan akış için şekil zaman ile değişir. Netice olarak, akım çizgileri anı olarak düşünülmelidir ve bunların meydana getirdiği şekil akışın anı bir görünüşü olarak ele alınmalıdır.

Akış sınırları daima akım çizgileriyle düzenlenir çünkü bunların bir yanından diğer yanına akış yoktur. Akışın sürekli olduğu durumda; her bir akım çizgisi sürekli bir çizgi olacaktır (Hem üst-akımı hemde alt-akımı sonsuz derecede uzun olan veya kapalı bir eğri meydana getiren çizgiden biridir).

Komşu akım çizgilerinin bir demeti, içinden akışkanın aktığı bir geçit oluşturur diye düşünülebilir (Şekil 3.1). Bu geçit (muhakkak dairesel değil) bir "akım tübü" olarak bilinir. Üzerindeki hız değişiminin ihmal edilebildiği yeterince küçük kesitli bir akım tübü bazen bir "akım ipçığı" olarak adlandırılır. Akım tübü bütün kenarlarda akım çizgileri ile sınırlandırıldığından ve tanıma göre bir akım çizgisinin genişliği boyunca hız olamayacağından (uçları arası hariç) hiç akışkan akım tübüne giremez veya terkedemez. Bütün akış, keyfi bir şekilde düzenlenmiş akım tüblerinin bileşimi olarak düşünülebilir.



Şekil 3.1



Şekil 3.2

Bir akışkan parçacığı bir akım çizgisini muhakkak olarak izlemez fakat bir "yörünge çizgisini" izler. Yörünge çizgisi akışkan parçacıklarının zaman ile aldığı yönü gösterir.

Deneyssel bir çalışmada, bir boya veya başka bir belirtici akışa enjekte edilince ortaya renkli bir akım çıkar. Bu renkli akıma "çıkış çizgisi veya ipçik çizgisi" adı verilir. Böylece, çıkış çizgisi enjeksiyon noktasından geçmiş olan bütün parçacıkların konumlarının anı bir görünüşünü verir.

Genellikle, verilen bir akış için akım çizgilerinin ve çıkış çizgilerinin şekilleri (Üç şeklin şakıştığı daimi akış için birkaç özel durum hariç) farklı olur.

ÖRNEK PROBLEM 3.1

Bir akışkanın hareketi Euler değişkenlerinde $u_x = -\lambda y$,

$u_y = \lambda x$, $u_z = 0$ olarak veriliyor.

a) Hareketin Lagrange değişkenlerindeki ifadesini,

b) Yörüngeleri,

c) Akım çizgilerini,

d) $t_1 = \frac{\pi}{2\lambda}$ anında A (1, 0, 0) noktasına ait çıkış çizgisini,

e) İlk anda B (1, 0, 0) noktasında bulunan akışkan parçacığının hareketini ve bu parçacığının C (0, 1, 0) noktasına ne kadar zamanda geleceğini bulunuz.

ÇÖZÜM

a)

$$\frac{dx}{dt} = u_x, \quad \frac{dy}{dt} = u_y, \quad \frac{dz}{dt} = u_z$$

bağıntılarından

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda y, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\lambda \frac{dy}{dt}, \quad x'' = -\lambda^2 x \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = \lambda x, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \lambda \frac{dx}{dt}, \quad \lambda y'' = -\lambda^2 y \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = 0, \quad z = C$$

bulunur.

$$(1) \text{ den } x = A \cos \lambda t + B \sin \lambda t$$

$$(2) \text{ den } y = C \cos \lambda t + D \sin \lambda t$$

$$\begin{cases} x(0) = a \\ y(0) = b \\ z(0) = c \end{cases} \quad \text{ilk şartlarından} \quad \begin{cases} a = A \\ b = C \text{ olur.} \end{cases}$$

$$(1) \text{ in türevini alalım : } x' = -A \lambda \sin \lambda t + B \lambda \cos \lambda t$$

$$x' = -\lambda y \quad \text{olduğundan}$$

$$-\lambda C \cos \lambda t - \lambda D \sin \lambda t = -A \lambda \sin \lambda t + B \lambda \cos \lambda t$$

yazılır. Buradan, A = D; B = -C bulunur.

Hareketin Lagrange değişkenlerindeki ifadesi

$$x = a \cos \lambda t - b \sin \lambda t$$

$$y = b \cos \lambda t + a \sin \lambda t$$

$$z = c$$

elde edilir.

$$b) \quad x^2 = a^2 \cos^2 \lambda t + b^2 \sin^2 \lambda t - 2ab \cos \lambda t \sin \lambda t$$

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda y, \quad \frac{dy}{dt} = \lambda x \quad \Rightarrow \quad x^2 + y^2 = a^2 + b^2 = R^2 \quad \text{olduğundan yörüngeleri çemberdir.}$$

c) Akım çizgilerinin denklemleri,

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}$$

$$\frac{dx}{-\lambda y} = \frac{dy}{\lambda x} = \frac{dz}{0}, \quad z = \text{sabit}$$

$$\frac{dx}{-\lambda y} = \frac{dy}{\lambda x}, \quad x dx = -y dy$$

$$\lambda x dx + \lambda y dy = 0, \quad x^2 + y^2 = C^2 = R^2 = \text{Sabit}$$

$$d) \quad t_1 = \frac{\pi}{2\lambda}; \quad A(1,0,0); \quad \begin{cases} x = a \cos \lambda t - b \sin \lambda t \\ y = b \cos \lambda t + a \sin \lambda t \end{cases}$$

$$\text{ve } 0 \leq \tau \leq t \quad z = c$$

değerler yerine konulursa

$$\begin{cases} 1 = a \cos \lambda \tau - b \sin \lambda \tau \\ 0 = b \cos \lambda \tau + a \sin \lambda \tau \\ 0 = c \end{cases} \quad \begin{cases} a \text{ ve } b \text{ yi} \\ \text{çözebiliriz.} \end{cases}$$

Buradan,

$$b = -\frac{a \sin \lambda \tau}{\cos \lambda \tau} \quad \text{olur,}$$

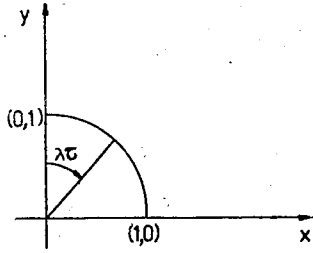
ve yerine konulursa

$$1 = a \cos \lambda \tau + \frac{a \sin^2 \lambda \tau}{\cos \lambda \tau} \quad \text{elde edilir.}$$

Bu denklemin her iki tarafı $\cos \lambda \tau$ ile çarpılırsa,

$$a = \cos \lambda \tau; \quad b = -\sin \lambda \tau; \quad c = 0 \text{ bulunur.}$$

$$\begin{cases} x = \cos \lambda \tau \cos \lambda \tau - \sin \lambda \tau \sin \lambda \tau = \cos 2\lambda \tau \\ y = -\sin \lambda \tau \cos \lambda \tau + \cos \lambda \tau \sin \lambda \tau = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Bir çember} \\ \text{parçasını} \\ \text{verir.} \end{cases}$$



$$0 \leq \tau \leq \frac{\pi}{2\lambda}$$

$$\tau = 0 \text{ iken } x = 0, y = 1$$

$$\tau = \frac{\pi}{2} \text{ iken } x=1, y=0 \text{ olur.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{e) } B(1, 0, 0) \\ C(0, 1, 0) \end{array} \right\} \quad a=1, b=0, c=0$$

$$x = a \cos \lambda t - b \sin \lambda t, \quad x = \cos \lambda t \quad (I)$$

$$y = b \cos \lambda t + a \sin \lambda t, \quad y = \sin \lambda t \quad (II)$$

$$z = c, \quad z = 0$$

C(0,1,0) dan $x = 0$ ve $y = 1$ (I) ve (II) de yerine konulursa,

$$\left. \begin{array}{l} 0 = \cos \lambda t \\ 1 = \sin \lambda t \end{array} \right\} \quad t = \frac{\pi}{2\lambda} \text{ bulunur.}$$

3.3.1 Bir- İki- ve Üç- Boyutlu Akış

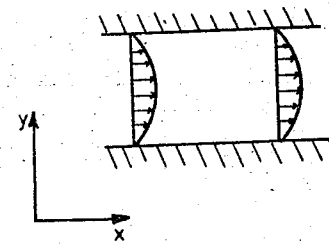
Genel olarak, akışkanın akışı üç-boyutludur. Başka bir deyişle, akış parametreleri (hız, basınç ve diğerleri) üç koordinat yönünde değişir. Basit bir analiz, parametrelerin farkedilir değişiminin yalnız iki yönde veya yalnız tek yönde olduğu koordinat yönlerini seçerek elde edilebilir.

Bir - boyutlu akışta, bütün akış parametreleri yalnız zaman ve bir uzunluk (uzaklık) koordinatının fonksiyonu olarak tanımlanabilir. Bu tek uzunluk koordinatı genellikle akışkanın aktığı bir borunun (dümdüz olması gerekmez) merkezi çizgisi boyunca ölçülen uzaklıktır. Örneğin, bir borudaki akış genellikle bir-boyutlu olarak düşünülür. Basınç, hız ve diğerlerinin değişimleri boru uzunluğu boyunca oluşabilir. Fakat kesitteki herhangi bir değişimin ihmal edilebileceği kabulü yapılmıştır. Gerçekte, akış asla bir - boyutlu değildir çünkü viskozite çeperlerde hızın sıfıra düşmesine neden olur. Şekil 3.2 bir borudaki teorik "bir - boyutlu" akış ile gerçek akışı karşılaştırmaktadır. Bununla beraber, gerçek akışı üniform akışa çok yakın ise önemli sonuç-

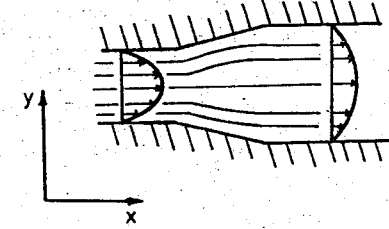
lar genellikle "bir-boyutlu analiz" den elde edilebilir. Burada, verilen bir kesitteki (akışa dik) parametrelerin ortalama değerlerinin aynı kesitteki bütün akışa uygulanacağı kabulü yapılır.

İki - boyutlu akışta, akış parametreleri yalnız zaman ve iki dik yer (uzaklık) koordinatlarının (x ve y diyelim) fonksiyonudur. z yönünde değişim yoktur ve bu yüzden aynı akım çizgisi şekli, z yönüne dik akışandaki bütün düzlemlerde herhangi bir anda bulunabilir. Örneğin, üniform kesitli ve sonsuz genişlikteki bir kanadı geçen akış, kanadın genişliğine dik bütün düzlemlerde aynıdır. Üniform kesitli ve sonsuz genişlikteki bir savak üzerinden suyun akışı aynı nedenle iki-boyutludur. Pratikte, genişliğin sonsuz olmadığı yerde, kanat veya savağın çoğunda akışı iki-boyutlu kabul etmek yeterli olabilir. Yani, akış tek bir düzlemde düşünülecektir. Böylece, sonuçlar uçlarda üç-boyutlu akışı hesaba katan "uç düzeltmeleri" ile değiştirilebilir.

Şekil 3.3 (a) da gösterilen akış bir-yönlüdür çünkü akış yalnız x yönünde oluşur fakat akış iki-boyutludur çünkü basınç x ile hız ise y ile değişir.



(a) Paralel düzlemler arasındaki akış



(b) İraksak düzlemler arasındaki akış

Şekil 3.3

Şekil 3.3 (b) de hız hem x hem de y ile değişir; basınç, akım çizgileri paralel olduğu zaman yalnız x ile fakat akım çizgilerinin eğildiği yerde hem x hem de y ile değişir.

Eksenel simetrik akış (gerçi yukarıda tanımlanan anlamda iki-boyutlu değil) daha basit olarak iki silindirik koordinatın (x ve r) kullanılması ile analiz edilebilir.

3.3.2 Akış Türleri

Genel olarak Laminer (katmanlı) ve Türbülanslı akış türlerinden sözü edilebilir. Laminer ve türbülanslı akış ayrımını ilk gözleyen Osborne Reynolds (1883 yılında) olmuştur. Reynolds su dolu bir deponun beslediği bir cam boru-

nun girişine boya enjekte ederek boyanan parçacıkların akışlarının düzenliliğini gözlemiştir. (Bölüm 5'e bakınız). Vana ayarlanarak boru içindeki hız küçükten büyüğe doğru değiştirilirse tamamen farklı üç akış düzeni oluşur.

- 1) Küçük hızlarda boyanan parçacıklar düzgün bir doğru halinde gözükmemektedir. Akışkan parçacıkları boru eksenine paralel olarak hareket etmektedir. Su, yatay tabakalar (katmanlar) halinde akmaktadır, ve bir katmandan diğerine hız değişmekte fakat katmanlar arasında hiçbir parçacık alış verişi olmamaktadır. Bu şekilde; düzgün, katmanların birbirleri üzerinde hareket ettiği akışlara "katmanlı (laminer) akışlar" adı verilir.
- 2) Vana açılarak akış hızı arttırıldığında bu düzgün çizgiler bozulmaya başlar. Akış katmanlar halinde oluşmakta fakat parçacıklar katmanlar arasında gidip gelmektedir. Bu akışkanlara "geçiş akışları" adı verilir.
- 3) Akış hızı daha da arttırıldığında, akış katmanlar halinde akma özelliğini kaybeder. Böyle akışlara "türbülanslı akışlar" denilir. Bu akışlarda herhangi bir A noktasındaki hız,
 - a) boru eksenine paralel olma özelliğini kaybetmiştir.
 - b) hem yön hem de değer bakımından zamanla sürekli olarak değişmektedir.

Türbülanslı akış niteliği akışın iç yapısından gelmektedir. Dıştan gelen etkiler ancak türbülanslı akışa geçişi çabuklaştırabilir.

Laminer akışlarda kayma gerilmesinin $\tau = \mu \partial u / \partial y$ eşitliği ile verilmesi nedeniyle bu akışların matematiksel çözümleri gerçeğe uygun olarak elde edilebilir. Türbülanslı akışların matematiksel çözümlerini bulmak, gerçeğe yakın sonuçlar elde etmek çok zaman imkansızdır. Çözümler, büyük ölçüde deneysel sonuçlardan yararlanmak yoluyla elde edilebilir.

Bir akışın türü Reynolds sayısı (Re) ile saptanabilir.

$$Re = \frac{\rho u \ell}{\mu} = \frac{u \ell}{\nu}$$

ℓ akışı nitelendiren karakteristik uzunluk boyutudur. Borulardaki akışlarda, ℓ yerine boru çapı d alınır.

$Re < 2000$ için laminer akış

$2000 < Re < 3000$ için geçiş bölgesi akışı

$Re > 3000$ için türbülanslı akış

görülebilir.

3.3.3 Debi ve Ortalama Hız

Akış içindeki belirli bir kesitten birim zamanda geçen akışkan miktarına debi adı verilir. Sıkıştırılamaz akışkanlar halinde debi birim zamanda geçen akışkan hacmi olarak tanımlanır. Gerçekte bu büyüklük hacımsal debidir.

Sıkıştırılabilir akışlarda daha çok kütle ya da ağırlık debisi kullanılır. Belirli bir kesitten birim zamanda geçen akışkan kütlesi veya ağırlığı olarak tanımlanır ve bir-boyutlu akışlarda hacımsal debinin yoğunluk yada özgül ağırlıkla çarpımı ile elde edilebilirler.

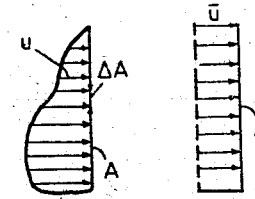
Debiyi bulabilmek için, hızın kesit boyunca dağılımını bilmek gerekir. Şekil 3.4 deki hız dağılımına göre debi,

$$\Delta Q = u \Delta A$$

$$Q = \int_A u dA$$

(3.4)

olacaktır.



Şekil 3.4

Pratikte, örneğin borulardaki akışta olduğu gibi, çeperlerde sürtünmeler dolayısıyla sıfır olan hız çeperlerden uzaklaştıkça büyümekte ve böylece her kesit içindeki hız bir noktadan diğerine farklı değerler almaktadır. Akışın tam olarak belirlenebilmesi için her ipçığın ayrı ayrı incelenmesi gerekir fakat bu büyük güçlükler yaratacağından, yaklaşık bir yöntem kullanılır. Kesitin her noktasında aynı olan ve gerçek debiyi sağlayan bir hayali ortalama hız ($\bar{u}$) tanımlanır. Debi ise ortalama hızı kesitle çarparak bulunabilir.

$$Q = A \bar{u}$$

(3.5)

(3.4) ve (3.5) den ortalama hız eşitliği,

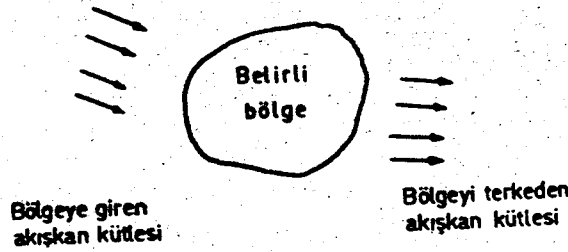
$$\bar{u} = \frac{1}{A} \int_A u dA$$

elde edilir.

3.4 Süreklilik

Süreklilik Denklemi, gerçekte, Kütlenin Sakımı İlkesinin bir matematiksel tanımıdır. İlk önce genel tanımı düşünmek için, Şekil 3.5 e bakalım. Burada, akışkan içindeki belirli bir bölgeyi gözlem altına alalım ve madde bu bölgede hem yaratılmadığından hem de yok edilmediğinden:

$$\text{Bölgeye giren kütlesel debi} = \text{Bölgeyi terkeden kütlesel debi} + \text{Bölgede biriken kütlesel debi}$$

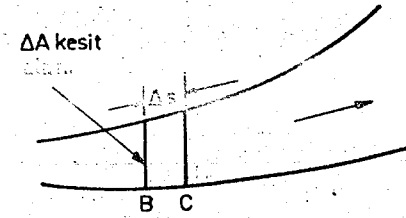


Şekil 3.5

Eğer akış daimî ise (yani, zamanla değişmeyen) bölgede biriken kütlesel debi sıfırdır. Böylece tanım şu şekle dönüşür:

$$\text{Bölgeye giren kütlesel debi} = \text{Bölgeyi terkeden kütlesel debi}$$

Bu bağıntı, üzerinde önemli hız değişimi olmayan yeterince küçük kesitli bir akım tübüne uygulanabilir. Akım tübünün bir Δs uzunluğunu B ve C kesit düzlemleri arasında düşünelim. (Şekil 3.6) Burada, Δs öyle küçük-türki bu uzunluk boyunca ΔA kesit alanındaki herhangi bir değişim ihmal edilebilir. Böylece, akışkanın sürekli olduğunu kabul edersek bu küçük akım tübü parçasında bulunan akışkan hacmi $(\Delta A) \Delta s$ kadardır. (Burada tanımlanan kesitin, uzunluğa dik olduğunu tekrar hatırlamalıyız) Eğer başlangıç olarak B ve C düzlemleri arasındaki akışkan küçük bir Δt zaman aralığında C düzleminde geçerse, C den geçen akışkan hacmi oranı $(\Delta A) \Delta s / \Delta t$ veya limitte $(\Delta A) ds/dt$ olur. Fakat ds/dt (yani, u) doğrusal hızdır ve böylece hacimsel akış debisi $(\Delta A) u$ şeklindedir. Bir hacmi hesaplarken, bir uzunluk, bu uzunluğa dik bir kesitin alanı ile çarpılmalıdır. Neticede, hacimsel akış debisini hesaplamak için (genellikle debi diye adlandırılır ve Q sembolü ile gösterilir) hız kendisine dik bir kesit alanı ile çarpılmalıdır.



Şekil 3.6

Kütlesel akış debisi ise debi ile yoğunluğun çarpımı şeklinde verilir.

Kesit alanı ΔA_1 olan belirli bir akım tübü parçasına giren akışkanın kütlesel debisi $\rho_1 (\Delta A_1) u_1$ dir. Burada, u_1 akışkanın hızını ve ρ_1 akışkanın yoğunluğunu göstermektedir. Daimî akış için, akım tübü içinde kütle birikmesi yoktur. Bu yüzden, aynı kütle birim zamanda bütün tüp kesitlerinden geçmelidir. Neticede,

$$\rho_1 (\Delta A_1) u_1 = \rho_2 (\Delta A_2) u_2 = \dots = \text{sabit} \quad (3.6)$$

elde edilir. Bütün akım tüpleri için ise Denk. 3.6 ;

$$\int u \, dA = \text{sabit} \quad (3.7)$$

bağıntısı vermek üzere integre edilebilir. Burada, u , ΔA elemansel alanına her yerde diktir. Eğer ρ ve u bütün kesit üzerinde sabit ise denklem,

$$\rho A u = \text{sabit} \quad (3.8)$$

olur.

Sabit yoğunluklu bir akışkan için süreklilik denklemi;

$$\int u \, dA = \text{sabit}$$

$$A \bar{u} = \text{sabit}$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $\bar{u}$ ortalama hızı göstermektedir.

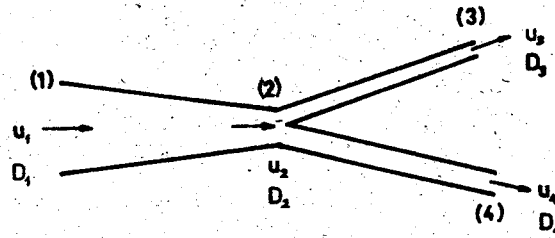
Denk. 3.6 dan görüleceği gibi bir akım tübü boyunca sıkıştırılamaz bir akışkanın akışında, $u \Delta A = \text{sabit}$ ve bu yüzden ΔA kesit alanı azalırken hız artar. Bu gerçek, daimî akıştaki akım çizgileri ile oluşturulan şeklin bir kısmı yorumuna yol açar: akım çizgilerinin çok yakın olduğu yerlerde hız yüksektir fakat aynı akım çizgilerinin daha geniş olarak bulunduğu yerlerde ise hız daha düşüktür. Bununla beraber, bu sonuç sıkıştırılabilir

3. akışkanların akışına her zaman uygulanmaz.

Süreklilik ilkesi burada bir akım tübündeki daimi akışa uygulanmış olmasına rağmen diğer şekillerde de tanımlanabilir. Bu bağıntılar, her ne zaman istenirse, kütlenin sakımının asıl ilkesinden çıkartılabilir.

Akışkanlar kinematiğindeki diğer konular (örneğin, akım fonksiyonu, hız potansiyeli, vorteks ve sirkülasyon) Bölüm 9 da anlatılacaktır.

ÖRNEK PROBLEM 3.2



Şekilde gösterildiği gibi çapı (1) de 50 cm den (2) de 30 cm ye daralan bir borudan su akmaktadır. (2) den sonra boru iki kola ayrılmaktadır. Su, 15 cm çaplı (3) de ve 25 cm çaplı (4) de boşalmaktadır. Şayet (1) deki hız 1,5 m/s ve (4) deki hız 3,0 m/s ise, (3) ve (4) deki debiler ve (2) ve (3) deki hızlar ne olacaktır?

ÇÖZÜM

Süreklilik denkleminde

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 \quad \text{veya} \quad u_2 = u_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2$$

yazılır.

$$Q_1 = Q_3 + Q_4 \quad \text{bağıntısından}$$

$$A_1 u_1 = A_3 u_3 + A_4 u_4$$

$$Q_1 = \frac{\pi}{4} D_1^2 u_1 = \frac{\pi}{4} (0,5)^2 \times 1,5 = 0,294 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_4 = \frac{\pi}{4} D_4^2 u_4 = \frac{\pi}{4} (0,25)^2 \times 3,0 = 0,147 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_3 = Q_1 - Q_4 = 0,294 - 0,147 = 0,147 \text{ m}^3/\text{s}$$

olur ve

$$u_2 = 1,5 \cdot \left(\frac{0,5}{0,3} \right)^2$$

$$u_2 = 4,166 \text{ m/s}$$

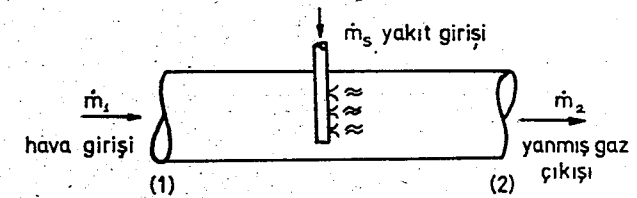
$$u_2 = 4,166 \text{ m/s}$$

$$u_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{0,147}{\frac{\pi}{4} (0,15)^2}$$

$$u_3 = 8,318 \text{ m/s}$$

bulunur.

ÖRNEK PROBLEM 3.3



Şekildeki paralel kenarlı boru sisteminde yanma oluyorken yakıt püskürtücüsü girişinin etkisi incelenmektedir. Hava kütle debisinin yakıt kütle debisine oranı 30 ve yanmadan önceki hava yoğunluğu 0,80 kg/m³ dür. Yanmadan önceki ve sonraki hızlar sırasıyla 300 m/s ve 500 m/s dir. Yanmadan sonraki gazın yoğunluğunu (gazın ivme ve kütle debisindeki değişimini gözönüne alarak) hesaplayınız.

ÇÖZÜM

Yakıt girişi. - Enerji ve kütle debileri aynı yakıt oranı ile ilgilidir.

$$r = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_1} = \frac{\dot{m}_2 - \dot{m}_1}{\dot{m}_1}$$

Paralel kenarlı boru için:

$$\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} = \frac{\rho_2 u_2}{\rho_1 u_1} = 1 + r$$

olur. Buradan

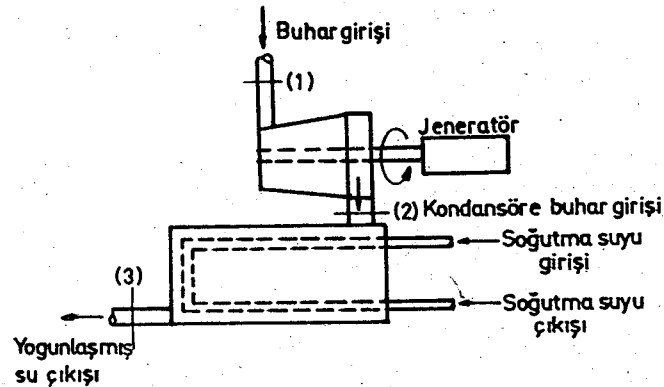
$$\rho_2 = \rho_1 \frac{u_1}{u_2} (1 + r)$$

$$\rho_2 = 0,80 \frac{300}{500} \left(1 + \frac{1}{30}\right)$$

$$\rho_2 = 0,496 \text{ kg/m}^3$$

bulunur.

ÖRNEK PROBLEM 3.4



Şekildeki buhar türbini düzeninde $\rho_1 = 10 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 0,15 \text{ kg/m}^3$, $\rho_3 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ve sistemin kütle debisi $\dot{m} = 10000 \text{ kg/sa}$ olarak bulunmuştur. Eğer buharın hızı 30 m/s ve suyun hızı $1,5 \text{ m/s}$ ile sınırlandırılmış ise boru çapları (d_1, d_2, d_3) ne olur?

ÇÖZÜM

Süreklilik denkleminde

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 = \rho_3 u_3 A_3 = \dot{m}$$

yazılır. $u_1 = u_2$ alınır ve verilen değerler yerine konursa

$$10 \times 30 \times A_1 = 0,15 \times 30 \times A_2 = 1000 \times 1,5 \times A_3 = \frac{10000}{3600}$$

elde edilir.

$$A = \frac{Q}{u} = \frac{\dot{m}/\rho}{u} = \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{bağıntısından}$$

$$d = \left\{ \frac{4 \dot{m}}{\rho u \pi} \right\}^{1/2} \quad \text{yazılır.}$$

Neticede

$$d_1 = \left\{ \frac{4 (10000/3600)}{10 \times 30 \times \pi} \right\}^{1/2} = 0,108 \text{ m}$$

$$d_2 = \left\{ \frac{4 (10000 / 3600)}{0,15 \times 30 \times \pi} \right\}^{1/2} = 0,886$$

$$d_3 = \left\{ \frac{4 (10000/3600)}{1000 \times 1,5 \times \pi} \right\}^{1/2} = 0,048 \text{ m}$$

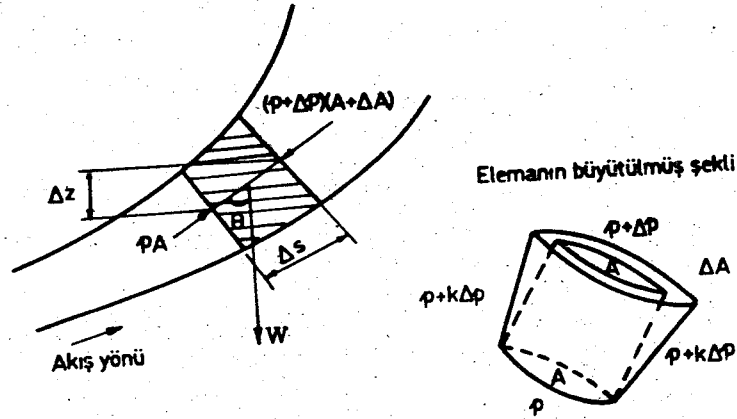
bulunur.

3.5 Bernoulli Denklemi

Bir akışkanın hızı genel olarak akış yönünde bile bir noktadan diğer bir noktaya değişir. Newton'un Birinci Kanununa göre, bir hız değişmesi bir kuvvet ile ilişkili olduğundan, akışkan basıncı da noktadan noktaya değişir.

cektir. Bu değişmeler arasındaki bağıntı, bir akışkan parçacığına Newton'un İkinci Kanununu uygulayarak bulunabilir.

Akışkan parçacığı, üzerindeki hız ve basınç değişimleri çok küçük olan küçük bir akışkan elemandır. Bununla beraber, küçük olmasına rağmen, eleman çok sayıda molekülleri ihtiva etmektedir ve bu yüzden akışkan sürekliliğinin karakteristik bir özelliği mevcut durumdadır. Akışkan parçacığı, küçük kesitli bir akım tübü kısmını kapsayacak şekilde seçilmiştir (Şekil 3.7 ye bakınız). Elemanın uçları düzlemdir ve merkezi akım çizgisine diktir fakat herhangi bir geometrik şekilde olabilir.



Şekil 3.7

Düşünülen olaydaki kuvvetler, bütün eleman çevresindeki akışkanın basıncı ve yer çekimi nedeniyle ortaya çıkmaktadırlar. Viskozite, yüzey gerilmesi, elektrik, magnetizma, kimyasal veya nükleer reaksiyonlar nedeniyle olabilecek diğer kuvvetlerin ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu varsayımı yapılmıştır. Ayrıca akışın daimi olduğu varsayımı yapılmaktadır.

Eleman, Δs uzunluğundadır ve burada s akış yönünde akım tübü boyunca ölçülen uzunluğu göstermektedir. Δs uzunluğu çok küçük olduğundan akım çizgilerinin eğriliği ihmal edilebilmektedir.

Basınç, hız ve diğerleri genellikle s ile değişecektir fakat akış daimi olduğundan belirli bir noktadaki büyüklükler zamanla değişmez. Bu yüzden, düşünülen akım tübü için, her bir değişken yalnız s nin bir fonksi-

yonu olarak ele alınabilir.

Elemanın üst-akım ucunda, basınç p dir ve alt-akım ucunda $p + \Delta p$ dir. (Δp negatif olabilir). Elemanın kenarlarında, basınç uzunluk boyunca değişir fakat bir ortalama $p + k \Delta p$ değeri varsayılabilir. Burada, k birden küçük sayıdır. Kesit alanının A olduğu üstakım ucundaki basınç, akış yönünde eleman üzerine bir pA kuvveti uygular. Kesit alanının $A + \Delta A$ olduğu alt-akım ucundaki basınç, karşıt yönde eleman üzerine bir $(p + \Delta p)(A + \Delta A)$ kuvvetine neden olur.

Elemanın kenarlarındaki basıncın oluşturduğu kuvvetler de akış yönünde bir bileşene sahiptir. Herhangi bir yöndeki kuvvet, basınç ve o yöne dik izdüşüm alanının çarpımı ile verildiğinden; eleman kenarlarındaki basıncın uyguladığı net alt-akım eksenel kuvveti $(p + k \Delta p) \Delta A$ değerindedir çünkü ΔA akış yönüne dik net alandır.

Elemanın W ağırlığı, $\rho g A \Delta s$ e eşittir (ikinci mertebeden olan küçük miktarlar ihmal edilmiştir) ve hareket yönündeki bileşeni $-\rho g A \Delta s \cos \theta$ dir. Burada, ρ akışkanın yoğunluğunu ve θ hareket yönü ve düşey arasındaki açıyı göstermektedir. Böylece, viskozite ve diğer kuvvetler yok iken akış yönünde eleman üzerine etkiyen toplam kuvvet,

$$\Delta p A - (p + \Delta p)(A + \Delta A) + (p + k \Delta p) \Delta A - \rho g A \Delta s \cos \theta$$

şeklindedir. İkinci mertebeden küçük miktarlar ihmal edilirse, bu ifade;

$$-\Delta p A - \rho g A \Delta s \cos \theta \quad (3.9)$$

olur. Eleman kütlesi sabit olduğundan bu net kuvvet Newton'un İkinci Kanununa göre, kütle ile kuvvetin yönündeki ivmenin çarpımına eşit olur. Yani, $\rho A \Delta s \cdot \rho (du/dt)$ dir. $\Delta s \cos \theta = \Delta z$ olarak yazabiliriz. Burada z uygun bir yatay referans düzleminin yukarısındaki yüksekliği göstermektedir ve Δz , elemanın bir ucundan diğer ucuna olan seviyesindeki değişimdir. Böylece,

$$-\Delta p A - \rho g A \Delta z = \rho A \Delta s \frac{du}{dt}$$

yazılır. $\rho A \Delta s$ ile bölerek ve $\Delta s \rightarrow 0$ iken limiti alarak

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} + \frac{du}{dt} + g \frac{dz}{ds} = 0 \quad (3.10)$$

elde edilir. İvmenin ifadesinden

$$\frac{du}{dt} = u \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

olduğu bilinmektedir. Fakat daimi akış için, lokal ivme $\partial u / \partial t = 0$ dir. Böylece, $du/dt = u (du/ds)$ olur (kısmi türevin yerini tam türev almaktadır çünkü bu akım tübü için u yalnız s nin bir fonksiyonudur). Neticede,

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} + u \frac{du}{ds} + g \frac{dz}{ds} = 0 \quad (3.11)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı genellikle "Euler denklemi" olarak bilinir. ρ sabit ya da p nin bilinen bir fonksiyonu olmadıkça, bu denklem s ye göre tam olarak integre edilemez. Bununla beraber, sabit yoğunluklu bir akışkan için, integrasyon sonucu ;

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + g z = \text{sabit} \quad (3.12)$$

veya g ile bölerek,

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + z = \text{sabit} \quad (3.13)$$

bulunur. Heriki şekildeki sonuç "Bernoulli denklemi" olarak bilinir.

z miktarı keyfi şekilde seçilen bir yatay düzlemin üzerindeki yüksekliliği göstermektedir. Bu düzlem seviyesi önemli değildir. Örneğin, seviye bir metre daha yükseğe hareket ettirilince, düşünülen akım tübü için bütün z değerleri bir metre azalacak ve böylece Denk. 3.13 deki üç miktarın toplamı gene sabit olacaktır. Akışın daimi kabul edildiği unutulmamalıdır; sonuç daimi olmayan harekete uygulanamaz. Bundan başka, limitte, düşünülen tübün kesit alanı sıfıra gider ve tüp tek bir akım çizgisi olur. Böylece, üç terimin toplamı tek bir akım çizgisi boyunca sabittir fakat genellikle hem Denk. 3.12 hem de Denk. 3.13 ün sağ tarafındaki sabit, değişik akım çizgileri için değişik değerlere sahiptir. Bütün akım çizgilerinin aynı basınç, hız ve yükseklik şartlarından başladığı (veya geçtiği) özel durumlarda, birkaç akım çizgisi için sabitler şüphesiz eşittir fakat akışkan hareketinin her bir örneği bu şartları yerine getirmez.

Özetleyecek olursak, Bernoulli denkleminin uygulandığı şartlar şunlardır:

- Akışkan sürtünmesiz (yapışmaz) ve sabit yoğunluklu olmalıdır.
- Akış daimi olmalıdır.

c) Bağıntı, genellikle yalnız tek bir akım çizgisi için ve akış yönünde uygulanırsa geçerlidir.

Düşünülür bir sistemin herhangi bir yerinde serbest bir yüzey varsa, sıvıların durumunu açıklamak için, Denk.3.13 genellikle en uygun bağıntıdır. Yoğunluk değişmelerinin önemli olmadığı durumlardaki gazlara da bu denklem uygulanabilir. Böylece Denk.3.12 bazı avantajlara sahiptir. Denklemin basitleştirilmiş bir şekli, yoğunluğu önemli derecede değişmeyen gazların durumunu açıklamak için mümkündür; çünkü gazların yoğunluğu küçüktür, akıştaki bir noktadan diğer noktaya olan z değerindeki değişme, Denk.3.12 deki p/ρ terimi ile karşılaştırıldığında kolaylıkla ihmal edilebilir. Böylece, z terimi önemli bir hata olmaksızın kaldırılabilir. Neticede denklem,

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{sabit}$$

veya daha genel olarak uygulandığı şekliyle,

$$p + \frac{1}{2} \rho u^2 = \text{sabit} \quad (3.14)$$

olur.

3.5.1 Bernoulli Denklemindeki Terimlerin Anlamı

Denk.3.12 den görüldüğü gibi, üç büyüklüğün (niceliğin) toplamı sabittir. Netice olarak, ayrı büyüklükler aralarında değiştirilebilir olmalıdır. İkinci terim ($u^2 / 2$) akışkanın birim kütesinin kinetik enerjisini veya daha hassas olarak küçük bir akışkan elemanın kinetik enerjisinin eleman kütesine oranını göstermektedir.

Üçüncü terim (gz) de enerji/kütle yi göstermektedir ve akışkanı referans seviyesinden z yüksekliğine getirmek için akışkanın birim kütesine verilen enerjiye karşılık gelir. Bu enerji akışkanın birim kütesinin yerçekimi enerjisi olarak düşünülebilir. Başka bir deyişle, akışkanın z yüksekliğinden düştüğünde yapacağı iş yeteneğidir.

Benzer olarak, p/ρ terimi de akışkanın birim kütesinin basıncı nedeniyle yapacağı iş yeteneğini göstermektedir.

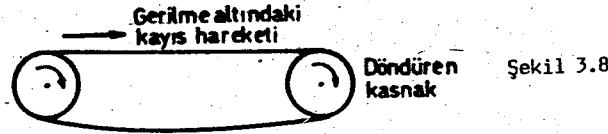
Denk.3.9 dan görüleceği gibi, elemana etkiyen net kuvvete "basınç kuvvetleri" nin katılma oranı, hareket yönünde $-A \Delta p$ dir. Bu yüzden, eleman bir Δs uzaklığında hareket ederken (yani, basıncın p olduğu bir noktadan basıncın $p + \Delta p$ olduğu bir noktaya) eleman üzerine bu kuvvet tarafından yapılan iş $(-A \Delta p) \Delta s$ ile verilir. Fakat elemanın kütle-

si $\rho A \Delta s$ dir ve böylece akışkanın birim kütlesi için kuvvet tarafından yapılan iş,

$$-A \Delta p \Delta s / \rho A \Delta s = - \Delta p / \rho$$

olur.

Eğer eleman basıncın p_1 olduğu bir noktadan p_2 olduğu diğer bir noktaya hareket ederse, akışkanın birim kütlesi için basınç kuvvetleri tarafından yapılan iş $\int p_1^2 - \frac{dp}{\rho}$, yani p sabitse, $\rho(p_1 - p_2)$ olarak verilir. Bu yüzden, Bernoulli denklemiindeki p/ρ terimi, akışkan basıncın p olduğu bir noktadan basıncın sıfır olduğu diğer bir noktaya hareket ettiğinde, basınç kuvvetleri tarafından birim akışkan kütlesi üzerinde yapılan işe karşılık gelir. Netice olarak, bu "akış işi" veya "yerdeğiştirme işi" olarak bilinir.



Eğer denklem,

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

şeklinde göz önüne alınırsa şöyle yorumlanabilir : Verilen (1) ve (2) konumları arasındaki sıkıştırılamaz ideal bir akışkanın daimi akışında, birim kütleye için kinetik enerji artması basınç kuvvetleri ve yerçekimi kuvvetleri tarafından birim kütleye için akışkan üzerinde yapılan işe eşittir.

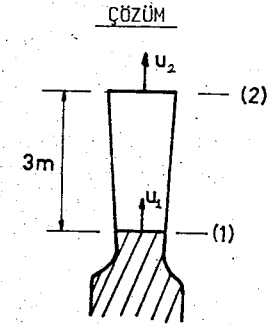
Böylece, p/ρ , $u^2/2$ ve gz terimlerinin herbiri enerji/kütleyi göstermektedir. Diğer bir durumda, Denk. 3.13 ün herbir terimi enerji/ ağırlık'ı gösterir ve $[ML^2 / T^2] : [ML / T^2] = [L]$ boyut formülüne sahiptir. Bu nedenle Denk. 3.13 deki nicelikler genellikle sırasıyla "basınç yüksekliği (veya statik yükseklik)", "hız yüksekliği (veya dinamik yükseklik)", "ağırlık yüksekliği (veya geometrik yükseklik)" ve bunların toplamı "toplam yükseklik" olarak tanımlanırlar. Denk. 3.14 deki herbir terim enerji/hacim şeklindedir.

p/ρ niceliği bazen yanlış şekilde "basınç enerjisi" olarak ifade edilmektedir. Bununla beraber, akışkan, sıkıştırıldığında (akışkan kolaylıkla sıkıştırılabilir olsaydı bile) akışkana verilen elastik enerji ile yapılacak hiçbir şeye sahip değildir. Gerçekte akışkan "basınç enerjisi" ne sahip bile değildir (örneğin, kinetik enerjiye sahip olduğu gibi). Bir iletme kayışı, iki kasnak arasında enerji iletir çünkü kayış gerilme altındadır; enerji iletimi, kayış hareketi yönüne karşıt yöndedir (Şekil 3.8 e bakınız)

Böylece, enerjiyi kayış boyunca taşıyor diye kabul etmek açıkça anlamsızdır. Bunun gibi, gerilme (basınç) altındaki bir akışkan, enerjiyi muhakkak sahip olmaksızın iletebilir. Bernoulli denklemiindeki terimler, akışkanın birim kütlesinde depolanan enerjiyi değil fakat akışkan miktarınca iletilen toplam mekaniksel enerjiyi göstermektedir.

ÖRNEK PROBLEM 3.5

Bir su hüzmesi 75 mm çapındaki (1) noktasından 9 m/s lik bir hızla düşey olarak yukarıya doğru akmaktadır. Sürtünmeyi ihmal ederek ve hız kesitinin bozulmayacağını kabul ederek (1) den 3 m yukarıdaki (2) noktasında hüzmenin çapı ne olacaktır?



$$\text{Süreklilikten : } A_1 u_1 = A_2 u_2 \quad (I)$$

(1) ve (2) arasında Bernoulli Denklemi uygulanırsa,

$$z_1 + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = (z_1 - z_2) + \frac{u_1^2}{2g} \quad (II)$$

yazılır. Değerler yerine konursa,

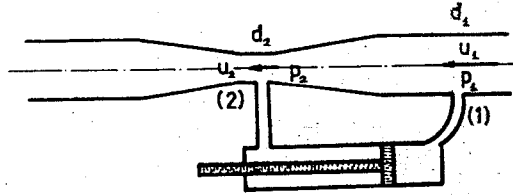
$$u_2 = 4,7 \text{ m/s}$$

bulunur. (I) den

$$d_2 = 111 \text{ mm}$$

elde edilir.

ÖRNEK PROBLEM 3.6



Çapı (1) de $d_1 = 10$ mm den çapı (2) de $d_2 = 5$ mm ye daralan şekildeki düzenden su akmaktadır. Boru yatay ise, (1) deki suyun hızı $u_1 = 5$ m/s iken (1) ve (2) arasındaki basınç farkını bulunuz. Yatay silindirdeki piston çapı 30 mm. olduğuna göre sürtünmeyi ve kola bağlı piston alanını ihmal ederek bütün piston yüzeyine gelen kuvveti hesaplayınız.

ÇÖZÜM

(1) ve (2) arasında Bernoulli denklemi yazılırsa;

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$$

Süreklilikten

$$\frac{\pi d_1^2}{4} u_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} u_2$$

$$u_2 = u_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

$u_1 = 5$ m/s, $d_1 = 10$ mm, $d_2 = 5$ mm konulursa

$u_2 = 20$ m/s

bulunur.

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{20^2 - 5^2}{2 \times 9,81} = 19,11 \text{ m su yüksekliği elde edilir.}$$

$$p_1 - p_2 = 1000 \times 9,81 \times 19,11 = 187469 \text{ Pa} \approx 187,4 \text{ kPa}$$

$$\text{Piston alanı} = \frac{1}{4} \pi (0,030)^2 = 0,000706 \text{ m}^2$$

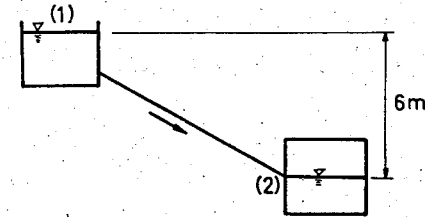
$$\begin{aligned} \text{Pistona gelen kuvvet} &= (p_1 - p_2) \times \text{piston alanı} \\ &= 187469 \times 0,000706 \\ &= 132,3 \text{ N} \end{aligned}$$

olur.

ÖRNEK PROBLEM 3.7

Göstergeç basıncı -70 kPa olan bir kapalı tanka atmosfere açık bir depodan su akmaktadır. Depodaki su seviyesi tanktaki su seviyesinden 6 m yukarıda olduğuna göre tanka hemen girişteki suyun hızını bulunuz. Sürtünme kaybını ihmal ediniz.

ÇÖZÜM



Depo ve tank su seviyelerinde (1) ve (2) noktalarını seçelim. (2) noktasındaki göstergeç basıncı p_2 dir.

(1) ve (2) arasında Bernoulli Denklemi uygulanırsa,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 \text{ yazılır.}$$

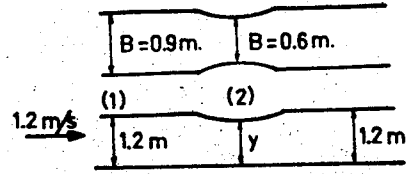
$$p_1 = p_{atm} = 0, \quad u_1 = 0 \text{ alınırsa}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = (z_1 - z_2) - \frac{p_2}{\rho g}$$

$$u_2 = \sqrt{\left(6 - \frac{-70000}{9,81 \times 10^3} \right) 19,62}$$

$$u_2 \approx 16,05 \text{ m/s bulunur.}$$

ÖRNEK PROBLEM 3.8



Üstten görünüşü şekildeki gibi olan bir açık kanalda su 1,2 m/s hızla akmaktadır. Suyun geniş yüksekliği 1,2 m olduğuna göre daralan kesitteki minimum su yüksekliği (y) ne kadardır? (1) ve (2) arasındaki kayıplar ihmal edilecektir.

ÇÖZÜM

Yüzeyde basınç atmosferik olduğundan $p_{atm} = 0$ alınır ve Bernoulli Denklemi (1) ve (2) arasında yazılırsa,

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2} u_1^2 + g z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{1}{2} u_2^2 + g z_2$$

olur. $p_1 = p_2 = p_{atm} = 0$; $u_1 = 1,2$ m/s ;

$$z_1 = 1,2 \text{ m} ; z_2 = y \text{ değerleri yerine konursa}$$

$$9,81 \times 1,2 + \frac{(1,2)^2}{2} = 9,81 \times y + \frac{u_2^2}{2} \quad (I)$$

bulunur. Süreklilik denkleminde,

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 \quad ; \quad B_1 z_1 u_1 = B_2 z_2 u_2$$

ve $B_1 = 0,9$ m ; $z_1 = 1,2$ m ; $B_2 = 0,6$ m ; $z_2 = y$,

$u_1 = 1,2$ m/s değerleri yerine konursa,

$$u_2 = \frac{2,16}{y} \quad (II)$$

elde edilir. (II) bağıntısı (I) de yerine konursa,

$$9,81 y^3 - 12,49 y^2 + 2,33 = 0$$

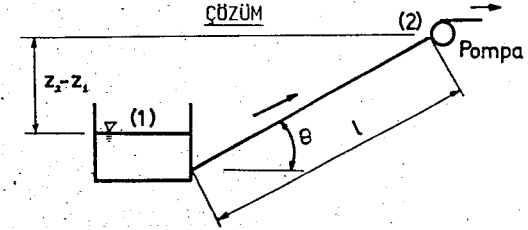
olur. Bu denklemin çözümünden en uygun değer olarak

$$y = 1,06 \text{ m}$$

alınır.

ÖRNEK PROBLEM 3.9

Atmosfere açık alt-depoya bağlantılı bir pompanın emme borusu yatayla $\sin \theta = \frac{1}{5}$ olacak şekilde eğimlidir ve borudaki suyun hızı 1,8 m/s dir. Pompadaki göstergesi basıncı -70 kPa ise kullanılacak borunun uzunluğu ne kadar olmalıdır? Sürtünmeyi ihmal ediniz ve alt depodaki suyun durgun olduğunu varsayınız.



Şekilden $\sin \theta \approx \frac{z_2 - z_1}{l} = \frac{1}{5}$ yazılır. (1) ve (2) arasında Bernoulli Denklemi uygulanırsa,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2$$

olur.

$$p_1 = p_{atm} = 0 \quad ; \quad u_1 = 0 \text{ alınır}$$

$$z_2 - z_1 = - \frac{p_2}{\rho g} - \frac{u_2^2}{2g}$$

yazılır. Değerler yerine konursa

$$\frac{l}{5} = + \frac{70000}{9,81 \times 10^3} - \frac{1,8^2}{2 \times 9,81}$$

$$l \approx 34,9 \text{ m}$$

bulunur.

3.6 Bir Akışkanın Daimi Akış Genel Enerji Denklemi

Bir akışkan elemanına Newton'un İkinci Hareket Kanununun uygulanması, akışkanın basıncı, hızı ve yüksekliğini gösterecek şekilde integre edilebilecek olan Denk.3.11 i ortaya çıkarır. Hatırlanacağı gibi, bu sonuç, aralarında akışkanda viskoz kuvvetlerin olmadığı varsayımında yapıldığı birkaç sınırlamaya konudur. Bununla birlikte, birçok örneklerde viskoz kuvvetler önemlidir. Bundan başka, akışkana veya akışkandan enerji transferleri oluşabilir. Bu durumlar, Termodinamiğin Birinci Kanunundan çıkarılan genel bir enerji denklemi sayesinde araştırılabilir.

3.6.1 Termodinamiğin Birinci Kanunu

Nükleer Reaksiyonların yokluğunda, bilimin asıl özelliklerinden biri enerjinin yaratılamayacağı veya yok edilemeyeceğidir. Termodinamiğin Birinci Kanunu, bu ilkeyi şöyle tanımlar:

Herhangi bir kütle sistemi (yani, herhangi bir belirli ve değişmeyen madde topluluğu) için sisteme verilen net ısı, iş yapılırken sistemi terkeden bütün enerji ile sistem enerjisindeki artmanın toplamına eşittir. Veya cebirsel terimlerle,

$$\Delta Q = \Delta E + \Delta W \quad (3.15)$$

şeklinde tanımlanır. Burada, E sistemin enerjisini, ΔQ sisteme verilen ısıyı ve ΔW , ΔE değişmesi oluşurken sistem tarafından yapılan işi göstermektedir.

Sistemin enerji içeriği (yapısı) şöyledir:

a) Bir süreklilik olarak düşünülen maddeye mal edilen enerji : yani, maddenin hareketiyle ilgili kinetik enerji ve dış kuvvetler sahasında maddenin konumu ile ilgili potansiyel enerji. Potansiyel enerji, genellikle yerçekimi enerjisidir, fakat elektrik veya manyetik enerji de olabilir. (İç-moleküler kuvvetlerden doğmasına rağmen, serbest yüzey enerjisi ve elastik enerji de bu sınıfa girebilir.)

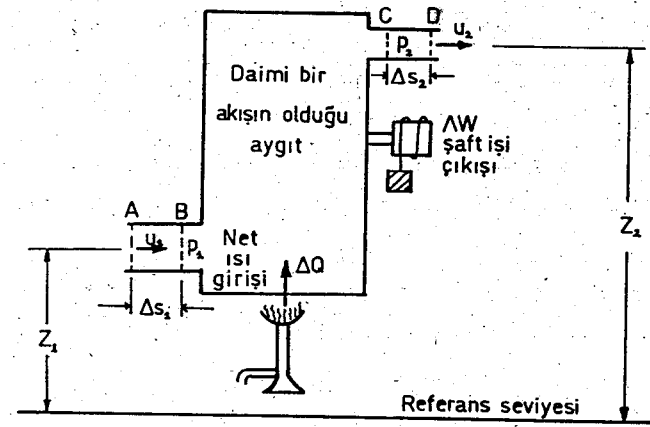
b) İç enerji : Bu, bireysel molekül ve atomların kinetik ve potansiyel enerjilerini bulundurulur ve genellikle sıcaklık ve yoğunluğun bir fonksiyonudur. Bununla beraber mükemmel (ideal) bir gaz için, moleküller arasındaki çekme kuvvetlerinden doğan potansiyel enerji sıfır kabul edilir ve bu yüzden iç enerji yalnız sıcaklığın bir fonksiyonu olur. Herhangi bir durumda, iç enerji yalnız sistemi oluşturan maddenin iç durumuna bağlıdır ve koordinat eksenleri takımına göre bir bütün olarak sistemin konumuna veya

hızına bağlı değildir.

Akışkanların akışına uygulandığı gibi; Termodinamiğin Birinci Kanunu, oluşan değişik enerji iç değişmelerini gösterir.

3.6.2 Daimi Akış Enerji Denkleminin Türetilmesi

Şekil 3.9 da gösterildiği gibi sistem içindeki bir akışkanın daimi akışını düşünelim. Isı şeklindeki enerji sürekli olarak bu ağıta verilir ve ağıt tarafından mekaniksel iş, örneğin dönen bir şaft sayesinde, yapılır.



Şekil 3.9

Düzen, bir buhar makinası veya bir türbin olabilir. Bütün şartların daimi olduğu varsayılır, yani ısı sabit bir oranda verilmektedir ve şaft işi sabit oranda meydana gelmektedir. Birim zamanda giren akışkanın kütlesi sabittir ve birim zamanda terk edilen kütleye eşittir. Akışkan, p_1 basıncı ve u_1 hızıyla ortalama yüksekliğin z_1 olduğu bir yerde girer ve p_2 basıncı ve u_2 hızıyla ortalama yüksekliğin z_2 olduğu yerde terk eder.

Akışkan, girişten çıkışa hareket ederken, akışkanın özellikleri genellikle bir noktadan diğer noktaya değişir. Bununla beraber, ağıt içindeki bütün noktalar için akışkanın durumu zaman ile değişmez.

Dikkatimizi, orijinal olarak ağıtın kendisi ile A (girişte) ve C (çıkışta) düzlemleri tarafından sınırlandırılan akışkan yığınınına verelim. Kısa bir Δt zaman aralığından sonra, bu akışkan ileriye doğru hareket eder ve böylece ağıtın kendisi, B giriş düzlemi ve D çıkış düzlemi tarafından sınırlandırılmaktadır. Bu zaman aralığı esnasında bir Δm elemansele kütlesi (ori-

jinal olarak A ve B düzlemleri arasında) ağıta girer ve süreklilik ilkesi- ne göre bir Δm kütlesi de C ve D düzlemleri arasındaki bölgeyi dolduracak şekilde terkeder. Elemanlar, özellikleri üniform olacak şekilde yeterince küçük varsayılmaktadır. Girişteki eleman, Δm e_1 (burada e birim kütle için iç enerjiyi göstermektedir) iç enerjisine, $\frac{1}{2} \Delta m u_1^2$ kinetik enerjisi- ne ve $\Delta m g z_1$ ağırlık enerjisine sahiptir. (Burada elektrik, kimyasal, nükle- er veya serbest yüzey enerjisinin değişimleri gözönüne alınmamıştır). Eğer ağıtta akışkan enerjisi (yani B ve C arasında) toplamı E ise A ve C arasın- daki akışkanın enerjisi $E + \Delta m (e_1 + \frac{1}{2} u_1^2 + g z_1)$ olacaktır.

Bu akışkan B ve D arasındaki konuma hareket ettikten sonraki enerji- si, B ve C arasındaki akışkanın enerjisi ile C ve D arasındaki akışkanın enerjisi toplamına eşittir. Diğer bir deyişle, toplam enerji $E + \Delta m (e_2 + \frac{1}{2} u_2^2 + g z_2)$ dir. Netice olarak, bu akışkan yığınının aldı- ğı enerjideki artma;

$$\left\{ E + \Delta m (e_2 + \frac{1}{2} u_2^2 + g z_2) \right\} - \left\{ E + \Delta m (e_1 + \frac{1}{2} u_1^2 + g z_1) \right\} \\ = \Delta m \left\{ (e_2 - e_1) + \frac{1}{2} (u_2^2 - u_1^2) + g (z_2 - z_1) \right\}$$

olur.

Bu aynı zaman aralığı boyunca, bir ΔQ ısı miktarı sisteme verilmek- te ve bir $\Delta W'$ iş miktarı akışkan tarafından, örneğin dönen bir şaftta, ya- pılmaktadır. (Akışkan, çevresinden daha yüksek bir sıcaklıkta olduğu zaman ısı akışkandan çevreye transfer olacak ve böylece ΔQ negatif olacaktır. Aynı zamanda, eğer iş akışkan üzerinde, örneğin bir pompa tarafından, yapı- lırsa $\Delta W'$ negatif olacaktır.) Bununla beraber, $\Delta W'$ işi akışkan tarafından yapılan tek iş değildir. A ve C arasındaki konumundan B ve D arasındaki ko- nomuna hareket ettiğinde, akışkan basınç kuvvetlerine karşı iş yapar. Kesit alanının A_2 olduğu çıkışta, düşünülen akışkan çıkış önündeki bölgede bir $p_2 A_2$ kuvveti oluşturur. Δt kısa zaman aralığı boyunca akışkan sisteminin bu ucu C den D ye bir Δs_2 uzaklığı kadar hareket eder. Çıkıştaki kuvvet bir $p_2 A_2 \Delta s_2$ değerinde iş yapar. Benzer olarak, girişteki $p_1 A_1$ kuvveti $-p_1 A_1 \Delta s_1$ işini yapar. (Eksi işareti ortaya çıkar çünkü akışkan yığını tarafından meydana getirilen $p_1 A_1$ kuvveti, Δs_1 yerdeğiştirmesine karşıt yöndedir.) Bu nedenle, düşünülen akışkan tarafından yapılan toplam iş

$$\Delta W' + p_2 A_2 \Delta s_2 - p_1 A_1 \Delta s_1$$

olur. Denk.3.15 de konulursa,

$$\Delta Q = \Delta m \left\{ (e_2 - e_1) + \frac{1}{2} (u_2^2 - u_1^2) + g (z_2 - z_1) \right\} + \Delta W' + p_2 A_2 \Delta s_2 - p_1 A_1 \Delta s_1$$

bulunur. $p_1 A_1 \Delta s_1 = \Delta m = p_2 A_2 \Delta s_2$ olduğundan, Δm ile bölme yapılırsa,

$$\frac{\Delta Q}{\Delta m} = (e_2 - e_1) + \frac{1}{2} (u_2^2 - u_1^2) + g (z_2 - z_1) + \frac{\Delta W'}{\Delta m} + \frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1}$$

veya

$$q = (p_2 / \rho_2 + \frac{1}{2} u_2^2 + g z_2) - (p_1 / \rho_1 + \frac{1}{2} u_1^2 + g z_1) + e_2 - e_1 + w' \quad (3.16)$$

elde edilir.

Burada, q birim kütle için akışkana verilen ısıyı ve w' birim kütle için akışkan tarafından yapılan şaft işini göstermektedir.

3.16 bağıntısı "Daimi Akış Enerji Denklemi" olarak bilinir. Kelimelerle aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

Herhangi bir bölgedeki daimi akışta birim kütle için akışkana verilen ısı birim kütle için akışkan tarafından yapılan şaft işi ile birim kütle i- çin akış işinde, kinetik enerjide, ağırlık enerjisinde ve iç enerjideki art- manın toplamına eşittir.

Termodinamiğin Birinci Kanunundan ayrı olarak, sonucun aşağıdaki var- sayımlar üzerine dayandırıldığı hatırlanmalıdır.

- (1) Akış daimi ve sürekli, yani düşünülen bölgeye giren kütlesel debi bölgeyi terkeden kütlesel debiye eşittir ve hiçbir zaman ile değişmez.
- (2) 1 ve 2 giriş ve çıkış kesitleri arasındaki herhangi bir noktada- ki şartlar zaman ile değişmez.
- (3) Isı ve şaft işi akışkana veya akışkandan sabit bir oranda trans- fer edilir.
- (4) 1 ve 2 giriş ve çıkış kesitlerindeki büyüklükler üniformdur.
- (5) Elektrik, manyetizma, yüzey gerilmesi veya nükleer reaksiyon nedeniyle enerji yoktur.

Eğer bu olaylardan herhangi biri nedeniyle enerji bulundurulursa, uygun ek terimler denklemlerde gözükecektir.

Giriş ve çıkış arasındaki akış şeklinin ayrıntıları hakkında varsayım- lar ve giriş ile çıkış arasında sürtünmenin varlığı veya yokluğu hakkında varsayım yapılmamıştır. 1 ve 2 varsayımlarının sınırlamaları pratikte biraz hafifletilir. Benzer şartların yeniden periyodik olarak yapıldığı şı- nırlı bir çevrimde dalgalanmalara izin verilebilir. Bu, sabit hız ve torkta

çalışan akım makinelerinde olur. Hareket eden kanatlar veya makina pistonlarının çevresindeki akış, tamamen daimi oluştan öteye devirlidir. Diğer bir deyişle, akışkanın herhangi bir özel noktasındaki şartlar, belirli bir frekansta düzgün olacak bir şekilde zaman ile değişir. Böyle bir durumda, denklem, bir devir periyodundan daha uzun bir zamanda ortalaması alınan niceliklerin değerlerini ilgilendirecek şekilde uygulanabilir.

Pratikte, (4) üncü varsayım bütünüyle yerine getirilemez. Çünkü viskoz kuvvetler hızın katı bir sınırdan (çepërde) hızla sıfıra düşmesine neden olurlar. Termodinamik özelliklerde her nasılsa kesit boyunca değişebilir. Uygun düzeltme faktörleri (örneğin, α kinetik enerji düzeltme faktörü) ortaya çıkabilir. Bununla beraber, hız ve diğer niceliklerin ortalama değerlerinin kullanışı normal olarak yeterince hassas sonuçlar verir.

ÖRNEK PROBLEM 3.10

Bir santrifüj pompanın deneyinde çıkıştaki (basma) göstergeç basıncı 700 kPa ve girişteki (emme) göstergeç basıncı 40 kPa'dır. Basınç göstergeçlerinin merkezleri aynı seviyededir. Emme borusunun çapı 7 cm ve basma borusunun çapı ise 5 cm'dir. Emme ve basma aynı seviyededir. Bağlı yoğunluğu 0,85 olan yağ 8 lt/s'lik bir debi ile pompalanmaktadır. İşlemin adyabatik olduğunu ve herhangi bir iç enerji değişiminin olmadığını kabul ederek pompaya verilecek gücü hesaplayınız.

ÇÖZÜM

Emme (1) kesiti

Basma (2) kesiti olsun.

$$\text{Enerji denklemi } W = \left(\frac{P_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} \right) - \left(\frac{P_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} \right)$$

Süreklilik denkleminde :

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 = Q$$

$$u_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{8 \times 10^{-3}}{\pi (7 \times 10^{-2})^2} = 2,078 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{8 \times 10^{-3}}{\pi (5 \times 10^{-2})^2} = 4,074 \text{ m/s}$$

bulunur. Değerler yerine konursa.

$$W = \left(\frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) + \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{700000 - 40000}{850} \right) + \frac{(4,074^2 - 2,078^2)}{2}$$

$$= 776,47 + 6,13 = 782,6 \text{ Nm / kg}$$

$$N = \rho Q W = 850 \times 8 \times 10^{-3} \times 782,6$$

$$N = 5321,6 \text{ Watt} = 5,3 \text{ kW}$$

bulunur.

3.6.3 Kinetik Enerji Düzeltme Faktörü

Akışkanlar dinamiğinde birçok problemi araştırırken, akışın genellikle "bir-boyutlu" olduğu varsayılır. Bütün akışkanın, kesitindeki hızı üniform olan tek bir büyük akım tübü içinde bulunduğu düşünülür. Böylece, birim kütle için kinetik enerji değeri $\bar{u}^2 / 2$ olarak hesaplanır. Burada, $\bar{u}$ toplam Q debisinin akış kesit alanı ile bölünmesi sonucunda ortaya çıkan ortalama hızı göstermektedir. Bu ortalama hızın kullanışındaki durumu tamamen sağlayan bağıntı,

$$(\sum m) \bar{u}^2 = \sum (m u^2)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada, m kütleyi, u küçük bir akım tübünün kısa bir uzunluğundaki akışkan hızını, $\bar{u}$ bütün akış kesitindeki ortalama hızı ($= \sum (m u) / \sum m$) göstermektedir.

Bu bağıntı, yalnız bütün "u" lar eşit olduğu zaman sağlanır. Fakat pratikte viskozitenin etkisi nedeniyle bu duruma asla ulaşılamaz. Birim kütlenin kinetik enerjisini hesaplamak için ortalama hızı kullanışta görülen yanlış aşağıdaki şekilde tahmin edilebilir.

Bütün kesit yerine, üzerinde u hızının önemli değişiminin olmayacağı yeterince küçük bir ΔA alanlı eleman düşünelim. Bu küçük elemandan geçen debi $u \Delta A$ dır ve kütleli debi $\rho u \Delta A$ olur. Birim zaman içinde eleman-

dan geçen kinetik enerji $\frac{1}{2} (\rho u \Delta A) u^2$ dir ve neticede bütün kesitten geçen toplam kinetik enerji birim zamanda $\int \frac{1}{2} \rho u^3 dA$ şeklini alır.

Toplam kütsel debi $\int \rho u dA$ yı elde etmek için kesitin bir elemanından geçen kütsel debiyi integre edebiliriz. Böylece, birim kütle için kinetik enerji,

$$\frac{\text{Birim zamandaki toplam kinetik enerji}}{\text{Birim zamandaki toplam kütle}} = \frac{\int \frac{1}{2} \rho u^3 dA}{\int \rho u dA}$$

olur. Bu bağıntı, sabit yoğunluklu bir akışkan için;

$$\frac{\int u^3 dA}{2 \int u dA} \quad (3.17)$$

şeklini alır.

u bütün kesit boyunca sabit olmadıkça, bu bağıntı $\bar{u}^2/2$ ye eşit değildir.

Birim kütlenin gerçek ortalama kinetik enerjisini bulmak için $\bar{u}^2/2$ terimi ile çarpılması gerekli faktör, genellikle "Kinetik Enerji Düzeltme Faktörü (α)" olarak bilinir. Bu faktör asla birden aşağı olamaz çünkü farklı küplerin ortalaması daima ortalamanın kübünden daha büyüktür.

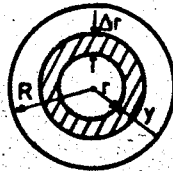
ÖRNEK PROBLEM 3.11

Tamamen gelişmiş türbülanslı akış için dairesel bir borunun kesitindeki hız, yaklaşık olarak Prandtl'ın "Yedinci Kök Kanununa" göre değişir:

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(\frac{y}{R} \right)^{1/7}$$

Burada, R boru yarıçapını ve u boru çeperinden bir y ($\leq R$) uzaklığındaki akışkan hızını göstermektedir. y = R olan boru merkezinde $u_{\max}$ maksimum hızı olduğuna göre α yı hesaplayınız.

ÇÖZÜM



$\Delta A = 2\pi r \Delta r$ olduğuna göre

$$\int u^3 dA = \int u_{\max}^3 \left(\frac{y}{R} \right)^{3/7} dA = \frac{u_{\max}^3}{R^{3/7}} \int_0^R y^{3/7} 2\pi r dr$$

yazılır. r'nin bir Δr artması, y'nin bir $(-\Delta y)$ azalmasına karşılık gelir. r = R - y ile integral,

$$\begin{aligned} \frac{u_{\max}^3}{R^{3/7}} \int_0^R y^{3/7} 2\pi (R-y) (-dy) &= \frac{2\pi u_{\max}^3}{R^{3/7}} \int_0^R (R y^{3/7} - y^{10/7}) dy \\ &= \frac{2\pi u_{\max}^3}{R^{3/7}} \left[\frac{7}{10} R y^{10/7} - \frac{7}{17} y^{17/7} \right]_0^R = \frac{98}{170} \pi R^2 u_{\max}^2 \end{aligned}$$

olur. Benzer olarak,

$$\begin{aligned} \int u dA &= \int_0^R u_{\max} \left(\frac{y}{R} \right)^{1/7} 2\pi r dr = \frac{2\pi u_{\max}}{R^{1/7}} \int_0^R y^{1/7} (R-y) (-dy) \\ &= \frac{2\pi u_{\max}}{R^{1/7}} \int_0^R (R y^{1/7} - y^{8/7}) dy = \frac{2\pi u_{\max}}{R^{1/7}} \left[\frac{7}{8} R y^{8/7} - \frac{7}{15} y^{15/7} \right]_0^R \\ &= \frac{49}{60} \pi R^2 u_{\max} \end{aligned}$$

$$\text{bulunur. Ortalama hız } \bar{u} = \frac{\text{Toplam debi}}{\text{Alan}} = \frac{\int u dA}{\pi R^2} = \frac{49}{60} u_{\max}$$

ve buradan,

$$u_{\max} = \frac{60}{49} \bar{u}$$

$$\text{olur. Neticede, birim kütle için kinetik enerji} = \frac{\int u^3 dA}{2 \int u dA}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{98}{170} \pi R^2 u_{\max}^2}{2 \cdot \frac{49}{60} \pi R^2 u_{\max}} \\ &= \frac{12}{17} u_{\max}^2 / 2 = \frac{12}{17} \left(\frac{60}{49} \right)^2 \frac{\bar{u}^2}{2} = 1,058 \frac{\bar{u}^2}{2} \end{aligned}$$

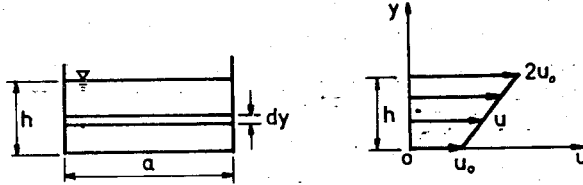
olur ve $\alpha = 1,058$ elde edilir.

Kesit boyunca görülen hızın bu özel dağılımı ile; $\bar{u}^2/2$ terimi, birim kütle için ortalama kinetik enerjiyi anlatmak için aşağı yukarı % 6 daha azdır. Bununla beraber, büyük hassasiyetin amaçlandığı yerler dışında bu gibi farkı düşünmemek olağandır. Herhangi bir durumda uygulanacak kesin düzeltme değeri, üst-akım şartları tarafından daha çok etkilenir ve henüz tam olarak bilinmemektedir. Herşeye rağmen, eğer Daimî Akış Enerji Denklemi dairesel bir borudaki tamamen gelişmiş laminer akışa uygulanırsa düzeltme yapılmalıdır. Bu durumda, birim kütle için ortalama kinetik enerji $2\bar{u}^2/2$ olur. Böyle olmasına rağmen, laminer akış genellikle yalnız çok düşük hızlar ile ilgili olduğundan, kinetik enerji terimi bu şartlar altında belki ihmal edilebilir olacaktır.

ÖRNEK PROBLEM 3.12

Açık bir dikdörtgen kanalda "h" yüksekliğindeki suyun hızı, "a" genişliği boyunca üniformdur ve derinlik ile lineer olarak değişmektedir. Serbest yüzeydeki hızın değeri tabandaki hız değerinin iki katı büyüklüktedir. Buna göre, kinetik enerji düzeltme faktörünün $\alpha = 10/9$ değerini alacağını gösteriniz.

ÇÖZÜM



Kanal tabanındaki hız u_0 denirse serbest yüzeydeki hız $2u_0$ olacaktır. Buna göre, hız dağılımı (A bir sabiti göstermek üzere) $u = u_0 + Ay$ bağıntısını sağlayacaktır. Sınır koşullarından ($y = 0$ için $u = u_0$ ve $y = h$ için $u = 2u_0$)

$$A = \frac{u_0}{h} \quad \text{ve} \quad u = u_0 \left(1 + \frac{y}{h} \right)$$

elde edilir.

$$\alpha \frac{\bar{u}^2}{2} = \frac{\int_0^h u^3 dy}{2 \int_0^h u dy} \quad ; \quad \bar{u} = \frac{1}{A} \int_0^h u dy$$

ve $dA = a dy$ bağıntılarından

$$\int_0^h u^3 dy = \int_0^h \left\{ u_0 \left(1 + \frac{y}{h} \right) \right\}^3 a dy = \frac{15}{4} a h u_0^3$$

$$\int_0^h u dy = \int_0^h u_0 \left(1 + \frac{y}{h} \right) a dy = \frac{3}{2} a h u_0$$

$$\bar{u} = \frac{\int_0^h u dy}{A} = \frac{3}{2} u_0$$

bulunur. Değerler yerine konursa,

$$\alpha = \frac{10}{9}$$

elde edilir.

3.6.4 Pratikte Daimî Akış Enerji Denklemi

Daimî Akış Enerji Denklemi, sıvılara, gazlara ve buharlara ve viskozitesi olan (ideal akışkanlara yakın) gerçek akışkanlara uygulanır. Bir çok uygulamalarda, denklem önemli ölçüde basitleşir çünkü bazı terimler sıfırdır veya diğerleriyle yok olurlar. Eğer hiçbir ısı enerjisi, sınırlar dışından akışkana verilmezse ve eğer akışkanın ve çevresinin sıcaklığı pratik olarak benzerse (veya sınırlar iyice izole edilmiş ise) q sıfır olarak alınabilir. Eğer 1 ve 2 kesitleri arasında hiçbir makina yok ise, birim kütle için shaft işi (w') sıfırdır. Ve sabit yoğunluklu akışkanlar için $\rho_1 = \rho_2$ dir.

Viskozitesi sıfır olan sıkıştırılamaz bir akışkan, ısı veya iş transferinin genişliğine olmadığı bir akım tübünde akıyor ise, akışkanın sıcaklığı sabit kalır. Bu yüzden, iç enerji de sabittir ve denklem,

$$0 = \left(\frac{p_2}{\rho_2} + \frac{\rho_1}{\rho_2} u_2^2 + g z_2 \right) - \left(\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{1}{2} u_1^2 + g z_1 \right)$$

şeklini alır. Görüleceği gibi, bu denklem Bernoulli denklemi ile aynıdır (3.12)

Bununla beraber, gerçek akışkanlar viskoziteye sahiptir ve viskoz kuvvetleri yenmede yapılan iş akışkan sürtürmesi diye bilinir. Sürtünmeyi

yenmek için istenen enerji ısı enerjisi şekline dönüşür. Akışkanın sıcaklığı, sürtünmesiz akış için olan değer üstüne yükselir. İç enerji artar ve akışkandan çevreye geçen ısı (birim kütle için $-q$) genellikle artmaktadır. Sıcaklığın ve neticesinde iç enerjinin artması, genellikle önemli değildir ve bir faydalı enerjinin kaybı olarak ele alınır. Bundan başka, $-q$ sistemden dolayı bir faydalı enerjinin kaybını göstermektedir ve böylece akışkanın birim kütlesi için toplam kayıp $e_2 - e_1 - q$ olur. Sabit yoğunluklu bir akışkan için, sürtünmeden ortaya çıkan faydalı enerjinin kaybını birim ağırlık için enerji olarak tanımlamak mümkündür. Yani, sürtünme nedeniyle kaybolan yükseklik h_f dir. Bu yüzden,

$$h_f = (e_2 - e_1 - q) / g$$

yazılır. Diğer şekilde ısı geçişi ve shaft işi yapılmayan sabit yoğunluklu bir akışkan için Daimi Akış Enerji Denklemi,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 - h_f = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 \quad (3.18)$$

olarak elde edilir. Burada u_1 ve u_2 sırasıyla 1 ve 2 kesitlerindeki ortalama hızları göstermektedir ve α Kinetik Enerji Düzeltme Faktörü ($\alpha = 1$) birden önemsenmeyecek derecede farklıdır varsayımı yapılmıştır. Ek olarak, eğer akışın üniform kesitli yatay bir boruda olduğunu varsayarsak $u_1 = u_2$ ve $z_1 = z_2$ ve böylece $(p_1 - p_2) / \rho g = h_f$ bulunacaktır. Bu, borudaki akışkan üzerinde yapılan "yerdeğiştirme işi", tamamen sürtünmeyi yenmek için kullanılmaktadır.

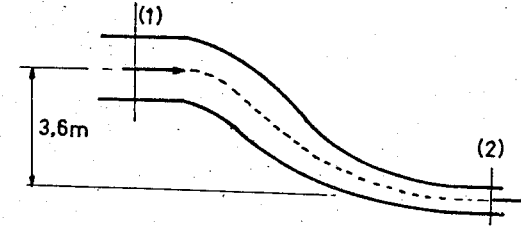
Sıkıştırılamaz bir akışkan için, $(e_2 - e_1)$ ve sürtünmeden ortaya çıkan ısı geçişi değerleri kendileri arasında seyrek olarak ilgilidir ve bu yüzden bu nicelikleri değerlerini tek h_f terimi içinde toplamak yararlı bir basitleştirmedir. Görüleceği gibi, h_f yükseklik kaybı, bir enerji miktarının bütün kaybını değil fakat mekanik enerjinin ısı enerjisine dönüşümünü göstermektedir. Bununla beraber, bu ısı enerjisi normal olarak eski şekline dönemez ve neticede h_f bir faydalı enerjinin kaybını belirtir. Sıkıştırılabilir bir akışkanın durumunda, bu tanım genellikle doğru olmayacaktır çünkü iç enerji toplam faydalı enerji içinde bulunmaktadır.

ÖRNEK PROBLEM 3.13

Dairesel kesitli bir borunun (1) ve (2) kesitleri sırasıyla $A_1 = 0,184 \text{ m}^2$ ve $A_2 = 0,138 \text{ m}^2$ dir ve (1) kesitinin merkezi (2)

kesitinin merkezinden 3,6 m yukarıdadır. (1) ve (2) kesitlerindeki basınç yükleri 4,5 msy ve suyun debisi $0,51 \text{ m}^3/\text{s}$ olduğuna göre bir kilogramlık akış için kaybolan enerjiyi hesaplayınız.

ÇÖZÜM



(1) ve (2) arasında Bernoulli denklemi yazılırsa

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + g z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + g z_2 + h_f$$

$$h_f = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + g (z_1 - z_2)$$

olur ve $p_1 = p_2$; $z_1 - z_2 = 3,6 \text{ m}$

$$u_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0,51}{0,184} = 2,771 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \frac{0,51}{0,138} = 3,695 \text{ m/s}$$

değerleri yerine konursa

$$h_f = 32,32 \text{ j/kg} \quad \text{bulunur.}$$

ÖRNEK PROBLEM 3.14

Konik bir tüp, daha küçük ucu yukarıya doğru düşey bir durumda yerleştirilmiştir. Tüpten aşağıya akış hızı yukarıdaki uçta $4,5 \text{ m/s}$ ve aşağıdaki uçta $1,5 \text{ m/s}$ dir. Tüp $1,5 \text{ m}$ uzunlukta olup yukarı uçtaki basınç yükü 3 m sıvı yüksekliğidir. Tüp içindeki kayıp, yük olarak

$0,3 (u_1 - u_2)^2/2g$ şeklinde verilmektedir. (u_1 ve u_2 yukarı ve aşağı uçlardaki hızları göstermektedir) Aşağı uçtaki basınç yükü ne kadardır?

ÇÖZÜM

Bir sıvı akımındaki iki nokta arasında oluşan enerji kaybı için Bernoulli denklemi

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 + \text{Yük kaybı}$$

şeklinde ifade edilir. Probleme uygulanırsa,

Yukarı uçtaki toplam enerji = Aşağı uçtaki toplam enerji + Kayıp

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 + \frac{0,3 (u_1 - u_2)^2}{2g}$$

$$\frac{p_2}{\rho g} = 3 \text{ m}, \quad z_1 - z_2 = 1,5 \text{ m}, \quad u_1 = 4,5 \text{ m/s}, \quad u_2 = 1,5 \text{ m/s}$$

yerlerine konursa

$$\frac{p_2}{\rho g} = 3 + 1,5 + \frac{(4,5)^2}{2 \times 9,81} - \frac{(1,5)^2}{2 \times 9,81} - \frac{0,3 (4,5 - 1,5)^2}{2 \times 9,81}$$

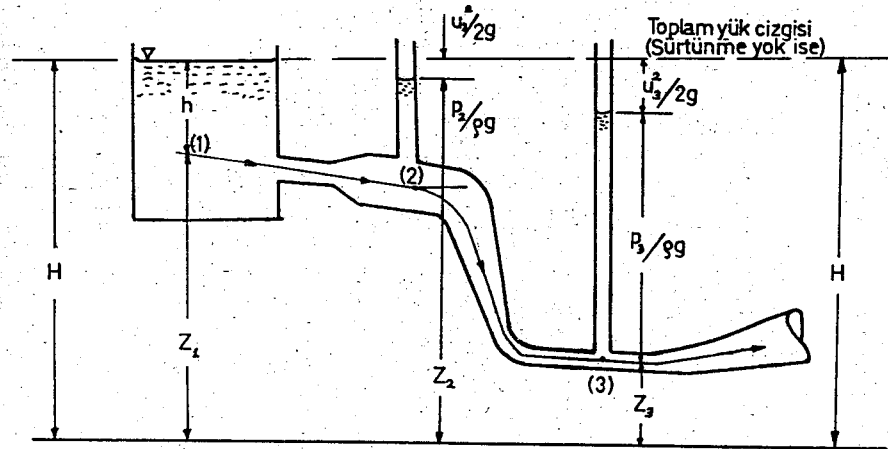
$$\frac{p_2}{\rho g} = 5,28 \text{ m sıvı yüksekliği}$$

3.6.5 Sabit Yoğunluklu Bir Akışkanda Enerji Dönüşümleri

"Yükseklik" kavramı (yani, sabit yoğunluklu bir akışkanın birim ağırlığı için enerjisi) enerji değişimlerinin bir geometrik gösterilişini hesaplamak için önemlidir. Paragraf 2.2.1 den hatırlanacağı gibi, atmosferik basıncı çok aşmayan kararlı basınçlar, bir cam tüpteki sıvının yüksekliği ile ölçülebilir. Örneğin, büyük bir depodan sıvı taşıyan bir boruya belirli noktalarda piyezometre tüplerinin takılı olduğu sistemi düşünelim (Şekil 3.10). Borudaki göstergeç basıncının p olduğu bir noktada sıvı piye-

zometre tübünde bir $p/\rho g$ yüksekliğine çıkacaktır.

Depo çıkışından uzak olan depo içindeki noktalarda sıvının hızı ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Serbest yüzeyin altındaki h_1 derinliğinde (1) noktasında, basınç $p_1 = \rho g h_1$ hidrostatik bağıntısı ile verilir. Bu



Şekil 3.10

nedenle Bernoulli denklemindeki üç terimin toplamı

$$\rho g h_1 / \rho g + 0^2/2g + z_1 = h_1 + z_1 = H$$

olur. Böylece, H, üzerinde (1) noktasının bulunduğu, akım çizgisi için toplam yükü göstermektedir. Eğer sürtünme nedeniyle hiç enerji harcanmamışsa toplam yük (H) düşünülen akım çizgisi boyunca sabittir ve referans düzlemi-ne paralel bir çizgi ile gösterilebilir.

Borudaki (2) noktasındaki basınç, piyezometre tübündeki sıvının $p_2/\rho g$ yükselmesi ile belirtilir. $p_2/\rho g$ ile z_2 toplamı değerinin toplam yükten farkı düşünülen akım çizgisi için $u_2^2/2g$ hız yüksekliğine eşit olur. (3) noktasında da benzer durumlar vardır. Yalnız burada boru kesiti daha küçüktür, ve bu yüzden ortalama hız, $A\bar{u}$ = sabit süreklilik denklemi nedeniyle (2) deki hızdan daha büyüktür.

Pratikte, sürtünme mekanik enerji kaybına neden olur ve böylece "toplam yük çizgisi (toplam enerji çizgisi)" yatay kalmaz ve düşme gösterir.

Referans düzleminin yukarısında olan bu çizgideki herhangi bir noktanın yüksekliği, düşünülen noktadaki akışkanın daima toplam yükünü $\left\{ p/\rho g + u^2/2g + z \right\}$ verir. Yalnız basınç yüksekliği ile geometrik yüksekliğin toplamını $(p/\rho g + z)$ gösteren başka bir çizgi çizilebilir. Şekil 3.10 da piyezometre tübllerindeki yüzey seviyelerinden geçen bu çizgi "basınç çizgisi" veya "hidrolik seviye çizgisi" olarak bilinir ve daima toplam yük çizgisinin altında bir $u^2/2g$ uzaklığındadır.

Herbir akım çizgisi kendi toplam yüküne ve basınç çizgilerine sahiptir. Bununla beraber, "bir-boyutlu" akış varsayıldığında, yalnız boru merkezindeki akım çizgisini düşünmek olağandır. Böylece, z ölçmeleri merkez çizgisine göredir ve $p/\rho g$ statik yüksekliği merkezden yukarıya doğru ölçülür. Neticede, ortalama toplam yük çizgisi, basınç çizgisinin yukarısında düşey olarak bir $u^2/2g$ uzaklığındadır.

Sabit yoğunluklu bir akışkanda süreklilik bağıntısından görüleceği üzere kesit alanı azalırken ortalama hız artacaktır, ve akışkana ek enerji verilmedikçe bir hız artmasının bir basınç azalması tarafından takip edileceği Denk 3.18 tarafından belirtilmektedir. (z geometrik yükseklik değişmesi küçük olmak şartıyla). Karşıt olarak, akış kesit alanının bir artması bir hız azalmasına ve basınç artmasına neden olur.

Bununla beraber, enerji denklemi (3.18) ayrıca (verilen bir yükseklik için) kesit alanını azaltarak hızın sonsuz olarak arttırılamayacağını belirtir. Çünkü basınç asla mutlak sıfırdan daha küçük olamaz; basınç sıfıra düşürüldüğü zaman bir maksimum hıza ulaşılır. Kesit alanının daha fazla azaltılması bir hız artması yaratmayacaktır. Bunun sonucunda diğer kısımlarda hızda bir azalma olacaktır. Bu olay "tıkanma" veya "boğulma" olarak bilinir.

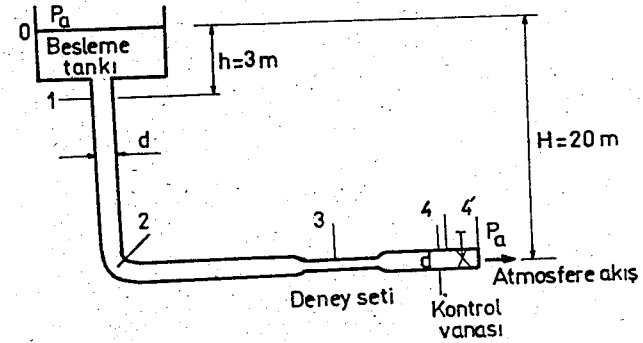
Bununla beraber, sıvılar için güçlükler basınç sıfır olmadan önce ortaya çıkar. Düşük basınçlarda sıvılar buharlaşır ve böylece basıncın yeterince küçük olduğu yerlerde buhar boşlukları meydana gelebilir. Bu boşluklar, ya daha yüksek basınçlı bir bölgeye varıncaya kadar buharın sıvı tarafından taşınması ya da düşünülen noktada basıncın yeniden artması nedeniyle ansızın çökebilirler. Boşluklara hareket eden sıvının oluşturduğu kuvvetler, çeper yüzeylerinin önemli derecede aşınmasına yol açan çok yüksek bölgesel basınçlara neden olurlar. Bu olay "kavitasyon" olarak bilinir. Bundan başka, kavitasyon oluşurken akış önemli derecede bozulmuş olabilir.

Normal şartlar altında, sıvılar biraz erimiş hava bulundurur. Basınç azalırken bu hava serbest bırakılır ve sıvıda genellikle "hava kilitleri"

olarak bilinen boşluklar meydana getirilebilir. Bu istenmeyen etkileri önlemek için örneğin suda mutlak basınç yüksekliğinin yaklaşık 2 m nin aşığına (yani yaklaşık 20 kPa) düşmesine olanak verilmemelidir.

Tıkanma, sıkıştırılabilir akışkanların akışı konusunda önemlidir.

ÖRNEK PROBLEM 3.15



Şekildeki deney düzeni kavitasyon olayını incelemek için dizayn edilmiştir. Su, atmosfere açık bir besleme tankından sabit çaplı ($A = 100 \text{ cm}^2$) bir boruya, kavitasyonun inceleneceği daralmış deney bölümüne ve kontrol vanasını geçerek atmosfere akmaktadır. Akış kayıpsız ve daimidir. Buharlaşma basıncı $p_3 = 2,3 \text{ kPa}$ alınırsa

- Sistemdeki maksimum debiyi hesaplayınız.
- Kavitasyon a) daki debi ile oluşacak ise minimum daralma oranını bulunuz.
- Daralma katsayısının 2 olduğu kavitasyon için minimum debiyi ve basınç farkını ($p_4 - p_a$) hesaplayınız.
- c) daki debi için 1 kesitinde kavitasyon olur mu?

ÇÖZÜM

0 - 4' arasında Bernoulli denklemi:

$$a) \quad \frac{p_a}{\rho g} + 0 + z_0 = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{u_4^2}{2g} + z_4' \quad \left\{ \begin{array}{l} H = z_0 - z_4' = 20 \text{ m} \\ p_4' = p_a \end{array} \right.$$

$$u_4' = \sqrt{2gH} = 19,8 \text{ m/s}$$

$$Q = 100 \times 10^{-4} \times 19,8 = 0,198 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) 3 - 4' arasında Bernoulli Denklemi :

$$\frac{p_3}{\rho g} + \frac{u_3^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{u_4^2}{2g} \text{ , } \left(\frac{u_3}{u_4}\right)^2 = 1 + 2g \left(\frac{p_a - p_3}{\rho g}\right)$$

$$p_3 = 2,3 \text{ kPa}, \quad p_a = 100 \text{ kPa}$$

$$\frac{u_3}{u_4} = 1,23$$

c) $\frac{u_3}{u_4} = 2$ olduğundan

$$\frac{p_3}{\rho g} + \frac{(2u_4)^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} + (z_0 - z_4) = \frac{p_4}{\rho g} + \frac{u_4^2}{2g} \quad \left\{ \begin{array}{l} z_0 - z_4 = \frac{u_4^2}{2g} = H \end{array} \right.$$

$$u_4^2 = 2g \left\{ \left(\frac{p_a - p_3}{\rho g} \right) + H/4 \right\} \text{ , } u_4 = 12,1 \text{ m/s}$$

$$p_4 - p_a = \left(H - \frac{u_4^2}{2g} \right) \rho g \approx 123 \text{ kPa}$$

d) (1) kesiti için $u_1 = u_4$,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_4^2}{2g} = \frac{p_a}{\rho g} + H \text{ , } p_1 = \rho g \left(\frac{p_a}{\rho g} + H - \frac{u_4^2}{2g} \right)$$

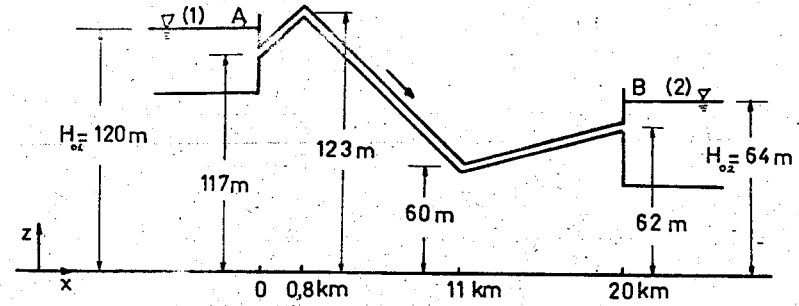
$$p_1 \approx 223 \text{ kPa}$$

($p_1 > p_b$ ise kavitasyon olmaz). $223 \text{ kPa} > 2,3 \text{ kPa}$ olduğundan kavitasyon olmaz.

ÖRNEK PROBLEM 3.16

A deposundan B deposuna su taşıyan bir boru şebekesi şekilde gösterildiği gibidir. Borunun çapı 1,25 m, uzunluğu 20 km ve sürtünme faktörü $f = 0,005$ dir. Buna göre,

a) Borudan geçen suyun debisini hesaplayınız.



b) Borudaki maksimum ve minimum basınç yükleri değerlerini bulunuz.

c) İki depo arasındaki toplam yük ve basınç çizgilerini çiziniz.

(Lokal kayıplar ihmal edilecektir.)

ÇÖZÜM

a) (1) ve (2) arasında Bernoulli Denklemi uygulanırsa,

$$H_{01} - H_{02} = H_f = 4 f \frac{\ell}{d} \frac{u^2}{2g}$$

bulunur. (Giriş ve çıkıştaki dalmış yükseklikler önemli değildir.

Çünkü her iki depodaki toplam yük üniformdur)

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{H_{01} - H_{02}}{4 f \ell / d} = \frac{120 - 64}{4 \times 0,005 \times 20000 / 1,25} = 0,175 \text{ m.}$$

$$u = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,175} = 1,85 \text{ m/s}$$

$$Q = A u = \frac{\pi (1,25)^2}{4} \times 1,85 = 2,27 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) Hız yükü (yüksekliği) küçük olduğundan boru boyunca toplam yükte olan değişim,

$$H_0 = H_{01} - 4f \frac{x}{d} \frac{u^2}{2g} = H_{01} - (H_{01} - H_{02}) \frac{x}{\ell}$$

ve basınç dağılımı,

$$\frac{p - p_a}{\rho g} = H_0 - z = (H_{01} - z) - (H_{01} - H_{02}) \frac{x}{\ell}$$

olur. Şekilden,

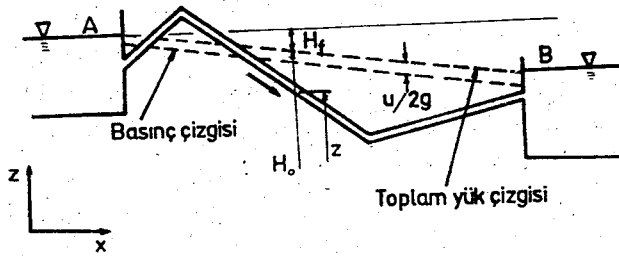
$$\frac{p - p_a}{\rho g} = (120 - z) - 56 \frac{x}{20\,000}$$

ve $z = 123 \text{ m}$; $x = 800 \text{ m}$ için $\frac{p - p_a}{\rho g} = -5,24 \text{ m}$

$z = 60 \text{ m}$; $x = 11\,000 \text{ m}$ için $\frac{p - p_a}{\rho g} = 29,2 \text{ m}$

bulunur. Boru yarıçapı $1,25/2 = 0,625 \text{ m}$ olduğundan minimum basınç $5,865 \text{ msy}$, maksimum basınç $29,825 \text{ msy}$ dir.

c)



3.7 Akım Çizgilerine Dik Basınç Değişimi

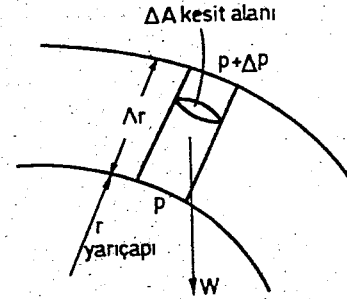
Euler denklemi (3.11) (veya sabit yoğunluklu bir akışkan için Bernoulli Denklemi), sürtünme olmayan daimi akışta bir akım çizgisi boyunca basıncın nasıl değiştiğini göstermektedir. Bir akım çizgisinin tanımı gereği akışkan parçacıkları akım çizgisine dik hiçbir hız bileşenine sahip olmamasına rağmen, eğer akım çizgisi eğrilmiş ise akım çizgisine dik bir ivmelenme bulunabilir. Herhangi bir ivme aynı yöndeki bir net kuvveti gerektirdiğinden bir basınç değişimi (hidrostatik basınçtan başka) eğrilmiş akım çizgilerinin genişliği boyunca oluşur.

Aynı eğrilik merkezine sahip olan yeterince yakın iki akım çizgisi ni düşünelim (Şek.3.11). Akım çizgileri arasındaki küçük bir akışkan elemanın uzunluğu Δr dir ve akım çizgilerine diktir. Kesit alanı ΔA olduğuna göre ağırlığı $W = \rho g \Delta A \Delta r$ olur. r yarıçapındaki basınç p ; $r + \Delta r$ yarıçapındaki basınç ise $p + \Delta p$ dir. Euler denkleminin çıkarılmasında olduğu gibi, basınç ve yerçekimi kuvvetleri dışında kalan diğer kuvvetler ihmal edilmiştir. Herhangi bir durumda, daimi akış için viskoz kuvvetler akım çizgilerine dik hiçbir bileşene sahip değildir. Akım çizgisi yarıçapı

p_1 boyunca eleman üzerinde içeriye doğru etkiyen net kuvvet,

$$(p + \Delta p) \Delta A - p \Delta A + W \cos \theta = \Delta p \Delta A + \rho g \Delta A \Delta r \cos \theta$$

olur.



Şekil 3.11

Burada, θ yarıçap ve düşey arasındaki açıdır.

Newton'un İkinci Kanununa göre bu kuvvet, elemanın kütlesi ile merkezci ivmesinin (a_n) çarpımına eşittir. $\Delta r \cos \theta = \Delta z$ olduğunu not ederek (z uygun bir referans seviyesinden yukarıya doğru düşey olarak ölçülmektedir) ve $a_n = u^2 / r + \partial u_n / \partial t$ bağıntısını kullanarak

$$\Delta p \Delta A + \rho g \Delta A \Delta z = \rho \Delta A \Delta r a_n = \rho \Delta A \Delta r \left(\frac{u^2}{r} + \frac{\partial u_n}{\partial t} \right)$$

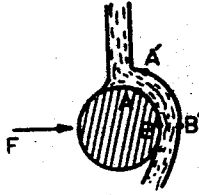
elde edilir. $\Delta A \Delta r$ ile bölünür ve $\Delta r \rightarrow 0$ olarak limit alınır,sa,

$$\frac{\partial p}{\partial r} + \rho g \frac{\partial z}{\partial r} = \rho \left(\frac{u^2}{r} + \frac{\partial u_n}{\partial t} \right) \quad (3.19)$$

bulunur. Eğer akım çizgileri dümdüz ve zaman ile değişmiyor ise, Denk.3.19 un sağ tarafı sıfırdır çünkü $u_n = 0$ ve değişmiyor durumda iken $r = \infty$ dur. Sabit yoğunluklu bir akışkan için, r yönündeki integrasyon $p + \rho g z = \text{sabit}$ bağıntısını verir. Yani, piyezometrik basınç akım çizgilerine dik olarak sabittir. r nin sonsuz olmadığı yerlerde, p nin akım çizgilerinin genişliğine değiştiği kesin durum (daimi akış için bile) u nun r ile değişmesi şekline bağlıdır. İki özel durum (serbest ve zorlu vorteks) Paragraf 9.8.4 ve 9.8.5 de anlatılacaktır.

Eğrilmiş akım çizgilerine dik basınç değişiminin önemli bir sonucu, bir akışkan hüzninin konveks (dışbükey) katı bir cisme bitişme eğilimidir.

Bu, Coanda etkisi olarak bilinir. Coanda etkisi, basit olarak bir katı silindir (örneğin, bir parmak) kullanarak akışın bir su musluğundan saptırılması şeklinde gösterilebilir (Şek.3.12). AA' ve BB' kesitleri arasındaki akım çizgilerinin eğriliği, eğrilik merkezine doğru net bir kuvveti gerektirir. Akımın dış kenarı atmosferik basınçta olduğundan, silindir yüzeyindeki basınç atmosferik basıncın altında olmalıdır. Netice olarak, akış BB' den aşağıya doğru düşey olarak devam etmez fakat silindire doğru eğilir. B nin yakınındaki atmosferden küçük basınç, silindirde bir F net kuvvetine neden olur (serbest olarak hareket edebilen yaylara silindiri asarak gösterilebilir).



Şekil 3.12

Akım çizgilerinin genişliğiyle olan bir basınç farkı nedeniyle bir hüzmeye sapması diğer yönde de ortaya çıkabilir. Bir hüzmeye aynı çeşit akışkanın girdiğinde (örneğin, bir hava hüzmesi atmosfere aktığında) akışkanın yanındaki parçacıklar hüzmeye ile birlikte sürüklenir. Bu "çekme" diye adlandırılan bir işlemdir. Bununla beraber, eğer hüzmeye bir tarafı büyük bir katı yüzeye yakın ise oradaki "çekme" için parçacıkların beslenmesi sınırlanmaktadır. Böylece, özellikle eğer akış şekli aslında iki-boyutlu ise bir kısmı vakum hüzmeye ve yüzey arasında oluşur ve neticede hüzmeye kendini yüzeye bağlı tutmak için uğraşır.

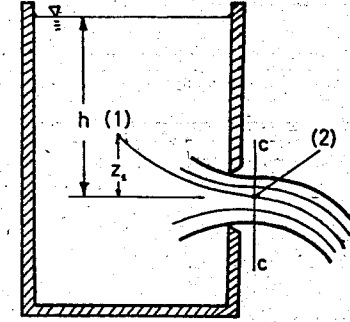
Coanda etkisinin kullanışı uçak kontrol kanatlarında ve değişik "akışkan lojiği" aygıtlarında yapılır.

3.8 Bernoulli Denklemi'nin Basit Uygulamaları

3.8.1 Keskin-kenarlı Orifisten Akış

Bir orifis, içinden akışkanın geçtiği bir delik (menfez) dir ve akış yönündeki kalınlığı diğer ölçüleri ile karşılaştırıldığında çok küçüktür. Ölçme amaçları için kullanılan bir orifis, keskin bir kenara (eğimlendirilmiş taraf Şek. 3.13 de gösterildiği gibi alt-akım yüzüne bakmaktadır) sahip

tir. Bu durumda akışkan ile orifis arasında minimum temas ve neticesinde minimum sürtünme etkileri vardır. Eğer keskin bir kenar meydana getirilmezse, akış orifisin kalınlığına ve çeper yüzeyinin pürüzlülüğüne bağlıdır. Şekil, içinde sıvı bulunan bir tank (hazne) kenarındaki bir orifisi göstermektedir. Tank ve serbest yüzey, orifis geometrisine göre çok büyük olduğundan serbest



Şekil 3.13

yüzeydeki akışkanın hızı ihmal edilebilecek küçüklüktedir. Sıvı, orifisten bir "serbest jet (hüzmeye)" olarak çıkar (yani başka sıvı tarafından engellenmeyen bir jettir) ve bu nedenle yerçekimi etkisi altındadır.

Akışkan orifise yaklaşırken akım çizgileri orifise doğru birbirine yaklaşır. Anı bir yön değiştirmesi mümkün olmadığından, akım çizgileri "cc" kesitinde paralel oluncaya kadar orifisin ötesinde birbirine yaklaşıp devam ederler. Akım çizgilerinin tam paralelliği ideal bir akışkanında asimtotik olarak yaklaşacaktır. Bununla beraber, pratikte, sürtünme etkileri orifisten yalnız kısa bir uzaklıkta (yaklaşık yarım orifis çapı) paralel akış meydana getirir. Hüzmeye, "cc" kesitinin ötesinde gene birbirinden uzaklaşır. Bu kesit minimum alan kesittir ve "vena contracta (daralmış kesit)" diye adlandırılır.

(Düşük hızlarda bazı akım çizgilerinin eğriliği, yerçekimi nedeniyle hüzmeyi aşağıya doğru saptırmasından oluşur ve vena contracta tam belirlenemez. Bununla beraber, bu eğrilik orifis yakınında ihmal edilebilir. Bir sıvı hüzmesi aşağı doğru düşey olarak aktığı zaman yerçekimi daha fazla sıvı hızlanmasına ve böylece, $pAu = \text{sabit}$ süreklilik ilkesine göre daha fazla kesit alanı azalmasına neden olur. Neticede, "vena contracta" orifisten daralmanın

sona erdiği kesit olarak tanımlanır.)

Akım çizgileri paralel ve "vena contracta" da hissedilir şekilde dümdüz olduğundan hüzmeki basınç üniformdur. (Kesitte üniform olmayan bir basınç, eksene dik ivmeler ve böylece eğrilmiş veya paralel olmayan akım çizgilerine neden olacaktır). Yüzey gerilmesi nedeniyle olan küçük bir fark düşünülmezse, "vena contracta" daki hüzmeye basıncı, hüzmeyi çevreleyen akışkanın (örneğin, atmosfer) basıncına eşit olur. Bununla beraber "vena contracta", basıncın tamamen bilindiği tek hüzmeye kesitidir.

Eğer akış daimi ve sürtünme etkileri ihmal edilebilirse, Bernoulli denklemi belirli bir akım çizgisindeki iki nokta arasında uygulanabilir. Orifis merkezinden yatay bir düzlemi referans seviyesi olarak ve Şekil. 3.13'deki (1) ve (2) noktalarını düşünerek,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + 0$$

yazılabilir. u_1 hızının ihmal edilebilmesi için tank yeterince büyük ve (1) noktası orifisten yeterince uzak olmalıdır. Bu duruma göre (1) noktasının gerçek konumu önemsizdir. Böylece (burada hidrostatik şartlar ortaya çıktığından) p_1 , serbest yüzeyin altındaki (1) noktasının derinliğine karşılıktır. Sıfır olarak alınan p_{atm} ile (tankın serbest yüzeyinden orifise olan değişimi ihmal edilmektedir) $p_1 = \rho g (h - z_1)$ olur. Netice olarak $(p_1 / \rho g) + z_1 = h$ ve buradan

$$h = \frac{u_2^2}{2g} \quad \text{yani} \quad u_2 = \sqrt{(2 g h)} \quad (3.20)$$

elde edilir. Eğer h ile karşılaştırıldığında orifis küçük ise, hüzmeyin hızı "vena contracta" genişliğince üniformdur. 1643 yılında E.TORRICELLI'nin yaptığı deney sonuçlarına göre küçük bir orifisten çıkan bir sıvı hüzmeyinin hızı orifisin yukarısındaki yüksekliğin kare kökü ile orantılıdır. Bu yüzden Denk. 3.20 genellikle Torricelli formülü olarak bilinir. Denklem "vena contracta" daki hız ile ilgilidir. Orifis düzleminde basınç ve de hız üniform değildir ve ortalama hız "vena contracta" daki hızdan daha küçüktür.

Yukarıda yapılan analizde sürtünme ve yüzey gerilmesi ihmal edilmiştir ve böylece Denk. 3.20 ideal hızı göstermektedir. "Vena contracta" da gerçekten var olan hız biraz daha küçüktür ve bir C_v hız katsayısı gerçek ortalama hızın ideal hıza oranı olarak tanımlanır. Başka bir deyişle, gerçek

ortalama hız $= C_v \sqrt{(2 g h)}$ olur. C_c daralma katsayısı, "vena contracta" alanının orifisin kendi alanına oranı olarak tanımlanır. Sürtünme ve daralma etkileri nedeniyle orifisin debisi ideal debi değerinden daha azdır ve C_d debi katsayısı gerçek debinin ideal debi değerine oranı olarak tanımlanır. Neticede,

$$C_d = \frac{\text{Gerçek debi}}{\text{İdeal debi}} = \frac{\text{"Vena contracta" alanı} \times \text{"Vena contracta"daki gerçek hız}}{\text{İdeal kesit alanı} \times \text{İdeal hız}}$$

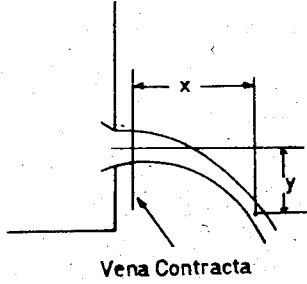
$$= \frac{\text{"Vena contracta" alanı} \times \text{Gerçek hız}}{\text{Orifis alanı} \times \text{İdeal hız}} = C_c \times C_v \quad (3.21)$$

yazılır.

Büyük bir düşey orifis için, "vena contracta" düzlemindeki hız, tank serbest yüzey seviyesinin aşağısında derinlik ile değişir. Bu yüzden, toplam debi basit şekilde $A_c u$ olarak (burada A_c "vena contracta" nın alanını göstermektedir) hesaplanamaz. Neticede, küçük alan elemanlarındaki debiler integre edilerek toplam debi elde edilir.

C_c , C_v ve C_d katsayılarından en kolay bulunanı C_d debi katsayısıdır. Bir sıvı için, bilinen bir zaman aralığında orifisten ayrılan akışkan miktarı, tartarak veya direkt olarak hacim ölçmesi yapılarak bulunabilir ve debi ideal değer ile karşılaştırılabilir. Hassasiyet genellikle yüksek olmasına rağmen, daralma katsayısı hüzmeyin verniyer ile direkt ölçülmesi sayesinde bulunabilir. Küçük bir hüzmeyin gerçek hızını kararlaştırmanın bir yolu, yerçekimi etkisi altındaki atmosferde bir yörüngeyi açıklamaya olanak verecektir. Eğer hava direnci ihmal edilebilirse, hüzmeye hızının yatay u_x bileşeni değişmemiş olarak kalır ve bir t zamanı sonra "vena contracta" yı terkeden bir parçacık $x = u_x t$ yatay bir uzaklığına gitmiştir. (Şekil 3.14'e bakınız). Aşağıya doğru üniform bir g ivmesi olduğundan ve hızın düşey bileşeni yatay debi için başlangıçta sıfır olduğundan, aynı zamanda gidilen y düşey uzaklığı $\frac{1}{2} g t^2$ dir. Bu bağıntılardan t yok edilerek $u_x = u \times (g/2y)^{1/2}$ bağıntısı bulunur ve böylece u , yörüngedeki (bir parabolüdür) bir noktanın koordinatlarından bulunabilir. Bu sonuç hava direncini veya yörüngedeki bir parçacığın diğerine olabilecek etkisini gözönüne almamasına rağmen birçok amaçlar için gerçeğe yeterince yakındır.

Denk. 3.20 kesinlikle yalnız sabit yoğunluklu bir akışkana uygulanır. Bununla beraber, orifis genişliğince basınçtaki düşmenin mutlak basınç ile



Şekil 3.14

karşılaştırıldığında küçük olması şartıyla (yani yoğunluk değişmesi küçük-tür) bu bağıntı bir gaz için kullanılabilir. h yerine $p/\rho g$ konursa,

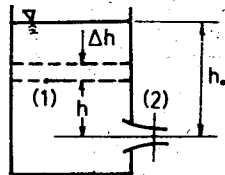
$$u = \sqrt{\left(\frac{2p}{\rho} \right)} \quad (3.22)$$

elde edilir.

Şekil 3.15 de görüldüğü gibi A kesit alanlı bir haznede sıfır anında h_0 yüksekliğinde akışkan bulunsun. Haznenin bir "h" seviyesine kadar boşalma zamanı hareketin daimi olduğu varsayımı ile bulunabilir (Aslında hareket daimi değildir. Hazne içindeki hız değişimi ve $\partial u / \partial t$ ivmesi diğer terimlere göre çok küçük olduğundan ihmal edilmiştir). Bernoulli denkleminin (1) ve (2) noktaları arasında uygulanması neticesinde herhangi bir t anındaki debi

$$Q = C_d A_o \sqrt{2gh} \quad (3.23)$$

şeklinde dir. Burada A_o orifisin kesit alanıdır. Δt zaman sonra orifisten boşalan akışkan Δh kadar bir seviyeye düşmesine neden olursa:



Şekil 3.15

$$Q dt = - A dh$$

yazılacaktır. Q debisi yerine konursa

$$dt = - \frac{A}{C_d A_o \sqrt{2g}} \times \frac{dh}{\sqrt{h}}$$

bulunur. $t = 0$ dan $t = t$ ye ve $h = h_0$ dan $h = h$ sınırları arasında integre edilirse,

$$t = \frac{2A (\sqrt{h_0} - \sqrt{h})}{C_d A_o \sqrt{2g}}$$

olur. Pay ve payda $(\sqrt{h_0} + \sqrt{h})$ ile çarpılırsa,

$$t = \frac{2A (h_0 - h)}{C_d A_o \sqrt{2gh_0} + C_d A_o \sqrt{2gh}}$$

bulunur. Burada $\mathcal{H}$; t anına kadar boşalan akışkan hacmini göstermek üzere,

$$A (h_0 - h) = \mathcal{H}$$

$$C_d A_o \sqrt{2gh_0} = Q_0$$

$$C_d A_o \sqrt{2gh} = Q$$

değerleri yerine konursa,

$$t = \frac{\mathcal{H}}{(Q_0 + Q)/2}$$

elde edilir.

Haznenin tamamen boşalması için geçen zamanı bulmak için

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0, Q = 0 \text{ ve } t = T \text{ konularak}$$

$$T = \frac{\mathcal{H}_0}{Q_0/2} \quad (3.24)$$

elde edilir.

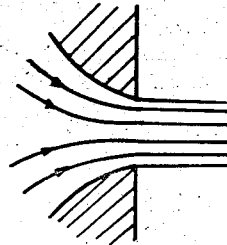
3.8.1.1 Orifis Katsayıları Değerleri

Katsayı değerleri deneysel olarak bulunmalıdır. İyi bir şekilde imal edilmiş, keskin-kenarlı, serbest hüzmeler oluşturan dairesel orifisler için C_v hız katsayısı genellikle 0,97 ile 0,99 değerleri arasındadır. Daha küçük değerler küçük orifisler ve düşük yükler ile elde edilebilir. Keskin-kenarlı ve ihmal edilebilir kalınlıkta olmayan orifisler için katsayı belirli miktarda daha küçük olabilir.

Bir dairesel keskin-kenarlı orifiste C_c daralma katsayısı yaklaşık 0,61 - 0,66 civarındadır. Bununla beraber, düşük yükler ve çok küçük orifislerde yüzey gerilmesi etkileri değeri 0,72 ye kadar artırabilir. Örneğin, eğer orifis bir tankın köşesi yanında ise veya orifise yaklaşan akım çizgilerinin tam daralmasını önleyen engeller var ise katsayı yükselir. Orifis yakınında çeperlerin pürüzlülüğü orifise yaklaşan akışkan hızını küçültür ve böylece daralmayı azaltır. Orifise bir "bell-ağzılı" giriş (şekil 3.16) veya son çıkıştan hemen önce üniform çaplı kısa bir uzunluğun ilavesi ile orifise giriş yapılırsa orifisten sonraki daralma tamamen yok edilebilir. Bu durumda daralma katsayısı bir değerinde olmasına rağmen; sürtünme hız katsayısını azaltır. Aynı zamanda sürtünme hüzmeye kenarındaki hızı da düşürür ve neticede kesitte hız üniform değildir.

Küçük keskin-kenarlı bir orifis için debi katsayısı genellikle 0,6 ile 0,65 sınırları içindedir.

Belirli bir orifis ve akışkan için katsayılar belirli bir değeri yukarısında pratik olarak sabittir. (Gerçekte katsayılar Reynolds sayısının fonksiyonudur). Katsayılar hakkında elde edilen genel bilgiler Standart kitaplarda bulunabilir.



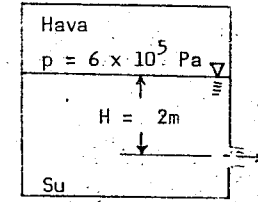
Şekil 3.16

ÖRNEK PROBLEM 3.17

Üzerinde $p = 6 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ lik efektif basınçta sıkışmış hava bulunan su ile dolu bir haznenin çeperindeki $D = 10 \text{ cm}$ çaplı standart orifisin eksenini ile su-hava ortak yüzeyi arasındaki yükseklik farkı $H = 2 \text{ m}$ dir. Hız katsayısı $C_v = 0,98$ ve daralma katsayısı $C_c = 0,61$ kabul ederek,

- Orifisin yükünü metre-su-yüksekliği cinsinden bulunuz.
- Hüzme (jet) hızını ve debiyi hesaplayınız.

ÇÖZÜM



$$a) h = \frac{p}{\rho_{su} g} + H' = \frac{6 \times 10^5}{9,81 \times 10^3} + 2 = 63,16 \text{ msy}$$

$$b) \text{ Jet hızı : } u = C_v \sqrt{2 g h}$$

$$u = 0,98 \sqrt{19,62 \times 63,16}$$

$$u = 34,49 \text{ m/s}$$

$$\text{Debi : } Q = C_o A_o u = 0,61 \times \frac{\pi(0,1)^2}{4} \times 34,49$$

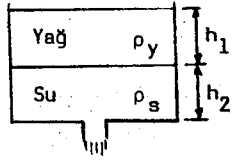
$$Q = 0,165 \text{ m}^3/\text{s}$$

bulunur.

ÖRNEK PROBLEM 3.18

Tabanında A kesit alanında bir lüle bulunan ve kesit alanı S olan atmosfere açık silindirik bir deponun içinde üstte h_1 derinliğinde 0,6 bağıl yoğunluğunda yağ, altta h_2 derinliğinde su bulunmaktadır. Lülenin tapası açıldıktan sonra bütün suyun boşalmasına kadar geçen zamanı hesaplayınız. ($A = 5 \text{ cm}^2$, $S = 2 \text{ m}^2$, $h_1 = 2 \text{ m}$, $h_2 = 1,6 \text{ m}$, $C_d = 0,9$)

ÇÖZÜM



$$t = \frac{2 \ell}{Q_1 + Q_2}, \quad s \cdot h_2 = \ell$$

$$\text{Başlangıçta debi } Q_1 = C_d A \sqrt{2g \left(h_2 + \frac{\rho_y}{\rho_s} h_1 \right)}$$

$$\text{Boşalma sonundaki debi } Q_2 = C_d A \sqrt{2g \frac{\rho_y}{\rho_s} h_1}$$

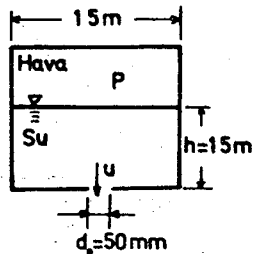
$$t = \frac{2 s \cdot h_2}{C_d A \left(\sqrt{2g (h_2 + 0,6 h_1)} + \sqrt{2g 0,6 h_1} \right)}$$

$$t = \frac{2 \times 2 \times 1,6}{0,9 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \left(\sqrt{2 \times 9,81 (1,6 + 0,6 \times 1,6)} + \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,6 \times 1,6} \right)}$$

$$t \approx 1245 \text{ s}$$

bulunur.

ÖRNEK PROBLEM 3.19



Çapı 1,5 m olan silindirik bir tank şekilde gösterildiği gibi 1,5 m derinlikte su bulundurmaktadır. Su yüzeyi üzerindeki havanın göstergeç basıncı 70 kPa dır. Tankın tabanındaki orifisin çapı 50 mm ve $C_d=0,6$ olduğuna göre orifisin debisini ve tanktaki bütün suyun boşalması için geçecek zamanı bulunuz.

ÇÖZÜM

Su yüzeyi ile çıkış arasında Bernoulli denklemi yazılırsa,

$$\frac{p}{\rho g} + h = \frac{u^2}{2g} \quad \text{ve buradan}$$

$$\text{ideal hız } u = \sqrt{2g \left(\frac{p}{\rho g} + h \right)} \quad \text{elde edilir.}$$

$$\text{Gerçek debi: } Q = C_d A_o u = C_d A_o \sqrt{2g \left(\frac{p}{\rho g} + h \right)}$$

$$C_d = 0,6; A_o = \frac{\pi (0,05)^2}{4} \text{ m}^2; g = 9,81 \text{ m/s}^2; p = 70000 \text{ N/m}^2$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3; h = 1,5 \text{ m} \text{ değerleri yerlerine konursa}$$

$$Q = 0,0153 \text{ m}^3/\text{s} \text{ olur.}$$

$$T = \frac{2 \ell}{Q} = \frac{2 \pi (1,5)^2 / 4 \times 1,5}{0,0153} \approx 347 \text{ saniye.}$$

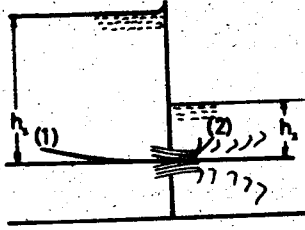
3.8.1.2 Dalmış Orifis

Dalmış bir orifis aynı çeşit bir akışkana bir hüzmeyi boşaltan orifistir. Örneğin Şekil 3.17 de gösterilen orifis sıvıyı boşaltmaktadır. Görüleceği üzere daralmış bir kesit meydana gelir ve kesitte basınç h_2 yükü değerindedir. (1) ve (2) noktaları arasında Bernoulli denkleminin uygulanması,

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_1 + \frac{0}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{u_2^2}{2g} = h_2 + 0 + \frac{u_2^2}{2g}$$

neticesini verir ve böylece ideal hız $u_2 = \sqrt{2g (h_1 - h_2)}$ olur. Diğer bir deyişle, Torricelli formülü, h orifisin bir yanından diğer yanına yük farkı olmak şartıyla uygulanabilir. Çok küçük orifisler dışında, dalmış bir orifis ile ilgili katsayılar, serbest bir hüzmeye oluşturan bir orifisin katsayılarından biraz farklıdır.

Bir dalmış hüzmeyin kinetik enerjisi genellikle (2) ile belirtilen akışkanın türbülansında kaybolmaktadır.



Şekil 3.17

3.8.1.3 Bir Orifiste Yarı-Daimi (Daimi Akışa Benzer) Akış

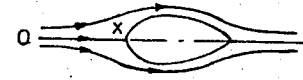
Bernoulli denkleminin kullanışı kesinlikle yalnız daimi akış için geçerlidir. Örneğin Şekil. 3.13 deki tank sürekli olarak beslenmedikçe, akışkan orifisten boşaldığından, serbest yüzey seviyesi düşer. Bununla beraber, serbest yüzeyin (orifis ile karşılaştırıldığında büyük olması şartıyla) düşüşü hız oranı küçüktür ve Bernoulli Denklemi uygulamada karşılaşılan hata ihmal edilebilir. Bu gibi durumlar yarı-daimi akış diye adlandırılabilir. Fakat bir yarı-daimi akış kabulünde h değişim oranının hızına göre ihmal edilebilir veya edilemez olduğu daima kontrol edilmelidir.

Yarı-daimi akış Paragraf 7.9 da daha ayrıntılı olarak anlatılacaktır. Üst-akım hızının ihmal edilmediği bir orifisten akış ise Paragraf 3.8.4 de ele alınacaktır.

3.8.2 Pitot Tübü

Bir akışkan akımında hızın sıfıra düştüğü nokta "durma noktası" olarak bilinir. Akıma yerleştirilen herhangi bir dönmeyen cisim kendi üst-akım yüzeyi yakınında bir durma noktası meydana getirir. Örnek olarak Şekil 3.18 de gösterilen simetrik cisim düşünelim. OX merkezi akım çizgisinin her bir tarafında; akış, cisim etrafında sapmaktadır. X noktasına yaklaşıncı hızın merkezi akım çizgisi boyunca azaldığı akım çizgilerinin genişlemesinden anlaşılmaktadır. Bununla beraber, cismin kendi şekli akım çizgileri bulundurulur (çünkü akışkan cismin şeklini kesmez) ve orijinal olarak OX akım çizgisi boyunca hareket eden akışkan X e vardığında sağa vada sola dönemez. Bu yüzden X deki hız sıfırdır. X bir durma noktasıdır.

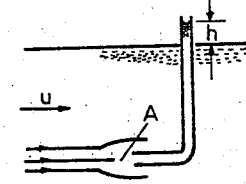
Bernoulli denklemine göre, $\left(\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + gz\right)$ miktarı sabit yoğunluklu bir akışkanın daimi akışında bir akım çizgisi boyunca sabittir. Netice olarak, belirli bir noktadaki u hızı sıfıra ulaşmakta: oradaki basınç p den $p + \frac{1}{2} \rho u^2$ ye yükselmektedir. Bu yüzden, sabit yoğunluklu bir akışkan için



Şekil 3.18

$p + \frac{1}{2} \rho u^2$ miktarı akım çizgisinin "durma basıncı" olarak bilinir ve $\frac{1}{2} \rho u^2$ "dinamik basınç" diye adlandırılır. (Eğer basınçlar yerine yükler kullanılırsa "toplam yük" terimi genellikle "durma yükü" terimine tercih edilir.) X noktasına takılan bir manometre durma basıncını kaydedecektir. Eğer p statik basıncı biliniyorsa kolaylıkla $\frac{1}{2} \rho u^2$ elde edilecek ve buradan u hesaplanacaktır.

Bu ilkeyi ilk önce Henri Pitot 1732 yılında akarsu hızını ölçmek için uygulamış ve Şekil 3.19 da gösterilen ağıtı kullanmıştır. Kılcallık etkilerinin ihmal edileceği büyüklükte olan bir cam tüp akışa karşı bir A ucuna sahiptir. Denge sağlandığında A daki akışkan durumdur ve tüp için-



Şekil 3.19

deki basınç çevresindeki akımın basıncından $\frac{1}{2} \rho u^2$ kadar fazladır. Sıvı, tübün düşey uzaklığına serbest yüzey seviyesi yukarısında bir

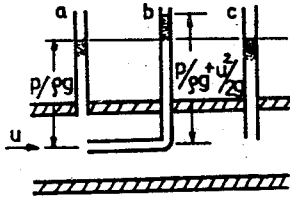
$$h = \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{1}{2} \rho u^2 / \rho g = \frac{u^2}{2g} \quad (3.25)$$

yüksekliğine çıkar. Bu yüzden, h nin ölçülmesi u yu hesaplamaya olanak verir.

Boyle bir tüp Pitot tübü diye adlandırılır ve bir akışkanın hızını

ölçmede kullanılan en hassas araçlardan biridir. Bir açık sıvı akımı için yalnız tek tüp gereklidir çünkü durma ve statik basınçları (veya yükleri) arasındaki fark doğrudan doğruya ölçülmektedir. (Bununla beraber, pratikte hareket eden bir sıvı yüzeyinin yukarısında h yüksekliğini ölçmek zordur.) Fakat kapalı (çevrili) bir sıvı veya gaz akımı için Pitot tübü basit olarak durma basıncını gösterir ve böylece statik basınç ayrı olarak ölçülmelidir.

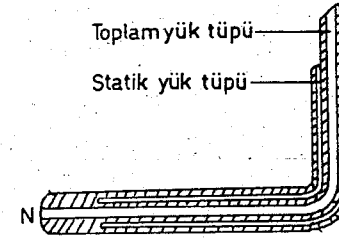
Şekil 3.20 (a) da gösterildiği gibi statik basınç ölçmesi akış çepesinde yapılabilir. Bunun için piyezometre eksenini çepere dik olmalı ve bağlantı çapaklardan arınmış hale getirilmelidir. Ayrıca çeper pürüzsüz olup çepere bitişik akım çizgileri eğrilmiş olmamalıdır. Şekil 3.20 (c) de olduğu gibi akışa karşı çıkıntı oluşturan bir tüp hassas bir okuma vermez



Şekil 3.20

çünkü akışkan tüp ucu etrafında hızlanmaktadır. Pitot tübü ve statik basıncı kaydeden aygıt uygun bir diferansiyel manometreye bağlanabilir. Şekil 3.20 de piyezometre tüpleri şematik olarak gösterilmiştir.

Statik basıncı ve durma basıncını kaydeden tüpler genel olarak Pitot statik tübü olarak bilinen bir aygıta birleştirilmiştir. (Şekil.3.21). "Statik" tüp "toplam yük" tübünü çevreler ve iki veya daha fazla küçük delikler dış çeperden halka boşluk içine doğru radyal olarak delinmiştir. Bu "statik delikler" in konumu önemlidir. N ucunun alt-akımında akış statik basıncın azalması neticesinde hızlanır; tübün ön tarafında bir hız azalması ve basınç artması vardır; bu yüzden "statik delikler" bu iki karşıt etkinin birbirini yok ettiği yerde olmalıdır ve okuma kararlı statik basınca karşıdır. Çok hassas sonuçlar veren Pitot-statik tüplerinin standart boyutları bulunmuştur. Eğer diğer boyutlar kullanılırsa kalibrasyon ile tayin edilen bir C düzeltme faktörü için içine girer ve $u = C \sqrt{(2 \Delta p / \rho)}$ olarak yazılır. Tüp eksenindeki bir sapma okumalarda hataya neden olur.



Şekil 3.21

Bununla beraber, "toplam yük" ve "statik" okumaların herikisi de azaldığından farkları az etkilendir ve dizayn yön değişmelerine karşı olan hassasiyeti azaltır. İyi bir Pitot-statik tübü, yaklaşık 15° ye kadar olan sapmalar için hız üzerinde % 1 den az hatalar verir.

Akış oldukça türbülanslı ise akışkanın bireysel parçacıkları hem büyüklük hem de yön olarak dalgalanma gösteren hızlara sahiptir. Böyle durumlarda bir Pitot tübü, tüp eksenindeki yönündeki zaman-ortalama hız bileşenine karşılık gelen basınçtan oldukça daha yüksek bir Δp değerini kaydeder. Bunun bir nedeni ortalama basınç farkının, ortalama hızın karesinden ziyade u^2 nin ortalama değerine karşılık gelmesindendir. Bu hatalar büyük olmasına rağmen hassas çalışmada gözönünde tutulmalıdır.

Pitot-statik tübünün bir uygulaması "Pitometre" diye bilinir (Şekil 3.22). "Statik" tüp, basıncın genellikle kararlı basınçtan daha az olduğu bölgede aygıt arkasındaki çalkantılarla karşı karşıyadır. Bu yüzden böyle bir aygıt C düzeltme faktörünün bulunması için kalibrasyonu gerektirir. Herşeye rağmen, bu aygıt ucuzluk ve bütünlük avantajlarına sahiptir.



Şekil 3.22

ÖRNEK PROBLEM 3.20

Deniz suyu dalmış bir denizaltı saatte 16 km hızda yol almaktadır. Deniz serbest yüzeyinden 15 m aşağıda bulunan denizaltının en önünde ki bir noktasında göstergeç basıncını hesaplayınız. Deniz suyunun yoğunluğu 1026 kg/m^3 dür.

ÇÖZÜM

Durma noktasında basınç;

$$P_t = P_s + P_d = P_s + \frac{1}{2} \rho u^2$$

değerindedir. Statik ve dinamik basınçlar

$$P_s = \rho g h = 1026 \times 9,81 \times 15$$

$$= 150975,9 \text{ N/m}^2$$

ve

$$P_d = \frac{1}{2} \rho u^2 = \frac{1}{2} \cdot 1026 \cdot \left(\frac{16000}{3600} \right)^2$$

$$= 10133,3 \text{ N/m}^2$$

bulunur. Değerler yerine konursa

$$P_t = 150975,9 + 10133,3$$

$$P_t = 161109 \text{ N/m}^2$$

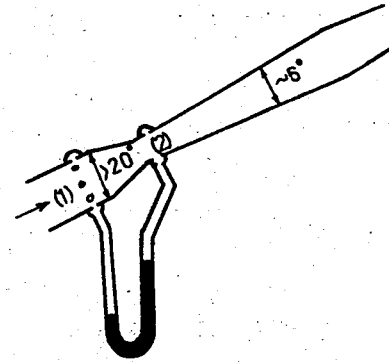
$$P_t = 161,1 \text{ kPa}$$

bulunur.

3.8.3 Venturi-metre (Venturi ölçgeği)

Debi ölçmeye yarayan bir aygıttır. Aygıt daralan (yakınsak) bir boruyu arkasından kısa paralel kenarlı bir boğazı ve sonra da genişleyen (ıraksak) bir boruyu bulundurur (Şekil 3.23 e bakınız).

Hızların (1) ve (2) kesitlerinde üniform ve akışkanın ideal olduğu kabul edilirse, sabit yoğunluklu akışkanın daimi akışı için (1) ve (2) kesitleri arasındaki Bernoulli denklemi;



Şekil 3.23

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2$$

şeklinde yazılır. $Q = A_1 u_1 = A_2 u_2$ den u_1 ve u_2 yerine konursa

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{Q^2}{2g A_1^2} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{Q^2}{2g A_2^2} + z_2$$

bulunur. Buradan ideal debi,

$$Q_{ideal} = \left[\frac{2g \left\{ \left(\frac{P_1}{\rho g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\rho g} + z_2 \right) \right\}}{\left(\frac{1}{A_2^2} \right) - \left(\frac{1}{A_1^2} \right)} \right]^{1/2}$$

$$= A_1 \left[\frac{2g \Delta h}{\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1} \right]^{1/2} \quad (3.26)$$

olur. $\left(\frac{P_1}{\rho g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\rho g} + z_2 \right) = \Delta h$ piyezometrik yükteki değişme bir diferansiyel manometre ile direkt olarak ölçülebilir. Burada Δh ölçekteki akışkanın piyezometrik yük farkı olup manometre sıvısı seviyelerinin farkı değildir. (Eğer manometre sıvısı seviyeleri farkı l

ise $\Delta h = l \left(\frac{\rho_c - \rho}{\rho} \right) + (z_1 - z_2)$ olur). Pratikte, (1) ve (2) arasındaki sürtünme P_2 yi azaltır ve bu yüzden Δh hafifçe büyütür. Neticede

bir C_d debi katsayısı tanımlanır ve gerçek debi,

$$Q = C_d A_1 \left\{ \frac{2g \Delta h}{(A_1/A_2)^2 - 1} \right\}^{1/2} = \frac{C_d A_1 A_2}{(A_1^2 - A_2^2)^{1/2}} (2g \Delta h)^{1/2} \quad (3.27)$$

şeklinde yazılır.

ÖRNEK PROBLEM 3.21

75 mm çapında yatay bir boruda akan 0,9 bağıl yoğunluğundaki bir yağın debisi bir venturi metre ile ölçülecektir. Venturi girişinde (1) noktası ile boğaz çapı bölgesindeki (2) noktası arasında basınç farkı 34,5 kPa ve giriş/boğaz alan oranı $m = 4$ olduğuna göre debiyi hesaplayınız. (Debi katsayısı 0,97 değerindedir.)

ÇÖZÜM

Bir Venturi metrede debi ifadesi

$$Q = C_d A_1 \left\{ \frac{2g \Delta h}{(A_1/A_2)^2 - 1} \right\}^{1/2}$$

şeklindedir. $\Delta h = \Delta p / \rho g$ bağıntısından

$$\Delta h = \frac{34,5 \times 10^3}{0,9 \times 10^3 \times 9,81} = 3,92 \text{ m yağ yüksekliği elde edilir.}$$

$$A_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (0,075)^2}{4} = 0,00441 \text{ m}^2$$

$$m = \frac{A_1}{A_2} = 4 \text{ ve } C_d = 0,97$$

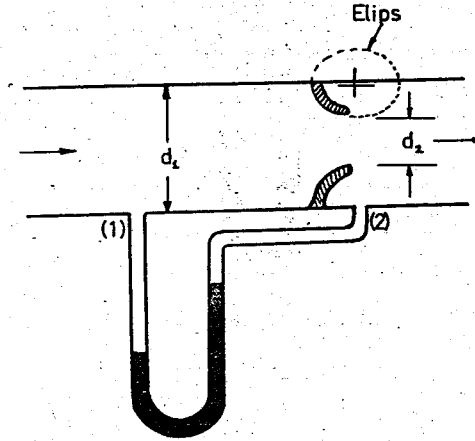
değerleri yerine konursa

$$Q = 0,97 \times 0,00441 \left\{ \frac{2 \times 9,81 \times 3,93}{16 - 1} \right\}^{1/2} = 0,0106 \text{ m}^3/\text{s}$$

bulunur.

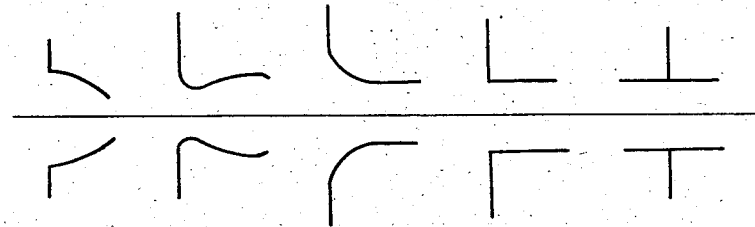
3.8.4 Lüle ve Orifis Metre

Şekil 3.24 de gösterilen "nozzle metre" veya "akış lülesi" iraksak parçası ihmal edilmiş bir Venturi metredir ve temel denklemleri aynıdır. Boğazın alt-akımındaki enerji kaybı Venturi metredekinden daha büyüktür. Buna rağmen maliyet ucuzluğu nedeniyle lüleyi tercih etmek daha avantajlı olabilir. (2) noktasındaki basınç lüle boğazındaki basınç olmayabilir çünkü



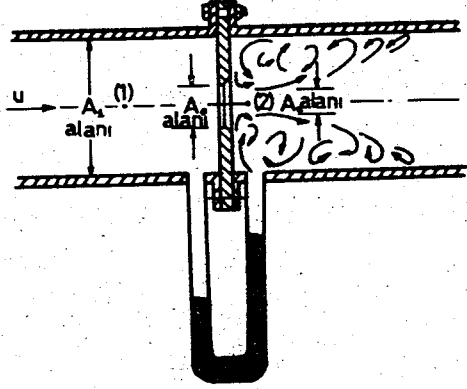
Şekil 3.24

lülleden çıkan hüzmeyi çalkantılar çevrelemektedir. (1) ve (2) noktalarının konumu ile ilgili sapmalar bir C_d katsayısı içinde gösterilir. Bu katsayı lülenin şekline d_2/d_1 oranına ve Reynolds sayısına bağlıdır. Fakat boğazın ötesinde neler olduğuna bağlı değildir. Lüleler kesit şekillerine ve profillerine göre isim alırlar. Keskin-kenarlı dairesel kesitli lülelere Standart lüleler denir. Bazı tipik profillere örnekler Şekil 3.25 de gösterildiği gibidir.



Şekil 3.25

Daha basit ve daha ucuz bir düzen, boruya ortak merkezli olarak yerleştirilen bir keskin-kenarlı orifistir. (Şekil 3.26 ya bakınız).



Şekil 3.26

Orifisin üst-akımındaki (1) noktası ile daralmış kesitteki (vena contracta) (2) noktası arasında Bernoulli denklemi uygulanırsa, bir ideal akışkan ve üniform hız dağılımı için,

$$\frac{u_2^2}{2g} = \frac{p_1^*}{\rho g} - \frac{p_2^*}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = \Delta h + \frac{u_1^2}{2g}$$

ve gerçek bir akışkanda

$$u_2 = C_v \left\{ 2g \left(\Delta h + \frac{u_1^2}{2g} \right) \right\}^{1/2}$$

olur. Sabit yoğunluk için sürekliliğin uygulanmasından,

$u_1 = u_2 A_2/A_1 = u_2 C_c A_o/A_1$ yazılır. A_o orifis alanı, C_v hız katsayısı ve C_c daralma katsayısı tanımlanırsa gerçek akışkan için

$$u_2 = C_v \left\{ \frac{2g \Delta h}{1 - C_c^2 A_o^2/A_1^2} \right\}^{1/2}$$

elde edilir. $Q = A_2 u_2 = C_c A_o u_2$ ve $C_d = C_v C_c$ olduğundan

$$Q = \frac{C_d A_o (2g \Delta h)^{1/2}}{\left\{ 1 - C_c^2 (A_o/A_1)^2 \right\}^{1/2}}$$

bulunur. Eğer

$$C = \frac{C_d}{\left\{ 1 - C_c^2 (A_o/A_1)^2 \right\}^{1/2}}$$

tanımlanırsa

$$Q = C A_o (2g \Delta h)^{1/2} \quad (3.28)$$

bulunur.

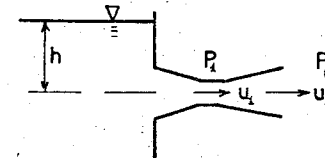
Lüle hüzmesi veya orifis hüzmesinin çoğu kinetik enerjisi alt-akımda çalkantılar içinde kaybolduğundan faydalı enerjisinin toplam kaybı Venturiölçeğine göre daha büyüktür.

Herhangi bir ölçme aygıtının hassasiyeti üst-akımdan gelen (yaklaşan) akış şekline yakından bağlıdır. Ölçme aygıtlarından önce üniform akış şartları sağlanmalıdır.

ÖRNEK PROBLEM 3.22

Bir yakınsak-ıraksak lüle şeklindeki su dolu deponun düşey kenarına yerleştirilmiştir. Lülenin yakınsak kısmında kayıp olmadığını ıraksak kısmındaki kaybın çıkıştaki hız yükünün 0,18 katı kadar olduğunu, boğazdaki minimum mutlak basıncın 2,5 m su yüksekliği (barometrik basınç 10,4 m su yüksekliğidir.) olduğunu kabul ederek lüle merkez çizgisinin yukarısında 1,5 m yük için ($h = 1,5$ m) debiyi $0,0045 \text{ m}^3/\text{s}$ yapacak lüle boğaz ve çıkış çaplarını hesaplayınız.

Depodaki yükün düşmesine izin verildiğinde boğazdaki basıncın lüle yukarısındaki yükün doğrusal (lineer) bir fonksiyonu olacağını gösteriniz.



ÇÖZÜM

Bernoulli denklemi serbest yüzey ile boğaz arasında uygulanırsa,

$$\frac{p_a}{\rho g} + h = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} \quad (1)$$

elde edilir.

$$\frac{p_a}{\rho g} = 10,4 \text{ m}, \quad \frac{p_1}{\rho g} = 2,5 \text{ m}, \quad h = 1,5 \text{ m} \text{ değerleri yerine}$$

konursa

$$\frac{u_1^2}{2g} = 9,4 \text{ m.s.y. ve buradan } u_1 = 13,6 \text{ m/s bulunur.}$$

$$\frac{\pi d_1^2}{4} \cdot u_1 = 0,0045 \text{ den } d_1 = 20,5 \text{ mm olur.}$$

Bernoulli denklemi serbest yüzey ile çıkış arasında uygulanırsa,

$$\frac{p_a}{\rho g} + h = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + 0,18 \frac{u_2^2}{2g}$$

$$\text{ve } u_2^2 = \frac{2g h}{1,18} \quad (2)$$

elde edilir. Buradan $u_2 = 5 \text{ m/s}$ olur.

$$\frac{\pi d_2^2}{4} u_2 = 0,0045 \text{ den } d_2 = 34 \text{ mm bulunur.}$$

(1) bağıntısından boğazda basınç yükü,

$$\frac{p_1}{\rho g} = h + \frac{p_a}{\rho g} - \frac{u_1^2}{2g}$$

$$\text{ve } \frac{\pi d_1^2}{4} u_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} u_2$$

$$u_1^2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 u_2^2$$

elde edilir. (2) bağıntısından u_2 değeri alınır ve yerine konursa,

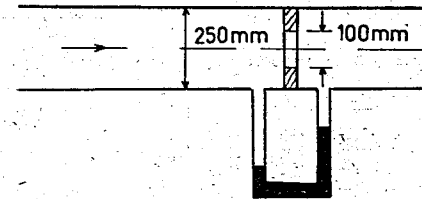
$$u_1^2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \frac{2g h}{1,18}$$

bulunur. Buna göre (1) bağıntısı

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{\rho g} &= \frac{p_a}{\rho g} + h - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \frac{h}{1,18} \\ &= \frac{p_a}{\rho g} + \left\{ 1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \right\} \frac{h}{1,18} \end{aligned}$$

olur. Bu bağıntı h nin lineer bir fonksiyonudur.

ÖRNEK PROBLEM 3.23



Şekildeki orifis metre düzeninde borunun çapı $d_1 = 250 \text{ mm}$ ve orifisin çapı $d_2 = 100 \text{ mm}$ dir. Debi katsayısı $C_d = 0,65$ olarak verilmektedir. Borudan bağıl yoğunluğu $\rho_b = 0,9$ olan bir yağ akmaktadır ve orifisin iki tarafındaki basınç farkı bir cıvalı-manometre ile ölçülmektedir. Eğer manometredeki cıva seviyelerindeki fark 760 mm ise borudan akan yağın debisi ne olur?

ÇÖZÜM

Kayıpları ihmal ederek (1) ve (2) arasında Bernoulli Denklemi uygulanırsa,

$$\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g}$$

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \quad (1)$$

olur. Süreklilikten $A_1 u_1 = A_2 u_2$ veya $u_2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) u_1$ elde edilir. u_2 değeri (1) de yerine konursa

$$u_1 = \frac{A_2}{\sqrt{(A_1^2 - A_2^2)}} \sqrt{2 \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} \right)}$$

olur. Gerçek debi = Debi katsayısı x Teorik debi, bağıntısı;

$$Q = C_d A_1 u_1$$

$$= C_d A_1 \frac{A_2}{\sqrt{(A_1^2 - A_2^2)}} \sqrt{2 \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} \right)}$$

şeklini alır.

$$m = \frac{A_1}{A_2} \text{ denilirse}$$

$$Q = \frac{C_d A_1}{\sqrt{(m^2 - 1)}} \sqrt{2g \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right)}$$

olur. P Q daki basınçların eşitliğinden

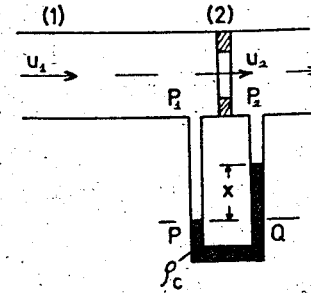
$$p_1 + \rho g x = p_2 + \rho_c g x, \quad p_1 - p_2 = g x (\rho_c - \rho)$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = x \left(\frac{\rho_c}{\rho} - 1 \right) \text{ olur. } x = 0,76 \text{ m, } \rho_c = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{ve } \rho = 900 \text{ kg/m}^3 \text{ yerine konursa } \frac{(p_1 - p_2)}{\rho g} = 10,72 \text{ myy}$$

$$\text{olur. } C_d = 0,65, m = \frac{A_1}{A_2} = 6,25 \text{ yerine konursa}$$

$$Q = 0,0762 \text{ m}^3/\text{s} \text{ bulunur.}$$



ρ = yağın yoğunluğu
 p_1 = orifisin hemen üst-akımındaki basınç
 p_2 = orifisteki basınç
 u_1 = borudaki hız
 u_2 = orifisteki hız
 A_1 = boru kesit alanı
 A_2 = orifisin alanı

3.8.5 Eşik ve Keskin-kenarlı Savak

Eşik, üzerinden bir sıvı akışının oluşturduğu keskin-kenarlı bir engel olarak tanımlanabilir. Eşik tabanının yukarısındaki akış derinliği debi ile orantılıdır ve bu yüzden kullanışlı bir ölçme aygıtıdır. Düzgün yüzeyli, düşey bir levha şeklinde olup alt-akım kenarları akışkan ile minimum teması temin etmek için eğimlendirilmiştir. Akış alanı genellikle dikdörtgen veya V-şekillidir. Büyük bir dikdörtgen eşik çoğunlukla keskin-kenarlı savak diye adlandırılır. Bir eşiğin üzerindeki akış şekli çok karmaşıktır ve bu akış için kesin bir analitik çözüm mümkün değildir. Akım çizgilerinin eğriliği nedeniyle basıncın üniform olduğu akış kesiti yoktur (Şekil 3.27). Bu yüzden, akım içindeki hız değişimi hassas olarak bulunamaz. Türbülans ve sürtünme etkileri de tahmin edilemez bir yönde probleme girmektedir. Akışın düşük oranlarında yüzey gerilmesi debiyi önemli ölçüde etkileyebilir. Eşiğin üst-akımındaki hareketler bazen akışı etkiler.

Bu yüzden, akış debisi ve eşikteki derinlik arasındaki bağıntı basitleştirici kabuller üzerine dayandırılır. Böylece elde edilen formüller deneysel olarak bulunan bir katsayı ile düzeltilir.

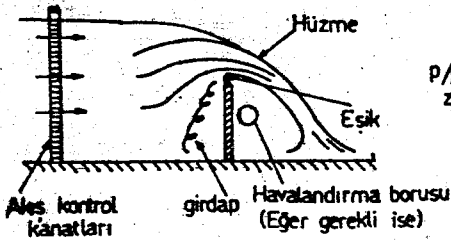
Eşiği veya savağı aşan sıvı tabakası bir serbest hüzmeye halinde akışına devam etmekte ve hüzmeye yer çekiminin etkisi altında düşmektedir. Hüzmeye altındaki basınç değeri atmosfer basıncının altında olursa hüzmeye savağa yapışır. Bunu önlemek için hüzmeye alt tarafı bir havalandırma borusu kullanılarak yeterli şekilde havalandırılmalıdır.

Bir keskin-kenarlı dikdörtgen savak Şekil 3.28 de gösterildiği gibi akış yönüne dik olsun. Bu durumda klâsik analiz aşağıdaki kabüllere dayanır:

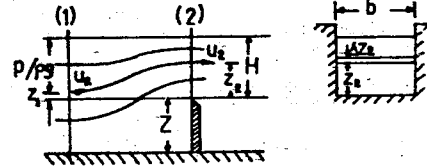
(1) Savaşın üst-akımında, akımdaki parçacıkların hızları üniform ve paraleldir. Böylece basınç $p = \rho gh$ hidrostatik denklemine göre

değişir. (Pratikte yeterince daimi ve üniform şartları sağlamak için akış kontrol kanatları yerleştirmek gereklidir.)

- (2) Serbest yüzey, savak düzlemine kadar yatay kalır. Savaktan geçen bütün parçacıklar yatay olarak hareket eder ve savak düzlemine diktir.
- (3) Hüzme boyunca basınç atmosferiktir.
- (4) Viskozite ve yüzey gerilmesi etkileri ihmal edilebilir.



Şekil 3.27



Şekil 3.28

(1) kesitindeki serbest yüzeyin H yüksekliği

$$H = (p_1 / \rho g) + z_1$$

dir. (1) ve (2) arasında Bernoulli denkleminden

$$H + \frac{u_1^2}{2g} = 0 + \frac{u_2^2}{2g} + z_2$$

$$u_2 = \left\{ 2g \left(H - z_2 + \frac{u_1^2}{2g} \right) \right\}^{1/2}$$

elde edilir. Hüzme içinde Δz_2 derinliğindeki elemansel bir dilimden geçen debi $u_2 b \Delta z_2$ olduğuna göre idealize edilmiş toplam debi,

$$\begin{aligned} Q_{ideal} &= b \int_0^H u_2 dz_2 \\ &= b \int_0^H \sqrt{2g} \left(H - z_2 + \frac{u_1^2}{2g} \right)^{1/2} dz_2 \\ &= \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left[\left(H - z_2 + \frac{u_1^2}{2g} \right)^{3/2} \right]_0^H \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left\{ \left(H + \frac{u_1^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{u_1^2}{2g} \right)^{3/2} \right\} \quad (3.29)$$

olur.

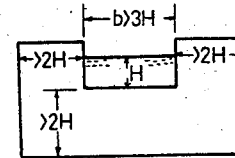
u_1 , Q ya bağımlı olduğundan bu denklemin çözümü deneme ve yanılma metodu hariç zordur. Bununla beraber, H ile karşılaştırıldığında $u_1^2/2g$ genellikle ihmal edilebilir ve bu yüzden

$$Q_{ideal} = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} H^{3/2}$$

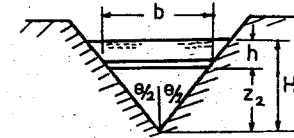
yazılır. Gerçek debiyi bulmak için Q_{ideal} deneysel olarak bulunan bir debi katsayısı ile çarpılır.

$$Q_{gerçek} = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} b H^{3/2} \quad (3.30)$$

Dikdörtgen savaklarda (Şekil 3.29), savak genişliği kanal genişliğine eşittir. Bu Bazin şavağı diye bilinir. C_d ; H , Z ve yaklaşma hızına bağlı olduğundan araştırmalar sonucunda çeşitli eşitlikler elde edilmiş ve C_d değerleri belirtilmiştir. Savak genişliğinin kanal genişliğinden küçük olduğu savaklara "Yanal daralmalı savaklar" adı verilir.



Şekil 3.29



Şekil 3.30

Üçgen savak (veya V-eşiği) için yaklaşım kanalının kesit alanı eşik kesit alanından çok büyüktür. Bu nedenle $u_1^2/2g$ ihmal edilebilir ve $u_2 = \left\{ 2g (H - z_2) \right\}^{1/2}$ yazılır. Şekil 3.30 dan görüleceği gibi eşik diliminden geçen ideal debi, $Q_{ideal} = b \Delta z_2 \left\{ 2g (H - z_2) \right\}^{1/2}$ dir. Eğer her bir kenar düşey ile $9/2$ açısı yaparsa $b = 2z_2 \tan \frac{9}{2}$ olur. Toplam ideal debi,

$$\begin{aligned} Q_{ideal} &= 2 \tan \frac{9}{2} \sqrt{2g} \int_0^H z_2 (H - z_2)^{1/2} dz_2 \\ &= 2 \tan \frac{9}{2} \sqrt{2g} \int_0^H (H - h) h^{1/2} dh \end{aligned}$$

$$= \frac{8}{15} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} H^{5/2}$$

ve gerçek debi,

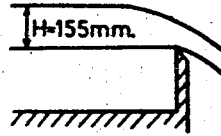
$$Q_{\text{gerçek}} = \frac{8}{15} C_d \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} H^{5/2} \quad (3.31)$$

olur.

Pratikte, H yükü eşik üzerindeki akış derinliği değildir. Serbest yüzeyin üst-akım seviyesinin eşiğe göre ölçülen akış derinliğidir. Böyle bir durumda ilk önce $u_1^2/2g$ yaklaşım hızı yükü ihmal edilir ve Q elde edilir. Bu yaklaşık Q değerinden; u_1, Q 'yu H in ölçüldüğü yerdeki akış kesitine bölerek bulunur. $u_1^2/2g$ formülde yerine konulup Q nun daha hassas değeri bulunur. $u_1^2/2g$, H ye göre çok küçük olduğundan $(u_1^2/2g)^{3/2}$ değeri formülde kolaylıkla ihmal edilebilir.

ÖRNEK PROBLEM 3.24

Şekildeki gibi $b = 600$ mm genişliğinde keskin kenarlı bir savak üzerinden su akmaktadır. Eşiğe göre ölçülen yük $H = 155$ mm olup bu noktadaki akımın kesit alanı $0,26 \text{ m}^2$ dir. Debi katsayısını $C_d = 0,61$ kabul ederek debiyi hesaplayınız.



ÇÖZÜM

İlk yaklaşım olarak,

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} b H^{3/2} \\ &= \frac{2}{3} 0,61 \sqrt{19,62} 0,6 (0,155)^{3/2} \\ &= 0,0660 \text{ m}^3/\text{s} \\ \text{Yaklaşım hızı} &= \frac{0,0660}{0,26} = 0,254 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$u_1^2/2g = \frac{(0,254)^2}{19,62} = 3,28 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$H + u_1^2/2g = (0,155 + 0,00328) = 0,1583 \text{ m}$$

İkinci yaklaşım,

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2}{3} 0,61 \sqrt{19,62} 0,6 (0,1583)^{3/2} \\ &= 0,0681 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

elde edilir. Daha hassas sonuçlar aynı işlemleri tekrar yaparak bulunabilir. Örneğin,

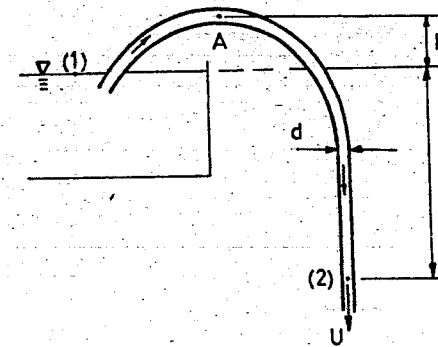
$$u_1 = \frac{0,0681}{0,26} = 0,261 \text{ m/s}$$

$$\frac{u_1^2}{2g} = \frac{(0,261)^2}{19,62} = 3,47 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$H + u_1^2/2g = (0,155 + 0,00347) = 0,1584 \text{ m}$$

alınabilir.

3.8.6 Sifon ve Kaviteasyon Olayı



Şekil 3.31

Bir ucu, boşaltılması istenen hazneye daldırılmış diğer ucu ise hazne seviyesinden aşağıda tutulan kıvrık borulara "sifon" denir (Şekil 3.31 e bakınız). (1) ve (2) noktaları arasında Bernoulli denklemi yazılırsa,

$$H = \frac{u^2}{2g}, \quad u = \sqrt{2gH}$$

olacaktır. Ancak, akışın başlaması için önce sifon içindeki havanın emilerek sifonda boşluk (vakum) yaratılması ve açık yüzeydeki atmosfer basıncının akışkanı sifon içine iterek sifonu doldurması gerekir. (2) noktasında yalnız $u^2/2g$ kinetik enerjisi mevcuttur. Süreklilik denklemine göre hız ve dolayısıyla kinetik enerji sifonun her kesitinde aynıdır. Bu durumda (2) noktasından yukarı çıkıldıkça yükseklik artacak, kinetik enerji aynı kalacak toplam enerjinin sabitliğinin sağlanması için basınç sıfırın altında düşecektir. Sifonun en alçak noktası çıkış kesiti olduğuna göre bütün sifon boyunca etken (efektif) basınç (-) eksi olacaktır. En büyük vakum ise en yüksekteki A noktasında oluşacak ve buradaki efektif basınç $p_A/\rho g = -(h+H)$ olacaktır. p_A basıncı, (1) veya (2) noktası ile A arasına Bernoulli denklemini yazılarak da bulunabilir.

$$H + 0 + 0 = (h + H) + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{u_A^2}{2g}$$

$$\frac{p_A}{\rho g} = -h - \frac{u_A^2}{2g}, \quad u_A = u, \quad \frac{u^2}{2g} = H$$

$$\frac{p_A}{\rho g} = -(h + H) \quad (3.32)$$

Bu sonuç (Denk.3.32) iki bakımdan önemlidir.

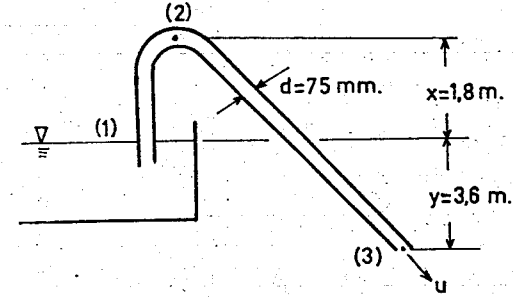
- Mutlak vakum (-1 atm) olduğundan A noktasındaki basınç "H" nin daha çok arttırılması ile etkilenmez ve debi de artmaz.
- Akış içindeki bir noktada basınç, akışkanın buharlaşma basıncının altına düşerse kaynama ve buharlaşma başlar, akışkan içindeki erimiş hava ve gazlar açığa çıkar. Buhar ve gaz kabarcıkları akış kesitini küçülterek debiyi düşürür. Üteyandan bu kabarcıklar basıncın büyük olduğu yerlerde çöker ve çok büyük basınçların doğmasına neden olur. Bu olaya "Kavitasyon" denir ve kendini yaptığı gürültü ve tahribatla belli eder. Kavitasyon olayı başlayınca sifon çalışamaz. Böylece A noktasındaki basınç sifonun çalıştığı ortamın sıcaklığındaki buharlaşma basıncının altına düşmemelidir. Kavitasyon olayını önlemek için,

$$p_v < p_{atm} - \rho g (h + H)$$

eşitsizliği sağlanmalıdır. Burada, p_v buharlaşma mutlak basıncını gös-

termektedir. Pratikte, $(h + H)$, $(6 + 7)$ m.s.y. den fazla alınmamalıdır.

ÖRNEK PROBLEM 3.25



Şekilde gösterilen 75 mm çapındaki sifondan akan suyun hızını ve debisini hesaplayınız. Atmosferik basınç 10 msy ne eşitse (2) deki mutlak basıncın değeri ne olur? Sürtünme kaybını ihmal ediniz.

ÇÖZÜM

(3) referans seviyesi seçilir, atmosferik basınç p_a ve (1) de hız sıfır olarak alınır, (1) ve (3) arasında Bernoulli Denklemi uygulanırsa;

(1) de birim ağırlık için toplam enerji

= (3) de birim ağırlık için toplam enerji

$$\frac{p_a}{\rho g} + 0 + y = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + 0$$

yazılır. Buradan,

$$\frac{u^2}{2g} = y, \quad u = \sqrt{2gy} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 3,6}$$

$$u = 8,4 \text{ m/s} \quad \text{olur.}$$

$$Q = A u = \frac{1}{4} \pi (0,075)^2 \times 8,4 = 0,0371 \text{ m}^3/\text{s.} \quad (2) \text{ de mutlak basınç}$$

p_2 ve hız u dur. (1) ve (2) arasında Bernoulli Denklemi uygulanırsa,

$$\frac{p_a}{\rho g} + 0 + y = (x + y) + \frac{u^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} \quad \text{bulunur.}$$

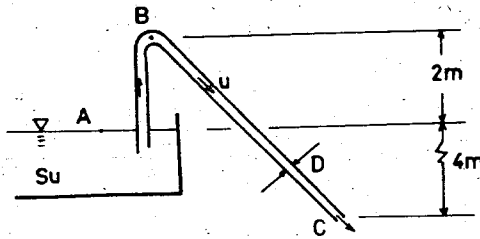
$$\frac{p_A}{\rho g} = 10 \text{ m.s.y.} \quad u = 8,4 \text{ m/s değerleri yerine konursa}$$

$$\frac{p_2}{\rho g} = 4,6 \text{ msy} \quad \text{ve} \quad p_2 = 45,1 \times 10^3 \text{ N/m}^2$$

elde edilir.

ÖRNEK PROBLEM 3.26

Şekildeki sifonun kesiti dairesel olup, çapı 10 cm dir. Sifondaki suyun hızını, debiyi ve B noktasındaki mutlak basıncı bulunuz. Sür-tünme kayıpları ihmal edilecektir.



ÇÖZÜM

A ile C arasında Bernoulli denklemi yazılırsa,

$$\frac{u_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\rho g} + z_A = \frac{u_C^2}{2g} + \frac{p_C}{\rho g} + z_C$$

$$u_A \approx 0, \quad p_A = p_C = p_{atm}, \quad z_A - z_C = 4 \text{ m yerlerine konursa;}$$

$$u_C = u = \sqrt{2g \times 4} = 8,86 \text{ m/s bulunur.}$$

$$\text{Debi : } Q = u \frac{\pi D^2}{4} = 8,86 \frac{\pi \times 0,1^2}{4} = 6,96 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

A ile B arasında Bernoulli denklemi uygulanırsa B deki basınç,

$$\frac{u_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\rho g} + z_A = \frac{u_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\rho g} + z_B$$

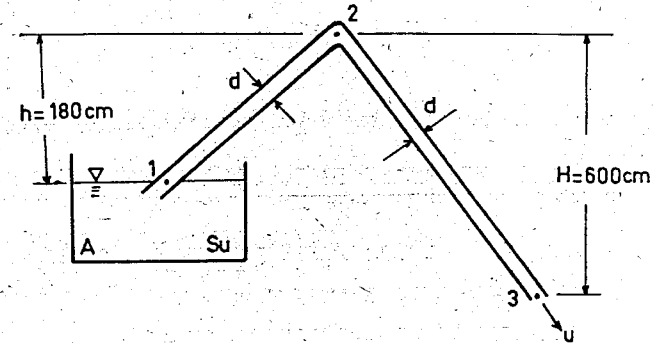
$$u_A \approx 0, \quad p_A = p_{atm}, \quad z_B - z_A = 2 \text{ m}$$

$$\frac{u_B^2}{2g} = 4 \text{ m}, \quad \frac{p_A}{\rho g} = 10,33 \text{ m}$$

$$\frac{p_B}{\rho g} = 4,33 \text{ m}, \quad p_B = 4,33 \times 9,81 \times 10^3 = 42477 \text{ Pa}$$

olur.

ÖRNEK PROBLEM 3.27



Şekildeki sifon düzeni A deposundaki suyu boşaltmaktadır. Boru çapı $d = 15 \text{ cm}$ olup 1-2 arası kayıp $h_{12} = 1,2 \frac{u^2}{2g}$ ve 2-3 arası kayıp $h_{23} = 1,4 \frac{u^2}{2g}$ dir. Debiyi ve 2 noktasındaki efektif (göstergeç) basıncını bulunuz.

ÇÖZÜM

Kayıplar toplamı,

$$h_{13} = h_{12} + h_{23} = 1,2 \frac{u^2}{2g} + 1,4 \frac{u^2}{2g} = 2,6 \frac{u^2}{2g} \text{ dir.}$$

(1) ve (3) arasında Bernoulli denklemi uygulanırsa:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{u_3^2}{2g} + h_{13}$$

Süreklilikten dolayı $u_3 = u$ (boru içindeki hız) olur.

$$p_1 = 0 \text{ (efektif)}, u_1 = 0, p_3 = 0 \text{ (efektif)}, h_{13} = 2,6 \frac{u^2}{2g},$$

$u_3 = u$ yerine konursa;

$$z_1 - z_3 = \frac{u^2}{2g} + 2,6 \frac{u^2}{2g}$$

$$H - h = 3,6 \frac{u^2}{2g}$$

ve

$$u = \sqrt{2g (H - h) / 3,6}$$

$$u = \sqrt{2 \times 9,81 (4,2) / 3,6} = 4,78 \text{ m/s}$$

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} u = \frac{\pi (0,15)^2}{4} 4,78 = 0,084 \text{ m}^3/\text{s}$$

(1) ve (2) arasında Bernoulli denklemini uygulanırsa:

$$\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + 1,2 \frac{u^2}{2g}$$

$$u_2 = u, u_1 = 0, p_1 = 0 \text{ (efektif)}, - (z_1 - z_2) = h = 1,8 \text{ m}$$

yerine konursa;

$$\frac{p_2}{\rho g} = -h - 2,2 \frac{u^2}{2g}$$

$$= -1,8 - 2,2 \frac{(4,78)^2}{2 \times 9,81} = -4,36 \text{ m}$$

$$p_2 = -4,36 \times 9,81 \times 10^3 = -42771 \text{ Pa.}$$

3.8.7 Pompalı ve Türbinli Düzenlerde Bernoulli Denklemi

Bernoulli denklemine göre akış boyunca (1) ve (2) noktalarındaki toplam enerjiler birbirlerine eşit olacaktır. ($H_1 = H_2$). Bu iki nokta arasındaki bir noktada akışkanın birim ağırlığına H_m enerjisi verilirse,

$$H_1 + H_m = H_2$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + H_m = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} \quad (3.33)$$

bulunur.

(1) ve (2) arasındaki bir noktada, akışkanın birim ağırlığından H_o enerjisi alınıyorsa

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} - H_o = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} \quad (3.34)$$

olacaktır.

Akışkanlara enerji veren makinalar pompalardır. H_m akışkanın birim ağırlığına verilen enerjidir ve "basma yüksekliği" olarak bilinir. Pompa-dan geçerek enerji kazanan akışın debisi Q ise akışkana verilen güç,

$$N_o = \rho g Q H_m \quad (3.35)$$

şeklinde tanımlanır. Pompa gerçekte mekanik enerjiyi hidrolik enerjiye dönüştürmektedir. Pompayı döndüren motorun sağladığı mekanik gücün bir kısmı kayıplara harcanır. Böylece genel verim η_g ile gösterilirse, pompa milindeki efektif güç,

$$N_e = \rho g Q H_m / \eta_g \quad (3.36)$$

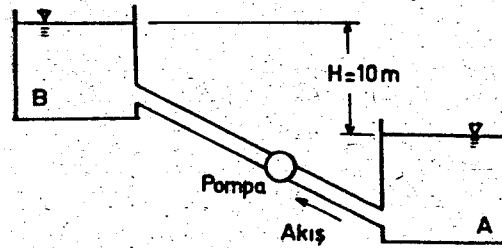
olarak hesaplanır.

Sudan aldığı enerjiyi mekanik enerjiye dönüştüren makinalar "su türbinleri" dir. Türbinin birim ağırlıktaki sudan aldığı enerjiye "net düşü" denir ve H_o ile gösterilir. Türbinden geçerek enerjisini bırakan suyun debisi Q ise, suyun türbine verdiği toplam güç, $N_o = \rho g Q H_o$ şeklindedir. Türbin, suyun bıraktığı enerjiyi mekanik enerjiye kayıplar nedeniyle dönüştüremez ve türbinin milindeki güç $N_e = \rho g Q H_o \times \eta_g$ olur.

ÖRNEK PROBLEM 3.28

Şekildeki gibi A deposundan B deposuna çapı 15 cm ve uzunluğu 50 m olan bir boru ile su taşınmaktadır. Sistemdeki bütün kayıplar ihmal edildiğine göre:

- Borudan geçen suyun debisini hesaplayınız.
- Basınç ve toplam yük çizgilerini çizin.



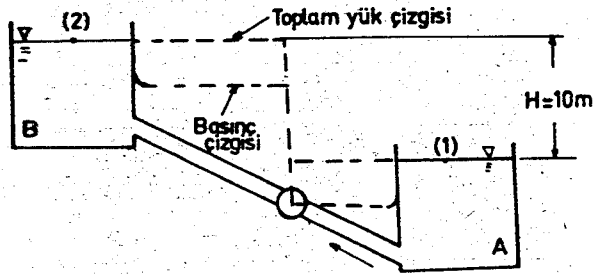
ÇÖZÜM

a) $N = \rho g Q H_m$

$H_1 + H_m = H_2$ den $z_2 - z_1 = H_m = 10 \text{ m}$

$Q = \frac{N}{\rho g H_m} = \frac{2000}{10^3 \times 9,81 \times 10} = 0,020 \text{ m}^3/\text{s}.$

b)



3.9 Daimi Olmayan Akışlarda Bernoulli Denklemi

Daimi olmayan harekette ivme,

$$\frac{du}{dt} = u \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

şeklinde ve denge denklemi,

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + g z \right) + \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad \text{olur.}$$

Akım çizgisi boyunca integre edilirse,

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + g z + \int \frac{\partial u}{\partial t} ds = \text{sabit}$$

bulunur. Akım çizgisi boyunca ve akış yönünde (1) den (2) ye iki nokta arasında ise

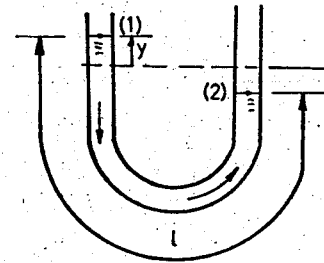
$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + g z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + g z_2 + \int_1^2 \frac{\partial u}{\partial t} ds$$

şeklinde ifade edilir.

ÖRNEK PROBLEM 3.29

Bir U tübündeki akışkan statik hâlde her iki kolunda aynı seviyededir. Herhangi bir dış etki ile denge bozulduğunda akışkan serbest yüzeyleri titreşmektedir. Tüplerin üniform kesitli olduğunu kabul ederek herhangi bir andaki denge konumundan ayrılma miktarını ve titreşim periyodunu hesaplayınız.

ÇÖZÜM



Şekildeki düzene daimi olmayan akışlarda Bernoulli denklemi uygulanırsa,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + z_2 + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial u}{\partial t} ds$$

$$z_1 - z_2 = 2y, \quad p_1 = p_2 = 0, \quad u_1 = u_2$$

$$\frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial u}{\partial t} ds - 2y = 0$$

elde edilir. Tübün kesiti üniform olduğundan hız yalnız zamana bağlıdır ve $\frac{\partial u}{\partial t}$ terimi integral dışına alınabilir.

$$\frac{\partial u}{\partial t} ds = \frac{du}{dt} \int_1^2 ds = \frac{du}{dt} l$$

Akış yönünde y azaldığından, $-dy = u dt$ dir. Değerler yerine konursa,

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{2g}{l} y = 0$$

bulunur. Bu denklemin çözümü

$$y = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$\omega = 2g/l$$

olacaktır. $t = 0$ için $y = y_0$, $u = \frac{\partial y}{\partial t} = 0$ yazılırsa

$$y = y_0 \cos \omega t$$

ve periyod $T = 2\pi \sqrt{l/2g}$ dir.

3.10 Sıkıştırılabilir Akışlarda Bernoulli Denklemi

Sıkıştırılabilir akışkanların daimi ve sürtünmesiz akışlarında da Euler denklemi geçerlidir.

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} + u \frac{du}{ds} + g \frac{dz}{ds} = 0 \right)$$

Eğer akışkan barotrop ise, basınç yoğunluğun fonksiyonudur ve $\int \frac{dp}{\rho}$ integrali mevcuttur. Bu durumda, integral tanımına göre,

$$\frac{d}{ds} \int \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{\rho}$$

$$\frac{d}{ds} \int \frac{dp}{\rho} = \frac{dp}{ds} \cdot \frac{d}{dp} \int \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds}$$

yazılarak Euler denklemi,

$$\frac{d}{ds} \left[\int \frac{dp}{\rho} + \frac{u^2}{2} + gz \right] = 0$$

şeklini alır ve bir akım çizgisi üzerinde integre edilirse;

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{u^2}{2} + gz = \text{sabit} \quad (3.37)$$

elde edilir. Bu denklem bir akım çizgisi üzerinde akış yönünde; (1) ve (2) noktaları arasında,

$$gz_1 + \frac{u_1^2}{2} = gz_2 + \frac{u_2^2}{2} + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho}$$

şeklinde yazılmalıdır. İki özel hal aşağıdaki gibidir.

a) Adyabatik akışlarda Bernoulli denklemi

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{sabit} = A, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

olarak verilir.

$$dp = \gamma A \rho^{k-1}$$

$$\int \frac{dp}{\rho} = \gamma A \int \rho^{\gamma-2} d\rho = \frac{\gamma}{\gamma-1} A \rho^{\gamma-1} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho}$$

bulunur ve Denk.3.37 de yerine konursa

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + gz = \text{sabit} \quad (3.38)$$

yada,

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{u_1^2}{2} + gz_1 = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{u_2^2}{2} + gz_2$$

elde edilir.

b) İzoterm Akışlarda Bernoulli denklemi

$$\frac{p}{\rho} = \text{sabit} = A = RT$$

$$\int \frac{dp}{\rho} = A \ln p = \frac{p}{\rho} \ln p$$

$$gz + \frac{p}{\rho} \ln p + \frac{u^2}{2} = \text{sabit}$$

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho_1} \ln p_1 + \frac{u_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho_2} \ln p_2 + \frac{u_2^2}{2}$$

yazılır ve bu akışlarda

$$\frac{p_1}{\rho_1} = R T_1, \quad \frac{p_2}{\rho_2} = R T_2, \quad T_1 = T_2, \quad \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2}$$

olduğu gözönüne alınırsa

$$gz_1 + \frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} \ln \frac{p_1}{p_2} = gz_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (3.39)$$

bulunur.

Sıkıştırılabilir akışlara Bernoulli denklemleri uygulanırken daima mutlak basınçların kullanıldığına dikkat etmelidir.

ÖRNEK PROBLEM 3.30

Hava ile dolu bir haznedeki göstergeç basıncı $p_o = 40 \text{ kPa}$, sıcaklık $t_o = 20^\circ\text{C}$ dir. Hazine çeperinde açılan küçük bir delikten ($d = 5 \text{ cm}$) atmosfere çıkan havanın hızını ve kütesel debiyi; akışı:

a) Sıkıştırılamaz

b) Adyabatik (ısı alışverişsiz)

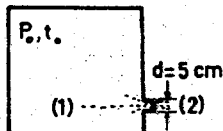
c) İzoterm (eş sıcaklıklı)

kabul ederek bulunuz.

Geometrik yükseklikler (hazine ve çıkış arasında) ihmal edilecektir.

$R = 287 \text{ J/kg K}$; $p_{atm} = 100 \text{ kPa}$; $\gamma = 1,4$

ÇÖZÜM



a) Haznedeki (1) noktası ile çıkıştaki (2) noktası arasında Bernoulli denklemi uygulanırsa

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$z_1 \approx z_2; \quad p_1 = p_o; \quad \rho_1 = \rho_o; \quad u_1 = 0; \quad p_2 = 0; \quad u_2 = u$$

$$u = \sqrt{2 \frac{p_o}{\rho_o}} \quad \text{bulunur.}$$

ρ_o gazların durum denkleminde hesaplanabilir.

$$p_o = \rho_o R T_o$$

$$\rho_o = \frac{p_o}{R T_o} = \frac{140000}{287 \times 293} = 1,664 \text{ kg/m}^3$$

$$u = \sqrt{2 \frac{p_o}{\rho_o}} = \sqrt{2 \frac{40000}{1,664}} = 219,26 \text{ m/s}$$

$$\dot{m} = \rho_o A u = 1,664 \frac{\pi (5 \times 10^{-2})^2}{4} 219,26$$

$$\dot{m} = 0,716 \text{ kg/s}$$

bulunur.

$$b) \quad z_1 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1 g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_2 g} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$z_1 \approx z_2, \quad p_1 = p_o; \quad p_2 = p_{atm}, \quad u_1 = 0; \quad u_2 = u \text{ yerine konursa,}$$

$$u = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p_o}{\rho_o} - \frac{p_{atm}}{\rho_2} \right)}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^\gamma \text{ ve buradan } \rho_2 = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/\gamma} \rho_1$$

bulunur. $p_1 = p_o, p_2 = p_{atm}, \rho_1 = \rho_o$ yazılarak

$$\rho_2 = \left(\frac{1}{1,4} \right)^{1/1,4} \times 1,664 = 1,308 \text{ kg/m}^3$$

$$u = \sqrt{2 \frac{1,4}{1,4 - 1} \left(\frac{140000}{1,664} - \frac{100000}{1,308} \right)} = 231,8 \text{ m/s}$$

$$\dot{m} = \rho_2 A u = 1,308 \frac{\pi (5 \times 10^{-2})^2}{4} 231,8 = 0,595 \text{ kg/s}$$

elde edilir.

$$c) \cdot z_1 + \frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho_1 g} \quad \ln \frac{p_1}{p_2} = z_2 + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$z_1 \approx z_2; \quad u_1 = 0; \quad p_1 = p_0; \quad p_2 = p_{atm}; \quad \rho_1 = \rho_0; \quad u_2 = u$$

yerine konursa,

$$u = \sqrt{2 \frac{p_0}{\rho_0} \ln \frac{p_0}{p_{atm}}} = \sqrt{2 \frac{140000}{1,664} \ln \frac{1,4}{1}} = 237,94 \text{ m/s}$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} \text{ ve buradan } \rho_2 = \frac{p_2}{p_1} \rho_1 = \frac{p_{atm}}{p_0} \rho_0$$

$$= \frac{1}{1,4} 1,664 = 1,18 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{m} = \rho_2 A u = 1,18 \frac{\pi (5 \times 10^{-2})^2}{4} \times 237,94 = 0,551 \text{ kg/s}$$

olur.

Akışkan çok kısa sürede hazneden çıktığından ve ortamla ısı alışverişi olmadığından akış adyabatik iken en doğru sonuç alınır.

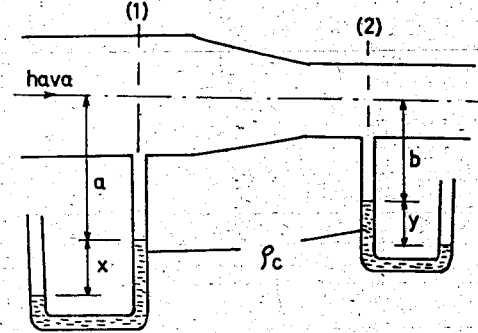
EK PROBLEMLER

3.1 - Her ikisinde atmosfere açık olan üst depodan alt depoya 10 cm kenarlı kare şeklindeki bir borudan su akmaktadır. Depolardaki su seviyelerinin farkı 18 m olduğuna ve borudaki sürtünme kaybının değeri $9,81 u^2/2g$ m olarak verildiğine göre borudaki suyun (u) hızı-

nı ve debiyi bulunuz.

$$(6 \text{ m/s} ; 0,06 \text{ m}^3/\text{s})$$

3.2 -

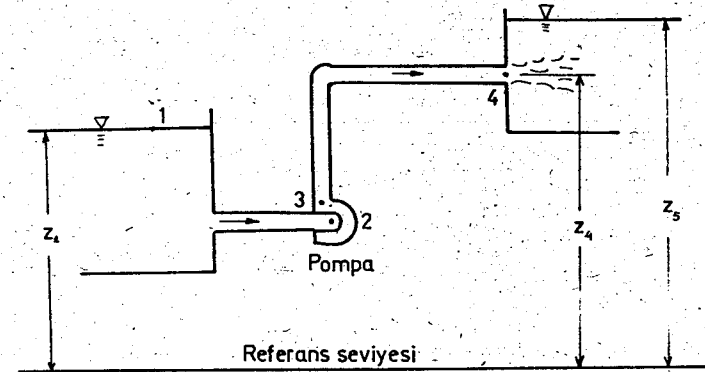


Bir elektrik süpürGESİNİN emiş kabiliyetini kontrol etmek amacıyla emme tarafına şekildeki düzen takılmıştır. (1) ve (2) kesitleri arasındaki kayıplar ihmal edildiğine göre emme debisini hesaplayınız.

($d_1 = 180 \text{ mm}$; $d_2 = 30 \text{ mm}$; $x = 5 \text{ mm}$; $y = 50 \text{ mm}$; $a = 300 \text{ mm}$; $b = 100 \text{ mm}$; $\rho_h = 1,293 \text{ kg/m}^3$; $\rho_c = 13600 \text{ kg/m}^3$; $p_{atm}/\rho_h g = 0,76 \text{ m}$ cıva yüksekliği)

$$(0,067 \text{ m}^3 / \text{s})$$

3.3 -



Şekildeki sistemde kayıplar $h_{f12} = h_{f34} = 1,5 \text{ m}$; $z_1 = 7 \text{ m}$.

$z_5 = 14$ m ve pompa debisi 13 lt / s dir. 4 noktasındaki boru kesit alanı 36 cm^2 ve pompanın verimi % 75 dir.

- (a) h_{f45} kaybının değerini,
 - (b) Pompa yükünü (basma yüksekliğini),
 - (c) Pompayı çalıştırmak için gereken gücü hesaplayınız.
- (0,66; 10,664 m; 1,8 kW)

3.4 - Çapı $d = 50$ mm olan bir lüleden fışkıran su hüzmesinin hızı $u = 30$ m/s dir. Buna göre hüzmenin gücünü hesaplayınız. Eğer lüle $H = 60$ m yükseklikteki bir depodan besleniyorsa toplam yük kaybı ve hüzme verimi ne olur?

(26,5 kW ; 14,13m; 0,76)

3.5 - Düşey bir venturi ölçeğinden bağıl yoğunluğu 0,8 olan bir sıvı akmaktadır. Venturi ölçeğinin giriş ve boğaz çapları sırasıyla 150 mm ve 75 mm dir. Boğazdaki bağlantı yeri giriştekenden 150 mm yukarıdadır. Gerçek debi 40 lt/s ve debi katsayısı 0,96 ise

- (a) Giriş ve boğaz arasındaki basınç farkını hesaplayınız.
- (b) Bu noktalar arasına takılı düşey bir cıvalı U-tübü manometresindeki seviye farkını bulunuz.

Cıvanın bağıl yoğunluğu 13,56 dir.

(34,53 kPa; 266,5 mm)

3.6 - Bir akışkanın hareketi, Euler değişkenlerinde $u_x = x^2 + 2xy - y^2$, $u_y = x^2 - 2xy - y^2$, $u_z = 0$ şeklindedir. İvmenin mutlak değerce 4'e eşit olduğu noktaların geometrik yerini bulunuz.

$$(x^2 + y^2 = 1)$$

3.7 - Sıkıştırılmayan bir akışkanın düzlemsel hareketinde hız alanı $u = 3x^2 - 3y^2$, $v = -6xy$ denklemleri ile verilmektedir.

- a) $M(x,y)$ ve $A(1,1)$ noktalarındaki ivmenin koordinatlarını hesaplayınız.
- b) $x^2 + y^2 = c^2$ daireleri boyunca ivmenin şiddetinin sabit kalacağını gösteriniz.

(36,36; 18 c^3)

3.8 - Bir borunun çapı (A) da 15 cm den (B) de 45 cm ye sürekli bir şekilde değişmekte ve (A) ile (B) arasında 4 m'lik farkı mevcuttur. Bağıl yoğunluğu 0,877 olan bir yağın aktığı bu boruda (A) ve (B) deki basınçlar sırasıyla 88,3 kPa ve 68,7 kPa dır. Debi $0,15 \text{ m}^3/\text{s}$ ise kayıp enerjiyi ve akış yönünü bulunuz.

(1,9 m ; (A) dan (B) ye)

3.9 - Emme ve basma borularının çapı 0,3 m olan bir pompa (A) depodan aldığı $0,762$ bağıl yoğunluğundaki yağı $0,15 \text{ m}^3/\text{s}$ de (B) deposuna basmaktadır. (A) ve (B) depolarının serbest yüzeyleri arasındaki kot farkı 53 m dir. Emme ve basma borularındaki sürtünme yük kaybı sırasıyla 3 m ve 7 m olduğuna göre gerekli pompa gücünü hesaplayınız ve basınç çizgisini çizin.

(70,7 kW)

3.10 - Debi $0,2 \text{ m}^3/\text{s}$ olan bir türbine giriş ve çıkış borularının çapları sırasıyla 0,3 ve 0,6 m dir. Türbine giriş ve çıkış boruları arasındaki kot farkı 1 m olup basınçlar sırasıyla 146,1 kPa ve -29,4 kPa değerlerindedir. Kayıpları ihmal ederek suyun türbine verdiği gücü hesaplayınız.

(38 kW)

3.11 - Bir motorun kullandığı hava 60 mm çapında keskin-kenarlı bir orifis yardımıyla atmosferden büyük bir hazneye alınarak ölçülmektedir. Orifisin bir tarafından diğer tarafına olan basınç farkı yatayla arcsin 0,1 eğimini yapan bir alkol manometresi ile ölçülmektedir. Manometre okuması 200 mm, alkolün bağıl yoğunluğu 0,80 orifisin debi katsayısı 0,602, cıvanın yoğunluğu 13560 kg/m^3 , atmosferik basınç yükü ve sıcaklık sırasıyla 770 mm cıva yüksekliği ve 20°C ($R = 287 \text{ J/kg K}$) ise motorun kullandığı havanın debisini hesaplayınız.

($0,0273 \text{ m}^3/\text{s}$)

3.12 - Bağıl yoğunluğu 0,85 olan bir sıvı 100 kPa'lık bir göstergeç basıncı altında 50 mm çapındaki bir orifisten akmaktadır. Daralmış kesitin (vena contracta) çapı 39,5 mm ve debi 18 lt/s olduğuna göre hız katsayısını hesaplayınız.

(0,957)

MOMENTUM DENKLEMİ

4.1 Giriş

Akışkanlar mekaniğinde çok önemli konulardan biri de akış esnasında akışkanın katı bir cisme uyguladığı kuvvetin belirlenmesidir. Örneğin, bir akışkan hüzmesi katı bir yüzeye çarptığında katı yüzeyde bir kuvvet oluşur; bir uçak kanadı üzerinde aerodinamik kuvvetler (kaldırma ve sürükleme, bir boru dirseği içinde akan akışkanın uyguladığı kuvvet bir pervanedeki kuvvet ve benzeri kuvvetlerden söz edilebilir. Bütün bu kuvvetler "hidrodinamik" kuvvetlerdir ve bunlar akışkanın momentumundaki bir değişmeden ortaya çıkarlar.

Böyle bir kuvvetin büyüklüğü Newton'un İkinci Kanunu ile bulunur. Bu kanun genellikle bir akışkanın daimi akışına uygun bir şekilde tanımlanabilir. Bu durum, çoğunlukla momentum denklemi olarak bilinir ve belirlenen bir bölgedeki (ortamdaki) bütün akışkan hacmine uygulanabilir.

Bu bölgenin yalnız sınırlarına etkiyen kuvvetlerle ilgilenilir; bölge içindeki herhangi bir kuvvet "etki ve tepki" çiftinin bir parçası olarak bulundurulur ve bu yüzden bütün olayı etkilemez. Bu nedenle, momentum denkleminin kullanışı ayrıntılı akış modeli bilgisini gerektirmez. Öte yandan, akışkan sıkıştırılabilir veya sıkıştırılamaz ve sürtümsüz veya sürtümsüz akış olabilir.

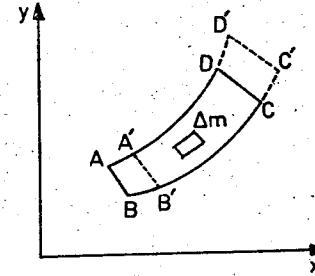
4.2 Daimi Akış Momentum Denklemi

Newton'un ikinci Kanunu genel olarak bir cisme belirli bir yönde etkiyen net kuvvetin o yönde cismin momentumunun artma oranına eşit olduğunu belirtir. Kuvvet ve momentumun her ikisi de vektörel büyüklükler olduğu için yön belirtmek şarttır. Birden fazla cisim ele alındığında (burada bu cisimler topluluğuna "sistem" adı verilecektir) belirli bir yön için kanun bireysel olarak her bir cisme uygulanabilir. Neticede elde edilen denklemler toplanırsa, belirli bir yöndeki toplam kuvvet, sistemin sınırlarında o yönde etkiyen net kuvvete karşılık gelecektir.

Yalnız bu dış sınır (çeper) kuvvetleri bulunur çünkü ayrı cisimler arasındaki herhangi bir iç kuvvet etki ve tepki çiftleri içinde oluşur ve bu yüzden toplamda birbirini yok eder. Parçacıkların sürekli olduğu bir akışkan da aynı netice uygulanır: akışkan yığınının belirli bir yöndeki net kuvvet o yöndeki akışkan momentumunun toplam artma oranına eşittir.

Şimdi bizim amacımız kuvvetin, verilen parçacıklar toplamını bulunduran bir yığından ziyade verilen bir bölgedeki akışkana bağlı oluşuna göre bir bağıntı çıkarmaktır. Newton'un İkinci Kanununu bir akım tübündeki küçük

bir elemana uygulayalım (Şekil 4.1). Akış daimidir ve böylece akım tübü belirgin koordinat eksenlerine göre sabit kalır. Bu akım tübünün kesiti, AB ve CD düzlemlerinde hızların üniform olacağını düşünebilmek için, yeterince küçüktür. Kısa bir Δt zaman aralığından sonra başlangıçta ABCD ortamını (bölgesini) kaplamış olan akışkan A'B'C'D' ortamını kaplamak üzere ileriye doğru hareket edecektir.



Şekil 4.1

Eğer u_x , x yönündeki hız bileşenini gösterirse, netice olarak Δm kütle elemanı x yönünde $u_x \Delta m$ e eşit bir momentum bileşenine sahiptir. Bu yüzden, Δt zaman aralığının başlangıcında ABCD ortamındaki akışkanın toplam "x-momentumu" $\sum_{ABCD} u_x \Delta m$ dir. Aynı akışkan bir Δt zamanı sonrasında A'B'C'D' ($u_x \Delta m$) toplam "x-momentumuna" sahip olacaktır. Bu son bağıntı,

$$\sum_{ABCD} u_x \Delta m = \sum_{ABB'A'} u_x \Delta m + \sum_{DCC'D'} u_x \Delta m$$

olarak yazılabilir. Bu nedenle, Δt zaman aralığı boyunca x-momentumunun net artması,,

$$\left(\sum_{A'B'C'D'} (u_x \Delta m) \right)_{t \text{ sonrası}} - \left(\sum_{ABCD} (u_x \Delta m) \right)_{t \text{ öncesi}}$$

$$\left(\sum_{ABCD} u_x \Delta m - \sum_{ABB'A'} u_x \Delta m + \sum_{DCC'D'} u_x \Delta m \right)_{t \text{ sonrası}} - \left(\sum_{ABCD} u_x \Delta m \right)_{t \text{ öncesi}}$$

$$= \left(\sum_{DCC'D'} u_x \Delta m - \sum_{ABB'A'} u_x \Delta m \right) \quad t \text{ sonrası}$$

yazılabilir çünkü akış daimidir varsayımı yapıldığından $\sum_{ABCD} u_x \Delta m$, Δt öncesi gibi Δt sonrası da aynıdır. Böylece, Δt zaman aralığı boyunca düşülen akışkan yığınının x-momentumu artması, aynı zamanda akım tübünü terkeden x-momentumundan $\left(\sum_{DCC'D'} u_x \Delta m \right)$ aynı zamanda akım tübüne giren x-momentumunun $\left(\sum_{ABB'A'} u_x \Delta m \right)$ farkına eşittir.

Çok küçük bir Δt değeri için AA', BB' uzaklıkları çok küçüktür ve böylece ABB'A' ortamındaki bütün parçacıkların u_x değerleri netice olarak aynıdır. Benzer olarak, DCC'D' ortamındaki bütün parçacıklar, ABB'A' daki parçacıkların hızlarından fark göstermesine rağmen, aynı u_x değerine sahiptir. Netice olarak, u_x terimleri toplam işaretlerinin dışına alınabilir.

Bu yüzden Δt aralığı boyunca x-momentumunun artması,

$$(u_x \sum \Delta m)_{DCC'D'} - (u_x \sum \Delta m)_{ABB'A'} \quad (4.1)$$

şeklinde. $\sum \Delta m)_{DCC'D'}$, Δt aralığı boyunca CD düzlemini geçen akışkan kütesidir ve bu nedenle $\dot{m}$ kütsel akış debisini göstermek üzere $\dot{m}$ Δt olarak tanımlanır. Akış daimi olduğundan $\left(\sum \Delta m \right)_{ABB'A'}$ de $\dot{m}$ Δt ye eşittir. Böylece (4.1) bağıntısı $\dot{m} (u_{x2} - u_{x1})$ Δt şeklinde yazılabilir. Burada (1) indisi akım tübünün giriş kısmını, (2) indisi akım tübünün çıkış kısmını göstermektedir. x-momentumunun artma oranı, Δt ile bölerek elde edilir ve sonuç-Newton'un İkinci Kanununa göre-x yönünde akışkana uygulanan net F_x kuvvetine eşit olur:

$$F_x = \dot{m} (u_{x2} - u_{x1})$$

Akışkanın çevresine uyguladığı x yönündeki karşı kuvvet ise, Newton'un Üçüncü Kanuna göre, $-F_x$ dir. y yönündeki momentumun artma oranı ve kuvvet arasındaki bağıntı için benzer bir analiz,

$$F_y = \dot{m} (u_{y2} - u_{y1})$$

eşitliğini verir. Daimi akışta $\dot{m}$ sabittir ve bu yüzden

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 u_1 = \rho_2 A_2 u_2 \text{ olur.}$$

Burada, ρ akışkanın yoğunluğunu ve A akım tübünün kesit alanını (A, u ya diktir) göstermektedir.

Şimdiye kadar çok küçük kesit alanlı yalnız bir akım tübü düşünülmüştür. Bu durumda her bir uçtaki (AB,CD) hız üniform olarak düşünülebilir.

Şimdi bitişik (komşu) akım tüblerinin bir demetini düşünelim. Herbirinin kesit alanı ΔA olsun ve incelenecek olan akışkanı taşıyınlar. Genellikle, hız bir akım tübünden diğer akım tübüne değişir. Bütün akım tüblerini çevreleyen ortam genellikle "kontrol hacmi" olarak bilinir ve dış kuvvetlerin uygulandığı yer bu hacmin sınırlarıdır. Bir akım tübü için x-kuvveti,

$$\Delta F_x = \dot{m} (u_{x2} - u_{x1}) = \rho_2 \Delta A_2 u_2 u_{x2} - \rho_1 \Delta A_1 u_1 u_{x1}$$

bağıntısı ile verilir. Bu yüzden x yönündeki toplam kuvvet:

$$F_x = \int dF_x = \int \rho_2 u_2 u_{x2} dA_2 - \int \rho_1 u_1 u_{x1} dA_1 \quad (4.4a)$$

(ΔA alan elemanları, her yerde u hızlarına dik olmalıdır) benzer olarak,

$$F_y = \int \rho_2 u_2 u_{y2} dA_2 - \int \rho_1 u_1 u_{y1} dA_1 \quad (4.4b)$$

ve

$$F_z = \int \rho_2 u_2 u_{z2} dA_2 - \int \rho_1 u_1 u_{z1} dA_1 \quad (4.4c)$$

yazılır.

Bu bağıntılar, her ne zaman hareket eden bir akışkana uygulanan kuvvet hesaplanacak ise gerekli olacaktır. Daimi akış için, kontrol hacmindaki akışkana gelen net kuvvet, kontrol hacminin dışına, akan net momentum oranına eşittir. Kuvvet ve momentum aynı yöne sahiptir. Görüleceği gibi yalnız (1) girişi ve (2) çıkışındaki şartlar ihtiva edilmiştir. Bu amaç için (1) ve (2) konumları arasındaki akışın ayrıntıları bizi ilgilendirmez. Bununla beraber, giriş ve çıkış arasındaki sürtünme gibi olaylar çıkıştaki miktarların büyüklüklerini etkileyebilir.

Ayrıca görüleceği gibi (4.4) denklemleri ρ değişmelerini hesaba alır ve böylece sıkışabilir ve sıkıştırılamaz akışkanların akışlarında uygulanabilir.

(4.4) denklemlerinin sağ tarafındaki terimlerin integrasyonu daha başka bilgiler olmaksızın mümkün değildir.

Bununla beraber, iyi seçilen kontrol hacmi sayesinde ρ , u, u_x ve diğerlerinin önemli ölçüde değişmediği (1) ve (2) kesitlerini kullanmak mümkündür. Daha sonra, denklemler

$$F_x = \rho_2 u_2 A_2 u_{x2} - \rho_1 u_1 A_1 u_{x1} = (u_{x2} - u_{x1}) \dot{m}$$

şeklinde yazılır.

Bununla birlikte, böyle basitleştirilmiş bağıntıların kontrol hacminin giriş ve çıkış kesitlerindeki miktarların üniform değerlerinin varsayımını ihtiva ettiğini asla unutmamalıdır. Bu yüzden bu varsayımların geçerliliği daima kontrol edilmelidir (Paragraf 4.2.1'e bakınız).

F'nin hesaplanmasında genellikle bir varsayım daha gözönüne alınır. Kontrol hacminin sınırlarına etkiyen toplam kuvvete akışın bir kesitindeki akışkanın basıncı nedeniyle bir fazlalık gelir. Eğer bu kesitteki akım çizgileri yeterince düzgün ve paralel ise, kesitteki basınç statik bir akışkan için olduğu gibi derinlik ile üniform olarak değişir: başka bir deyişle, $p^* = p + \rho g z$ sabittir. Bununla beraber birlikte eğer akım çizgileri düzgün ve paralel değil ise, akım çizgilerine dik hızlanmalar ve neticesinde p^* de değişmeler vardır. Daha sonra, ideal olarak, kontrol hacmi öyle seçilmelidir ki akışkanın kontrol hacmine girdiği veya terkettiği kesitlerde akım çizgileri yeterince düzgün ve paralel ve basitlik için yoğunluk ve hız (her ikisinde büyüklük ve yön olarak) kesit üzerinde üniform olmalıdır.

Newton'un Hareket Kanunları, kendileri hızlanmayan koordinat eksenlerine göre hareketleri açıklamak için sınırlandırılmıştır. Netice olarak, bu kanunlardan çıkartılan akışkanların momentum bağıntıları aynı sınırlandırılmaya konudur. Başka bir deyişle, kullanılan koordinat eksenleri ya hareketsiz ya da düzgün bir doğrultuda üniform bir hız ile hareket ediyor olmalıdır.

Burada yalnız bir akım tübü içindeki daimi akış için bağıntılar bulunmuştur. Daha genel bağıntılar bu kitabın konusu dışındadır.

4.2.1 Bir Boyutlu Analiz İçin Momentum Düzeltme Faktörü

Paragraf 3.6.3 deki metotlara benzer olarak sabit yoğunluklu bir akışkanın hızının bir kesit üzerinde üniform olmadığı (en sonunda paralel olmasına rağmen) yerde kesite dik momentum akışının gerçek oranının $\rho \bar{u}^2 A$ değil fakat $\beta \rho \bar{u}^2 A$ olduğu gösterilebilir. Burada, $\bar{u} = (1/A) \int u dA$ kesitteki ortalama hız ve β "momentum düzeltme faktörü"dür. Sabit ρ ile, paragraf 3.6.3 de kabul edilen hız dağılımı için β nın değeri, $100/98 = 1,02$ dir ve genelde $\beta = 1,0$ alınır. Bununla birlikte, üst-akımdaki düzensizlikler daha büyük bir değer verebilir. Dairesel bir borudaki laminar akış için (paragraf 6.2 ye bakınız) $\beta = 4/3$ dür. Belirli bir durumda β daima kinetik enerji düzeltme faktörü α dan daha küçüktür.

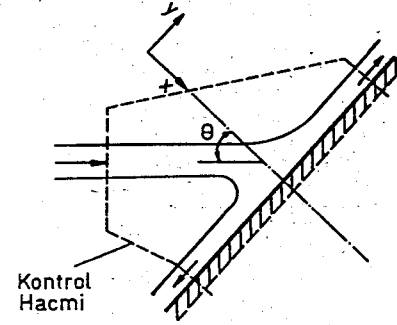
4.3. Momentum Denkleminin Uygulamaları

4.3.1 Yüzeye Çarpan Bir Hüzmenin Uyguladığı Kuvvet

Düzgün bir hüzme katı bir yüzeye çarptığı zaman yüzeyden lastik bir topun geriye yansıdığı gibi dönmez. Bunun yerine sınırlara (çeperlere) varı-

lıncaya kadar yüzey üzerinde hareket eden bir akışkan akımı oluşur ve ondan sonra akışkan yüzeyi teğetsel olarak terkeder. (Yüzeyin, hüzme kesit alanı ile karşılaştırıldığında büyük olduğu varsayımı yapılır.)

Şekil 4.2 deki gibi büyük bir düzlem yüzeye çarpan hüzmeyi düşünelim.



Şekil 4.2

Uygun bir kontrol hacmi diyagramdaki kesik çizgilerle gösterildiği gibidir. Eğer x yönü düzleme dik alınırsa yüzeyi geçen akışkan hız bileşenine sahip olmayacak ve bu yüzden x yönünde momentum bulunmayacaktır. (Akışkan yüzey üzerinde hareket ederken belki akımın kalınlığı değişmektedir fakat bu kalınlık değişimi x yönünde ihmal edilebilir bir harekete karşılıktır.) Kontrol hacmine giren x-momentumu oranı $\int \rho_1 u_1 u_{1x} dA_1 = \cos \theta \int \rho_1 u_1^2 dA_1$ dir ve böylece x-momentumunun artma oranı $-\cos \theta \int \rho_1 u_1^2 dA_1$ olur ve bu x yönünde akışkan üzerindeki kuvvete eşittir. Basınç, akışkanın kontrol hacmine hem girdiği hemde çıktığı yerlerde atmosferik olduğundan, akışkan üzerindeki kuvvet yalnız katı yüzey tarafından karşılanabilir. (Yerçekimi etkileri ihmal edilmektedir). Akışkanın yüzeye uyguladığı kuvvet buna karşıt ve eşittir ve bu nedenle x yönünde $\cos \theta \int \rho_1 u_1^2 dA_1$ değerindedir. Eğer hüzme kendi kesitinde üniform yoğunluk ve hıza sahip ise, integral,

$$\rho_1 u_1^2 \cos \theta \int dA_1 = \rho_1 Q_1 u_1 \cos \theta$$

olur.

y yönünde, hüzmeye birim zamanda $\sin \theta \int \rho_1 u_1^2 dA_1$ a eşit bir momentum elemanı taşır. Bir değişmeye uğrayacak bu eleman için, y yönündeki bir kuvvet akışkana uygulanmak zorunda kalacaktır. Yüzeye paralel olan böyle bir kuvvet yüzeyin akışkanda meydana getirdiği bir kayma kuvveti olacaktır. Pürüzsüz bir yüzey üzerinde hareket eden ideal bir akışkan da kayma kuvveti mümkün değildir. Bu nedenle $\sin \theta \int \rho_1 u_1^2 dA_1$ elemanı değişmemiş olacaktır ve kontrol hacmini terkeden y-momentumu oranına eşittir. $\theta = 0$ olduğu zaman hariç, yüzey üzerinde hüzmeyi yayıllışı simetrik değildir ve gerçek bir akışkan için kontrol hacmini terkeden y-momentumu oranı kontrol hacmine giren y momentumu oranından farklıdır. Genel olarak, y yönündeki kuvvet (akışkanın son hızı biliniyorsa) hesaplanabilir. Bununla beraber, bu daha ileri deneysel bilgileri gerektirir.

Akışkan, eğik bir yüzey üzerinde akar iken benzer hesap yöntemleri kullanılabilir.

Eğer kanat düzgün bir yolda üniform bir hız ile hareket ediyor ise, problem esas olarak farklı değildir. Daimi akış şartını sağlamak için (ve yalnız buna denklem uygulanır) kanat ile hareket eden koordinat eksenleri seçilmelidir. Bu nedenle, hesaplamada ilgilenilen hızlar, bu eksenlere yani kanada göre hızlardır. Basit bir örnek olarak, kanadın hüzmeye gibi aynı yönde c hızında hareket ettiğini kabul edebiliriz. Eğer c, u_1 den daha büyük ise hiçbir akışkan kütlesi kanat üzerine etkiyemez. Bununla birlikte, eğer c, u_1 den daha küçük ise birim zaman içinde kanada ulaşan akışkan kütlesi $\rho A (u_1 - c)$ ile verilir. Burada A hüzmeyi kesit alanını göstermekte ve üniform hüzmeye hızının ve yoğunluğunun olduğu kabul edilmektedir. (" $u_1 - c$ " geliş bağıl hızının kullanışı da böylece yerine getirilmiş olabilir. Bir Δt zaman aralığında, kanat bir c Δt yolunu alır ve böylece hüzmeye aynı uzaklık kadar uzar. Hüzmeye ki akışkan kütlesi $\rho A c \Delta t$ kadar artarken gerçek olarak kanada ulaşan kütleye birim zaman için yalnız $\rho A u_1 \Delta t - \rho A c \Delta t = \rho A (u_1 - c)$ dir). Kanadın çıkış kenarının yönü, kanada göre akışkan hızının yönüne karşılık gelir.

Düzgün bir yolda hareket eden tek bir cisim üzerindeki akışkan akımının etkisi fazla pratik bir uygulamaya sahip değildir. İlkenin efektif kullanışını yapmak için, benzer birkaç kanat bir çark çevresi etrafında monte edilebilir ve bunlar arka arkaya akışkan tarafından etkilenirler. Bu durumda, bir bütün olarak kanatlar sistemi düşünülür. Böyle bir aygıt bir türbin olarak bilinir ve etrafıca "Akım Makinaları" derslerinde görülecektir.

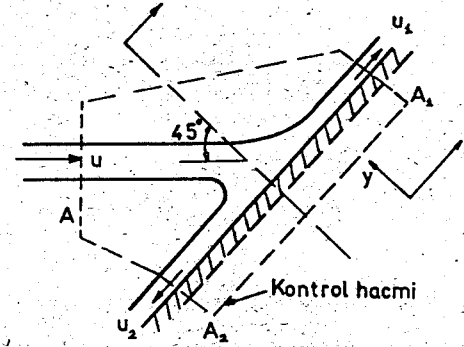
ÖRNEK PROBLEM 4.1

3 cm çapında dairesel bir su hüzmesi, eksenine ile 45° açı yapan eğik ve pürüzsüz bir levha üzerine çarpmakta ve iki kısma ayrılmaktadır. Hüzmeyi lev-

haya çarpmadan önceki hızı 30 m/s dir. Sürtünmeleri ihmal ederek,

- Levha üzerindeki iki hüzmeyi dik kesit alanlarını,
- Levhayı sabit tutmak için gerekli kuvveti bulunuz.

ÇÖZÜM



Kontrol hacmi şekilde gösterildiği gibi olsun. Sürtünmeler ihmal edildiğine göre ve basınçlarda atmosferik basınç olduğundan

$$u_1 = u_2 = u_3$$

olur. Üte yandan levhaya uygulanacak itme kuvveti levhaya dik olmalıdır. ($F_x = 0$).

x-yönünde kontrol hacmindaki akışkana uygulanan kuvvet için momentum denklemi

$$F_x = \rho A_1 u_1^2 - \rho A_2 u_2^2 - \rho A_3 u_3^2 \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

ve benzer şekilde y-yönünde momentum denklemi

$$F_y = \rho A u_1^2 \sin 45^\circ - 0 \quad (2)$$

olarak yazılır.

(1) bağıntısından

$$A_1 = A_2 + A \cos 45^\circ \quad (3)$$

bulunur. Süreklilik denkleminde

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Au = A_1u_1 + A_2u_2$$

$$A = A_1 + A_2 \quad (4)$$

olur. (3) ve (4) bağıntılarında A_2 yok edilerek

$$A_1 = \frac{A}{2}(1 + \cos 45^\circ)$$

bulunur ve değerler yerine konursa

$$A_1 = 6,03 \text{ cm}^2$$

ve

$$A_2 = A - A_1 = 7,06 - 6,03 = 1,03 \text{ cm}^2$$

elde edilir. Gerekli kuvvet (2) bağıntısından

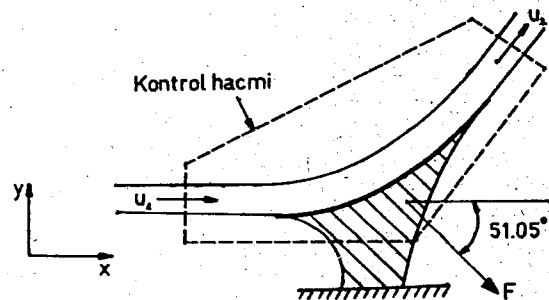
$$\begin{aligned} F_y &= \rho Au^2 \sin 45^\circ \\ &= 1000 \times 7,06 \times 10^{-4} \times (30)^2 \times 0,707 \\ &= 449,22 \text{ N} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK PROBLEM 4.2

Bir su hüzmesi, sabit bir eğri kanada düzgün olarak akmakta ve 60° sapmaktadır. Hüzmeyin başlangıçtaki çapı 50 mm ve üniform olan hızı ise 36 m/s dir. Sürtünmenin bir sonucu olarak yüzeyi terkeden suyun hızı 30 m/s dir. Verçekimi etkilerini ihmal ederek kanada gelen kuvveti hesaplayınız.

ÇÖZÜM



x yönünü başlangıç hızına paralel olarak alalım ve son hızın üniform olduğunu kabul edelim. Buradan,

x yönünde akışkana gelen kuvvet

= x-momentumunun artma oranı

$$= \rho Q u_2 \cos 60^\circ - \rho Q u_1$$

$$= \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left\{ \frac{\pi}{4} (0,05)^2 \text{ m}^2 \times 36 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right\}$$

$$\left(30 \cos 60^\circ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 36 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$= -1484 \text{ N}$$

olur.

Benzer olarak, y yönünde akışkana gelen kuvvet

$$= \rho Q u_2 \sin 60^\circ$$

$$= \left\{ 1000 \frac{\pi}{4} (0,05)^2 \times 36 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right\} \left(30 \sin 60^\circ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$= 1836 \text{ N}$$

olur. Akışkana uygulanan bileşke kuvvet ise $\sqrt{(-1484)^2 + 1836^2}$

$$N = 2361 \text{ N} \text{ olup } x \text{ yönüne } \arctg \left\{ 1836 / (-1484) \right\} = (180^\circ - 51,05^\circ)$$

lik bir yönde etkir. Basing, akışkanın kontrol hacmine girdiği ve çıktığı yerlerde atmosferik olduğundan akışkana gelen kuvvet yalnız

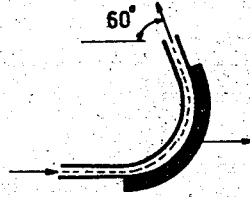
kanat tarafından karşılanabilir. Akışkanın kanat üzerine uyguladığı kuvvet, kanadın akışkan üzerine uyguladığı karşıttır.

Bu yüzden kanada gelen F kuvveti, diyagramında gösterilen yönde etkir.

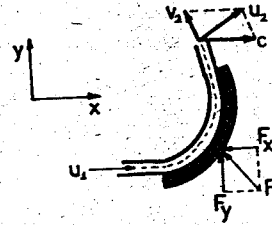
ÖRNEK PROBLEM 4.3

4 cm çapında dairesel bir su hüzmesi hareket eden bir kanada şekildeki gibi çarpılmaktadır. Hüzmeyin kanada çarpmadan önceki hızı 25 m/s ve kanadın hüzmeye yönündeki hızı 10 m/s dir. Suyun kanada uyguladığı bileşke kuvveti bulunuz.

Su ve kanat arasındaki sürtünme etkisini ihmal ediniz. Su ile kanat temasta iken suya etkiyen kuvvetin yalnız kanattan geldiğini varsayınız.



ÇÖZÜM



Çıkış mutlak hızı $u_2 = v_2 + c$.

Kayıp olmadığından,

$$v_1 = v_2 = u_1 - c = 25 - 10 = 15 \text{ m/s.}$$

Vektör diyagramından,

$$u_{2x} = c - v_2 \cos 60^\circ, u_{2x} = 10 - 15 \times 0,5, u_{2x} = 2,5 \text{ m/s ve}$$

$$u_{2y} = v_2 \sin 60^\circ = 15 \times 0,866, u_{2y} = 12,99 \text{ m/s}$$

bulunur. Momentum ilkesinden,

$$F_x = \rho Q(u_{2x} - u_{1x}) = 10^3 \times \frac{\pi(0,04)^2}{4} (25-10) \left\{ 2,5-25 \right\}$$

$$F_y = \rho Q(u_{2y} - u_{1y}) = 10^3 \times \frac{\pi(0,04)^2}{4} (25-10) \left\{ 12,99-0 \right\}$$

$$F_x = -423 \text{ N ve } F_y = 244 \text{ N}$$

elde edilir.

$$F' = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(+423)^2 + (-244)^2} = 488 \text{ N}$$

kanada uygulanır. Suyun kanada x - yönünde uyguladığı kuvvet:

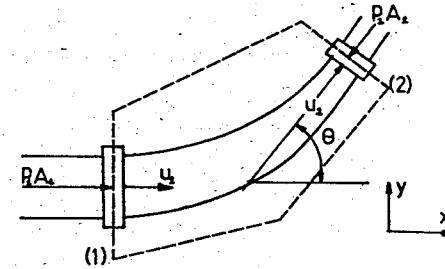
$$F'_x = -F_x = 423 \text{ N}$$

suyun kanada y- yönünde uyguladığı kuvvet:

$$F'_y = -F_y = -244 \text{ N.}$$

4.3.2 Bir Boru-Dirseğinde Akışın Uyguladığı Kuvvet

Akış bir boru içinde sınırlandırıldığı zaman statik basınç noktadan noktaya değişebilir ve statik basınç farkları nedeniyle kuvvetler gözönüne alınmalıdır. Şekil 4.4 de gösterildiği gibi akış yönü ve kesit alanı değişen bir boru dirseğini düşünelim. Kontrol hacmi olarak (1) ve (2) kesitleri arasında boruyu ihtiva eden bölgeyi seçelim. Basitlik için, dirsek ekseninin yatay düzlemde olduğunu kabul edelim. Böylece, yükseklik değişimleri



Şekil 4.3

ihmal edilebilir. Ayrıca boru ve akışkanın ağırlıkları bu düzleme dik bir yönde etkir ve bu nedenle momentum değişmelerine etki yazmazlar. (1) ve (2) kesitlerindeki şartların üniform olduğunu ve buradaki akım çizgilerinin düzgün ve paralel olduğunda kabul edebiliriz.

Kesit (1) deki basınç ve kesit alanı sırasıyla p_1 ve A_1 ise, bu kesitte komşu akışkan, kontrol hacmindeki akışkan üzerine $p_1 A_1$ kuvvetini uygular. Benzer olarak, kontrol hacmindeki akışkan üzerine kesit (2) de etkiyen bir $p_2 A_2$ kuvveti vardır. Boru dirseğinin, belirtilen x ve y yönlerinde F_x ve F_y bileşenli bir F kuvvetini akışkan üzerine uyguladığını gözönüne alalım. F kuvveti dirsek iç yüzeyinde etkiyen bütün kuvvetlerin bileşkesidir. Bu nedenle, kontrol hacmindeki akışkana gelen x yönündeki toplam kuvvet,

$$p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \theta + F_x$$

olur. Bu toplam "x-kuvveti" $\rho Q (u_2 \cos \theta - u_1)$ x-momentumunun artma oranına eşit olmalıdır. Bu iki bağıntıyı eşitleyerek F_x in hesaplanması yapılabilir.

Benzer olarak, kontrol hacmindaki akışkana etkiyen toplam y-kuvveti,

$$-p_2 A_2 \sin \theta + F_y = \rho Q (u_2 \sin \theta - 0)$$

şeklinde ve buradan F_y bulunabilir. F_x ve F_y bileşenlerinden dirsek tarafından akışkana uygulanan toplam kuvvetin büyüklüğü ve yönü kolayca hesaplanabilir. Akışkanın dirseğe uyguladığı kuvvet buna eşit ve zıttır.

Eğer dirsek boş ise (duran atmosfer için hariç) atmosfer tarafından dirseğin iç yüzeylerine gelen bir kuvvet olacaktır. Pratikte, hareket eden akışkan tarafından uygulanan kuvvetin duran bir atmosfer tarafından uygulanan kuvveti aştığı miktar ile ilgilenir. Böylece yukarıdaki denklemlerde p_1 ve p_2 basınçları için gösterge değerleri kullanılır. Basıncın atmosferik kısmı nedeniyle oluşan kuvvet dirseği çevreleyen atmosfer tarafından dengelenir. Eğer p_1 ve p_2 için mutlak değerler kullanılsaydı, atmosferik basınç nedeniyle ayrı bir işlem dış yüzeydeki kuvveti belirlemek zorunda olacaktır.

Yalnız p_1 ve p_2 basınçlarından birinin problemin verisinde ihtiva edildiği yerde; diğeri, enerji denkleminden çıkartılabilir.

Momentum denklemindeki değişik terimlerin işaretleri çok iyi bir şekilde belirtilmelidir çünkü, belirli bir yönde akışkana uygulanan bileşke kuvvet o yönde momentumun artma oranına eşittir.

Bir dirseğe gelen kuvvet dirseği hareket ettirmeye eğilim gösterir. Eğer hareket önlenmek isteniyorsa bir sınırlama uygulanmalıdır. Birçok durumda bu amaç için yeterince destek yapılır fakat büyük borular için (örneğin hidro-elektrik tesislerde kullanılan borular) büyük beton emniyetler boru dirseklerini yerinde tutmak için genel olarak uygulanır.

F kuvveti, sınırlarda sürtünme kuvvetleri tarafından yapılan herhangi bir katkıyı ihtiva eder. Sürtünme kuvvetlerini ayrı olarak düşünmek şart olmamasına rağmen bunlar en son neticeye etkirler çünkü p_1 ve p_2 arasındaki bağıntıyı değiştirirler.

Eksen çizgisi tamamen yatay düzlem içinde olmayan bir boru dirseği için, kontrol hacmindaki akışkan ağırlığı momentum değişmesine neden olan kuvvete katkıda bulunur. Bununla birlikte, not edileceği gibi dirsek şekli veya giriş ve çıkış kesitleri arasındaki şartlar hakkında ayrıntılı bilgi gerekmez.

ÖRNEK PROBLEM 4.4

Yatay bir düzlemden yakınsak bir 45° boru dirseği, girişte 300 mm çaptan çıkışta 300 mm çapa daralmaktadır. Girişte basınç 140 kPa ve dirsekteki suyun debisi $0,425 \text{ m}^3/\text{s}$ dir. Sürtünmeyi ihmal ederek suyun dirsek üzerine uyguladığı net bileşke kuvveti hesaplayınız.

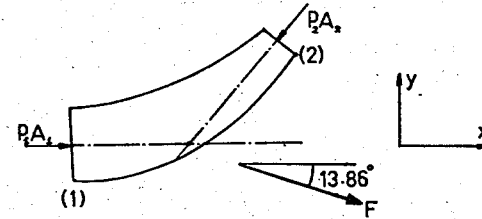
ÇÖZÜM

Girişte ve çıkışta düzgün ve paralel akım çizgileri ile üniform şartları kabul ederek,

$$u_1 = \frac{0,425 \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{\pi}{4} (0,6 \text{ m})^2} = 1,503 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \frac{0,425 \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{\pi}{4} (0,3 \text{ m})^2} = 6,01 \text{ m/s}$$

bulunur.



Enerji denklemine göre,

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 - u_2^2) = 1,4 \times 10^5 \text{ Pa} + 500 \text{ kg/m}^3 (1,503^2 - 6,01^2) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$= 1,231 \times 10^5 \text{ Pa} \text{ olur. } x \text{ yönünde, kontrol hacmindaki suya gelen kuvvet}$$

$$= p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos 45^\circ + F_x = \rho Q (u_2 \cos 45^\circ - u_1)$$

$$= x\text{-momentumunun artma oranı}$$

Burada, F_x dirseğin suya uyguladığı kuvvetin x bileşimidir.

Böylece,

$$1,4 \times 10^5 \text{ Pa} \frac{\pi}{4} 0,6^2 \text{ m}^2 - 1,231 \times 10^5 \text{ Pa} \frac{\pi}{4} 0,3^2 \text{ m}^2 \cos 45^\circ + F_x$$

$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 0,425 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} (6,01 \cos 45^\circ - 1,503) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(39580 - 6150) \text{ N} + F_x = 1168 \text{ N}$$

ve buradan

$$F_x = -32260 \text{ N}$$

bulunur.

$$\begin{aligned} y \text{ yönünde, kontrol hacmindaki suya gelen kuvvet} &= -p_2 A_2 \sin 45^\circ + F_y \\ &= (u_2 \sin 45^\circ - 0) = y\text{-momentumunun artma oranı} \end{aligned}$$

Buradan,

$$\begin{aligned} F_y &= 1000 \times 0,425 (6,01 \sin 45^\circ) \text{ N} + 1,231 \times 10^5 \frac{\pi}{4} 0,3^2 \sin 45^\circ \text{ N} \\ &= 7960 \text{ N} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Neticede, suya uygulanan toplam net kuvvet

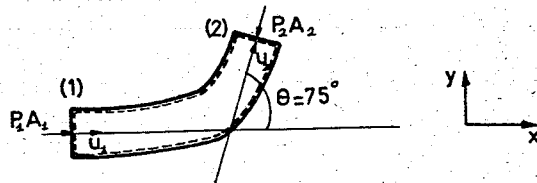
$$\begin{aligned} &= \sqrt{(-32260^2 + 7960^2)} \text{ N} = 33230 \text{ N olup } x \text{ yönüne } \arctg \left\{ \frac{7960}{-32260} \right\} \\ &= (180^\circ - 13,86^\circ) \text{ lik bir yönde etkir.} \end{aligned}$$

Dirseğe uygulanan F kuvveti buna eşit ve karşıttır.

ÖRNEK PROBLEM 4.5

600 mm çapında olan bir boru sistemi 30 m basınç yükü altında 3 m/s lik hız ile su taşımaktadır. Bu boru sistemindeki dönme açısı $\theta = 75^\circ$ olan bir dirseğe gelen bileşke kuvveti ve yatayla yaptığı açıyı hesaplayınız.

ÇÖZÜM



Momentum ilkesinden,

$$F_x + p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \theta = \rho Q (u_2 \cos \theta - u_1)$$

$$F_x = \rho Q (u_2 \cos \theta - u_1) + p_2 A_2 \cos \theta - p_1 A_1$$

yazılır. Suyun dirseğe uyguladığı yatay kuvvet

$$F'_x = -F_x = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \theta + \rho Q (u_1 - u_2 \cos \theta) \text{ olur.}$$

$$p = p_1 = p_2 = \rho gh = 10^3 \times 9,81 \times 30 = 294300 \text{ N/m}^2$$

$$A = A_1 = A_2 = \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{1}{4} \pi (0,6)^2 = 0,282 \text{ m}^2$$

$$u = u_1 = u_2 = 3 \text{ m/s}$$

$$Q = A u = 0,282 \times 3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\theta = 75^\circ$$

değerleri yerlerine konursa

$$F'_x = 63400 \text{ N}$$

bulunur. Benzer olarak, y-yönünde Momentum ilkesi uygulanırsa

$$F_y - p_2 A_2 \sin \theta = \rho Q u_2 \sin \theta$$

$$F_y = \rho Q u_2 \sin \theta + p_2 A_2 \sin \theta$$

olur. Suyun dirseğe uyguladığı düşey kuvvet:

$$-F_y = F'_y = -\rho Q u_2 \sin \theta - p_2 A_2 \sin \theta$$

Değerler yerine konursa,

$$F'_y = -82800 \text{ N}$$

bulunur. Bileşke kuvvet

$$F' = \sqrt{F_x'^2 + F_y'^2} = 104160 \text{ N}$$

olur ve dirseğe gelen bu kuvvet x-ekseni ile

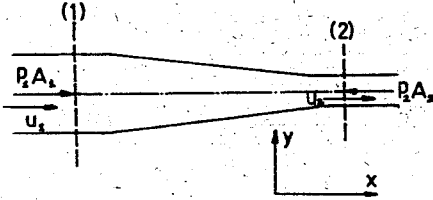
$$\begin{aligned} \tan \alpha &= F'_y / F'_x = -1,30 \text{ ve } \alpha = (180^\circ - 52^\circ, 30') \\ &\text{yapar.} \end{aligned}$$

4.3.3 Bir Lüledeki Kuvvet ve Hüzme Tepkisi

Özel bir durum olarak Şekil 4.4 de gösterilen yatay lüleyi düşünelim. (1) ve (2) kesitlerinde düzgün ve paralel akım çizgileri ile üniform şartları kabul ederek;

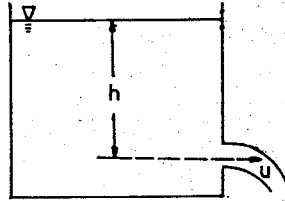
(1) ve (2) düzlemleri arasındaki akışkana x yönünde etkiyen kuvvet=

$$p_1 A_1 - p_2 A_2 + F_x = \rho Q (u_2 - u_1) \quad \text{yazılır.}$$



Şekil 4.4

Eğer küçük bir hüzme büyük bir depodan fışkırmakta ise, akışkanın hızı depodaki sıfır hızından vena contracta (daralmış kesit) daki u hızına ulaşacaktır. (Şekil 4.5 e bakınız)



Şekil 4.5

Bu değişmeye neden olacak akışkana etkiyen kuvvet $\rho Q(u-0) = \rho Q C_v \sqrt{2gh}$ dir. Böylece, eşit ve karşıt bir tepki kuvveti hüzme tarafından depoya uygulanır.

Tepkinin varlığı şu şekilde açıklanabilir: Vena contracta'daki akışkan basıncı çevresindeki atmosfer basıncına düşer ve ayrıca orifisin yakınında daha küçük bir basınç azalması vardır. Bununla birlikte, deponun karşıt tarafında ve aynı derinlikte basınç ρgh ile tanımlanır ve deponun iki tara-

fı arasındaki basınç farkı tepki kuvvetine artma verir.

Böyle bir tepki kuvveti, küklenin eklendiği bir aracı (uçak, roket, gemi veya denizaltı) ileriye doğru itmek için kullanılabilir. Hüzme, araç içinde gazların yanması veya araçtan akışkan pompalanması sayesinde oluşturulabilir. Böyle bir aracın düzgün bir yolda daimi hareketi için ileriye doğru itme kuvveti momentum denkleminde hesaplanabilir. Daimi akışta referans eksenleri araç ile hareket eder ve neticede bütün hızlar araca göre ölçülür. Aracı çevreleyen bir kontrol hacmi için eğer akışkan (örneğin hava) aracın önünde üniform bir c hızı ile içeriye alınır ve yanmış akışkan (örneğin, hava + yakıt) geride bir u_r hızı ile fışkırtılırsa;

Geriye doğru (araca göre) akışkan momentumunun artma oranı

$$= \int \rho u_r^2 dA_2 - \int \rho c^2 dA_1 \quad (4.5)$$

yazılır. Burada A_1 ve A_2 sırasıyla giriş ve çıkış orifislerin kesit alanlarını göstermektedir. Denklem 4.5 düzgün bir yolda kararlı olarak hareket eden bir araca kısıtlanır çünkü Newton'un İkinci Kanunu yalnız referans eksenlerinin hızlanmayan bir takımı için geçerlidir.

Pratikte Denk. 4.5 deki integrallerin değerlendirilmesi kolayca yapılamaz. Çünkü üniform bir hızın kabulü (özellikle A_2 alanında) arasına gerçekleşir. Ayrıca, çıkış borusu iraksak şekilli olmadığından akışkanın hızı her yerde kesite dik değildir. Hüzme-tepkili bir uçakta yanmış gazlar çevreye yüksek hızda (genellikle akışkandaki ses hızından daha büyük olarak) fışkırtılır. Netice olarak, çıkıştaki gazların basıncı hemen çevre basıncına düşmez. Çıkışta p_2 ortalama basıncı p_a çevre basıncından daha büyük ise bir $(p_2 - p_a) A_2$ kuvveti uçağın itici kuvvetine katkıda bulunacaktır.

4.5. bağıntısı motorun akışkana, geriye doğru yönde uyguladığı itici kuvveti göstermektedir. Buna karşılık gelen akışkanın motora uyguladığı öne doğru bir kuvvet vardır ve bu yüzden uçağı ileriye doğru üniform hızda itmek için var olan toplam kuvvet,

$$(p_2 - p_a) A_2 + \int \rho u_r^2 dA_2 - \int \rho c^2 dA_1 \quad (4.6)$$

olur.

Yüksek bir değerde toplam kuvvet edebilmek için bu denklemden görüleceği gibi yüksek değerde bir p_2 arzu edilir. Bununla beraber, gazlar tamamen genişletilmediği zaman, yani $p_2 > p_a$ iken, uçağı göre u_r çıkış hızı azalır ve gerçekte toplam kuvvet düşer. Bu, momentum denkleminin bilgi vermediği bir olaydır ve daha ileri ilkeler hüzme-tepkili bir ünitenin optimum

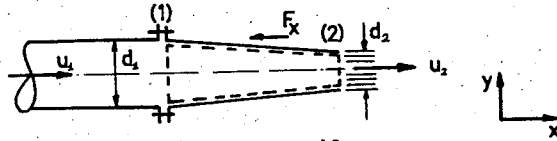
dizaynına karar vermek için artırılmalıdır.

ÖRNEK PROBLEM 4.6

Bir püskürtücünün girişteki çapı $d_1 = 12$ cm, su hızı $u_1 = 3$ m/s, çıkıştaki çapı $d_2 = 4$ cm olduğuna ve her türlü kayıplar ihmal edildiğine göre,

- Püskürtücü girişindeki basıncı,
- Püskürtücüyü boruya bağlayan cıvatalara aksel yönde gelen kuvveti bulunuz.

ÇÖZÜM



$$\text{Hızma hızı : } u_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 u_1 = \left(\frac{12}{4}\right)^2 3 = 27 \text{ m/s}$$

$$\text{Girişteki basınç : } z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$z_1 = z_2, \quad p_2 = 0 \text{ (efektif)}$$

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} = \frac{(27)^2 - (3)^2}{2 \times 9,81}$$

$$\frac{p_1}{\rho g} = 36,7 \text{ msy} \quad p_1 = 9,81 \times 10^3 \times 36,7 = 360027 \text{ Pa}$$

- Belirtilen bölgeye momentum ilkesi uygulanırsa,

$$F_x + p_1 A_1 = \rho Q(u_2 - u_1) \quad Q = A_1 u_1 = A_2 u_2$$

$$F_x = -p_1 A_1 + \rho Q(u_2 - u_1) = -36007 \frac{\pi (0,12)^2}{4} + 10^3 \frac{\pi (0,12)^2}{4} 3(27-3)$$

$$F_x = -3257,5 \text{ N (Akışkana uygulanan kuvvet)}$$

$$F'_x = -F_x \text{ (akışkanın bölgeye uyguladığı kuvvet)}$$

$$F'_x = 3257,5 \text{ N}$$

bulunur.

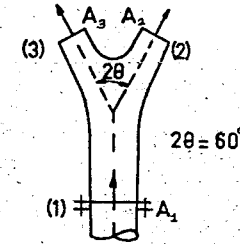
ÖRNEK PROBLEM 4.7

Şekildeki gibi yatay düzlemde bulunan tamamen eş ve simetrik iki lüleli bir elemandan su akmaktadır. Giriş kesiti (1) deki efektif basınç p_1 bilindiğine göre

- Lülelerden fışkıran toplam su debisini
- Flanş cıvatalarına gelen toplam F kuvvetini bulunuz.

Giriş ve çıkış kesitleri arasındaki kayıplar ihmal edilecektir.

$p_1 = 5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $A_1 = 25 \text{ cm}^2$, $A_2 = A_3 = 5 \text{ cm}^2$ lülelerin hız katsayıları $C_v = 0,96$.



ÇÖZÜM

- (1) ve (2) arasında kayıplar ihmal edilerek Bernoulli Denklemi uygulanırsa:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_{2T}^2}{2g} + z_2$$

$$z_1 = z_2, \quad p_2 = p_{\text{atm}} = 0$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{u_{2T}^2}{2g}; \quad u_2 = C_v u_{2T}$$

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = \frac{1}{C_v^2} \frac{u_2^2}{2g} \text{ veya } \frac{u_2^2}{2g} \left\{ \frac{1}{C_v^2} - \left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2 \right\} = \frac{p_1}{\rho g}$$

$$\text{Süreklilik denkleminde : } 2 u_2 A_2 = u_1 A_1 \text{ veya } \frac{u_1}{u_2} = 2 \frac{A_2}{A_1}$$

Bu değer yerine konursa,

$$\frac{u_2^2}{2g} \left\{ \frac{1}{C_v^2} - 4 \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right\} = \frac{p_1}{\rho g}$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{2 p_1 / \rho}{\frac{1}{C_v^2} - 4 \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2}}$$

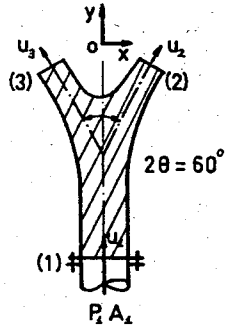
olur. Değerler yerine konursa,

$$u_2 = 32,87 \text{ m/s ve } Q = 32,87 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$u_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{32,87 \times 10^{-3}}{25 \times 10^{-4}} = 13,14 \text{ m/s}$$

bulunur.

b)



Şekildeki taralı bölgeye Momentum ilkesi uygulanırsa Ox eksenindeki izdüşüm:

$$F_x = \rho \frac{Q}{2} u_2 \sin \theta - \rho \frac{Q}{2} u_3 \sin \theta$$

$$u_2 = u_3 \text{ olduğundan } F_x = 0, \quad F'_x = -F_x = 0$$

Oy eksenindeki izdüşüm :

$$F_y + p_1 A_1 = \rho \frac{Q}{2} u_2 \cos \theta + \rho \frac{Q}{2} u_3 \cos \theta - \rho Q u_1$$

$$u_2 = u_3 ; \quad F_y = \rho Q (u_2 \cos \theta - u_1) - p_1 A_1$$

Değerler yerine konursa,

$$F_y = -746 \text{ N}$$

bulunur.

$$F'_y = -F_y = 746 \text{ N}$$

flaş civatalarına gelen toplam kuvvet olur.

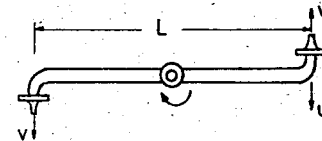
ÖRNEK PROBLEM 4.8

Merkezindeki mil üzerine yerleştirilmiş $L = 0,6 \text{ m}$ uzunluğunda bir kolun karşıt uçlarında iki lüleden su teğetsel olarak akmaktadır. Lüleye göre akış hızı $v = 6 \text{ m/s}$ dir ve her bir lülenin çapı $d = 12,5 \text{ mm}$ dir.

- Kol hareketsiz iken oluşan momenti hesaplayınız.
- Kolun u çevre hızıyla dönmesine izin verildiği zaman cihazın verimini ve saniyede yapılan işi gösteren bağıntıyı bulunuz.
- Lüleye göre akış hızı 6 m/s de kalırsa maksimum güç için u değeri ne olmalıdır?

Saniyede yapılan iş ve bu şartlar altındaki verim nedir?

ÇÖZÜM



- Hüzmeye tepkisinin oluşturduğu kuvvet = Momentum artma oranı

$$= \rho A v^2$$

dir. Burada A = hüzmeye alanıdır.

Herbir lüleye eşit ve karşıt kuvvetler meydana gelir.

$$\text{Dönme momenti} = \rho A v^2 L$$

$$= 1000 \frac{1}{4} \pi (0,0125)^2 \times 6^2 \times 0,6$$

$$= 2,65 \text{ N m}$$

elde edilir.

b) Hüzmenin mutlak hızı = $v - u$, bir lüleden saniyede akan kütle miktarı = $\rho A v$, hüzmeye tepkisinin oluşturduğu kuvvet = $\rho A v (v - u)$, bir lüle tarafından yapılan iş = $\rho A v (v - u) u$

iki lülenin toplam gücü = $2 \rho A v (v - u) u$
hüzmelerde kaybolan kinetik enerji/saniye = $2 \times \frac{1}{2} \rho A v (v - u)^2$

Saniyede verilen toplam enerji = Saniyede yapılan iş + Kaybolan K.E.

$$= 2 \rho A v \left\{ (v - u) u + \frac{1}{2} (v - u)^2 \right\} = 2 \rho A v \left\{ \frac{1}{2} (v^2 - u^2) \right\}$$

$$\text{Verim} = \frac{\text{Yapılan iş/saniye}}{\text{Verilen iş/saniye}}$$

$$= \frac{2 \rho A v (v - u) u}{2 \rho A v \left\{ \frac{1}{2} (v^2 - u^2) \right\}} = \frac{2 u}{v + u}$$

c) Güç = $2 \rho A v (v - u) u$
Verilen bir v değerinde " $(v - u) u$ "yu maksimum yapan bir u değeri için güç maksimum olacaktır. Diferansiyeli alıp sıfıra eşitleyerek,

$$\frac{d}{d u} (v - u) u = v - 2u = 0$$

$$u = \frac{1}{2} v = 3 \text{ m / s}$$

$$\begin{aligned} \text{yapılan iş / saniye} &= 2 \rho A v (v - u) u \\ &= 2 \times 1000 \times \frac{\pi (0,0125)^2}{4} \times 6 \times 3 \times 3 \\ &= 13.25 \text{ j/s} \end{aligned}$$

$$\text{Verim} = \frac{2 u}{v + u} = \frac{2 u}{3 u}$$

$$= 66 \frac{2}{3} \%$$

bulunur.

4.3.3.1 Roket Tepkisi

Bir roket ileriye doğru kendi hüzmeye tepkisi sayesinde hareket eder. Hüzmeyi oluşturan gazlar bir yakıt ve uygun bir oksitleyicisinin yanması sayesinde meydana gelir. Hiç hava gerekmez ve böylece roket bir vakum içinde uygun bir tarzda işleyebilir. Fakat bu durum büyük bir miktarda oksitleyicinin roket ile birlikte taşınmasını gerektirir. Hareket başlangıcında, yakıt ve oksitleyici birlikte roket tarafından taşınan toplam yükün büyük bir kısmını oluşturur. Yakıt ve oksitleyici yanmadan önce büyük bir yüksekliğe yükseltmede yapılan iş boşa gider. Bu nedenle, malzemelerin en verimli kullanışı roketi kısa bir mesafe içinde yüksek bir hıza ivmelenendirerek elde edilir. Roketin hızlandığı bu süre belli başlı ilginç konudur. Bilineceği gibi $F=ma$ basit bağıntısı burada doğrudan doğruya kullanılamaz. Çünkü yakıt ve oksitleyici tüketiliyor olduğundan roket kütlesi sabit değildir.

İvmeli bir roket olayını incelerken hız ölçmelerinin yapılacağı koordinat eksenleri dikkatli bir şekilde seçilmelidir. Bu durumda referans eksenleri yere bağlı (sabit) düşünülmeli ve bütün hızlar bu eksenlere göre tanımlanmalıdır. Referans eksenleri roketle bitişik olarak düşünülmaz çünkü roket hızlanmaktadır ve Newton'un Hareket Kanunları yalnız eksen takımları hareket etmez iken uygulanabilir.

Eğer Newton'un İkinci Kanunu bir sistemdeki bütün parçacıklara uygulanırsa, sonuç;

Sistem parçacıklarının toplam momentumunun artma oranı = Dış kuvvetlerin vektörel toplamı

olur. (Dış kuvvetlerin vektörel toplamı sıfır ise netice olarak sistem parçacıklarının toplam momentumu sabittir. Bu, Lineer Momentumun Korunumu ilkesi olarak bilinir.) Her ne değişmeler olursa olsun sistem öyle tanımlanmalıdır ki daima aynı parçacıklar toplamını bulundurmalsın. Burada sistem verilen bir t zamanındaki roket ve onun yakıt ve oksitleyicisini içerir.

Eğer t zamanında roket, yakıt ve oksitleyicinin toplam kütlesi = M ve roketin yere göre hızı = v ise, sistemin toplam momentumu = Mv olur. Yanmış gazlar roketten $\dot{m}$ kütle / zaman oranında boşaltılmış olsun. Böylece, çok küçük bir Δt zaman sonrasında yanmış gazların bir $\dot{m} \Delta t$ kütlesi roketi terketmiştir. Bu gazlar yere göre bir u ortalama hızına ve neticede $\dot{m} \Delta t$ u momentumuna sahiptir. Uyum sağlaması açısından u , ileriye doğru v gibi aynı yönde pozitif olarak düşünülür.

$t + \Delta t$ zamanında roketin hızı $v + \Delta v$ olmuş ve böylece bütün sistemin yere göre momentumu şimdi

$$(M - \dot{m} \Delta t) (v + \Delta v) + \dot{m} \Delta t \cdot u$$

şeklindedir. Bütün hızlar değişmeyen aynı yönde olduğundan momentum,

$$(M - \dot{m} \Delta t) (v + \Delta v) + \dot{m} \Delta t \cdot u - Mv$$

$$= M \Delta v + \dot{m} \Delta t (u - v - \Delta v)$$

miktarı kadar artmıştır. Bu artış bir Δt zaman aralığında olmuştur ve neticede, artma oranı $= M (\Delta v / \Delta t) + \dot{m} (u - v - \Delta v)$ bulunur.

Limitte, Δt ve Δv nin her ikisinde sıfıra giderken

$$M \frac{dv}{dt} + \dot{m} (u - v) \quad (4.7)$$

olur.

Fakat, $\Delta t \rightarrow 0$ iken; u , gazların roketi terkettiği andaki ortalama mutlak hızını göstermektedir. Böylece, $u - v$, her ikisinde ileriye doğru yönde pozitif olarak düşünülen hızın mutlak hızı ile roketin mutlak hızı arasındaki farktır. Bu nedenle, $u - v$ = ileriye doğru roketin hızına göre hızın mutlak hızı $= -u_r$ yazılır. Burada, u_r roketin hızına göre geriye doğru ortalama hızdır. (4.7) bağıntısı kolaylıkla u_r cinsinden ifade edilebilir. Gerçi, mutlaka sabit olmamasına rağmen verilen bir yakıt ve oksitleyici ve lüle şekli için bulunan bağıntı roket yapıları tarafından bilinir.

Bu yüzden,

$$\begin{aligned} \text{Momentum artma oranı} &= M \frac{dv}{dt} - \dot{m} u_r \\ &= \text{sisteme gelen dış kuvvetlerin vektörel toplamı (ileriye doğru yönde).} \\ &= \Sigma F \end{aligned} \quad (4.8)$$

Şimdi sisteme gelen dış kuvvetlerin vektörel toplamı, roketin net kuvvetin aynısı değildir. Sistem, roket ve roketi terkeden gazları ihtiva etmektedir. Rokete gelen hızın tepkisi ve çıkan gazlara etkiyen kuvvet bir etki ve tepki çifti oluşturur ve bu yüzden toplamı birbirini yok eder. Bununla birlikte, ileriye doğru itici (propulsiv) kuvvet kolayca bulunabilir. Çıkan gazlara; momentumunu $\dot{m} \Delta t \cdot v$ den $\dot{m} \Delta t \cdot u$ ya değiştirmek için, ileriye doğru uygulanan kuvvet $\dot{m} \Delta t (u - v) / \Delta t = \dot{m} (u - v) = -\dot{m} u_r$ dir. Bu nedenle, roketin meydana gelen ileriye doğru tepki $= \dot{m} u_r$ dir. Ayrıca,

propulsiv kuvvete bir ilâve $(p_2 - p_a) A_2$ kuvveti tarafından yapılır. Burada, p_2 çıkıştaki gazların ortalama basıncını, p_a çevre basıncını ve A_2 çıkış orifisinin kesit alanını göstermektedir. Bu yüzden toplam propulsiv kuvvet $\dot{m} u_r + (p_2 - p_a) A_2$ dir. Verçekimi, hava veya diğer dirençler yok ise $(p_2 - p_a) A_2$ tek dış kuvvettir. Bu şartlar altında, Denk. 4.8 propulsiv kuvvetin $\dot{m} u_r + \Sigma F = M (dv / dt)$ olduğunu gösterir.

M , t zamanında roket ve arta kalan yakıt ile oksitleyici kütlelerini gösterdiğinden propulsiv kuvvet t nin bir fonksiyonudur. Netice olarak, $\dot{m}$, u_r ve propulsiv kuvvet sabit olsa bile roket hızlanması (ivmesi) sabit değildir.

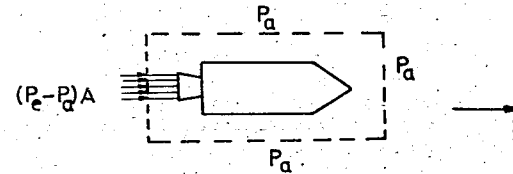
Yukarıda anlatılan metod yalnız mümkün olanlardan bir tanesi değildir. Fakat doğru metodlar içinde en basit, direkt ve genel olan şeklidir. Kuvvetin, momentum artma oranı $= (d/dt) Mv = M (dv / dt) + v (dM / dt)$ olduğunu tartışmak doğru değildir. (Burada M ve v , roketin kütle ve hızını göstermektedir). Bu yanlıştır çünkü problemin uyguladığı "sistem" daima aynı parçacıklar toplamını bulundurmaz.

ÖRNEK PROBLEM 4.9

Bir roket saniyede 4 kg yakıt harcamaktadır. Hızın kesit alanı $A = 300 \text{ cm}^2$, hızın çıkış kesitindeki mutlak basınç $p_e = 1,2 \times 10^5 \text{ Pa}$ ve hızın hızı $u_r = 2000 \text{ m/s}$ olduğuna göre,

- a) atmosferde b) uzayda tepki kuvvetinin değerini hesaplayınız.
($p_a = 10^5 \text{ Pa}$)

ÇÖZÜM



- a) Momentum eşitliğinin x üzerindeki izdüşümü

$$F_x + (p_e - p_a) A = -\dot{m} u_r$$

yazılır ve tepki kuvveti,

$$F' = -F_x = \dot{m} u_r + (p_e - p_a) A$$

$$= 4 \times 2000 + (1,2 - 1,0) 10^5 \times 0,03$$

$$= 8600 \text{ N}$$

bulunur.

b) Uzayda $p_a = 0$ olduğundan

$$F' = -F_x = \dot{m} u_r + p_e A$$

$$= 4 \times 2000 + 1,2 \times 10^5 \times 0,03$$

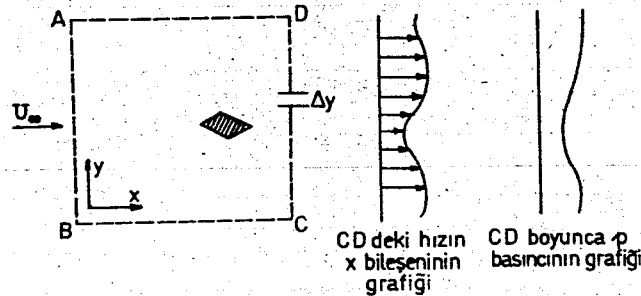
$$= 11600 \text{ N}$$

olur.

4.3.4. Bir Akışkanın Aktığı Ortamdaki Katı Bir Cisme Gelen Kuvvet

Momentum denklemi, katı bir cisim etrafında hareket eden akışkanın katı cisim üzerine uyguladığı kuvveti bulabilmek için kullanılabilir. Cisim, akışkan üzerine eşit ve karşıt bir kuvvet uygular ve bu kuvvet akışkanın momentumundaki bir değişmeye karşılık gelir.

Kararlı bir akışkan akımı içinde dalmış sabit bir cisim Şekil 4.6 da gösterildiği gibi olsun. Cismin üst-akımının çok ilerisinde daimi üniform hız U_∞ dur. Cismin alt-akımında hız genellikle U_∞ dan farklıdır ve üniform değildir. Basitlik için etrafındaki akışın "iki-boyutlu" olduğu bir cismi düşünelim. Başka bir deyişle, akış modeli (şekli) diyagram düzlemine paralel bütün düzlemlerde aynıdır. Uygun bir "kontrol hacmi" ABCD dikdörtgenidir.



Şekil 4.6

Burada, AD ve BC, U_∞ hızının yönüne paraleldir ve AB, BC, AD düzlemlerinin herbiri (bu düzlemlerdeki akışın cismin varlığı nedeniyle etkilememesi için) cisimden yeterince uzaktadır. Eğer x yönündeki hız bileşeni u_x (U_∞ a paralel) CD düzleminde ölçülürse bu düzlemin Δy kalınlığında ve birim genişliğindeki elemanından geçen kütle debisi $\rho u_x \Delta y$ dir. Bu akışkanın x-momentumunun artma oranı ise $\rho u_x \Delta y (u_x - U_\infty)$ olacak ve x-momentumunun toplam artma oranı,

$$\int_C^D \rho u_x (u_x - U_\infty) dy$$

şeklinde yazılacaktır.

Momentum denklemine göre akışkanın x-momentumunun artma oranı AB üst-akım düzlemi ile CD düzlemi arasındaki akışkan üzerine x yönünde etkiyen bütün kuvvetlerin toplamına eşittir. Cismin doğrudan doğruya akışkana uyguladığı kuvvetin x bileşeni (F_x) ve p_∞ üst-akım basıncından değişik olan CD düzlemindeki p basıncından kaynaklanan herhangi bir kuvvet problemi ilgilendirir. Cismin alt-akımındaki basınç türbülans nedeniyle genellikle üst-akım basıncından daha azdır. CD düzleminde, kontrol hacmindaki akışkana gelen toplam "basınç kuvveti" birim genişlik için $\int_C^D p dy$ olup üst-akıma etmektedir. Halbuki, AB düzleminde alt-akıma etkiyen toplam kuvvet $\int_C^D p_\infty dy$ dir. Bu nedenle, x yönündeki (yani alt-akımda) net kuvvet, AB = DC olduğuna göre;

$$\int_B^A p_\infty dy - \int_C^D p dy = \int_C^D (p_\infty - p) dy$$

olur. Böylece, momentum denklemi;

$$F_x + \int_C^D (p_\infty - p) dy = \int_C^D \rho u_x (u_x - U_\infty) dy$$

şeklini alır. Bununla beraber, C ve D nin ötesinde $u_x = U_\infty$ ve $p = p_\infty$ dir. Neticede, C ve D nin yerine, integrasyon limitleri olarak, $-\infty$ ve $+\infty$ konulabilir. Çünkü C ve D ötesindeki bölgeler integrallere hiçbir katkıda bulunmayacaktır. Buradan

$$F_x = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ u_x (u_x - U_\infty) - (p_\infty - p) \right\} dy \quad (4.9)$$

yazılır.

Eğer cisim U_∞ a paralel bir eksene göre simetrik değil ise, y yönünde bir momentum değişmesi ve neticesinde o yönde bir kuvvet bileşeni olabilir. Aslında akışkan y yönünde momentum bileşenine sahip olmaya-

caktır. Akım, cisim tarafından bir u_y hız bileşeni oluşacak şekilde sap-
tırılırsa, CD düzlemindeki bir elemandan geçen y-momentumundaki oran
 $\rho u_x \Delta y u_y$ dir ve akışkan tarafından meydana getirilen y-momentumunun
toplam artma oranı $\int_{-\infty}^{\infty} \rho u_x u_y dy$ dir. Bu değer y yönünde akışkana gelen kuv-
vetin bileşenine eşittir.

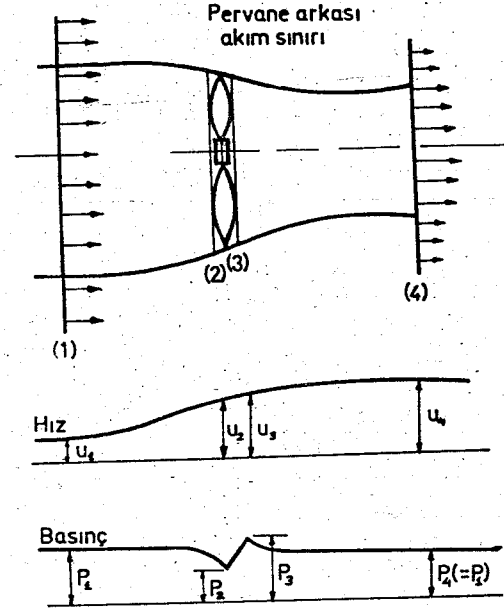
AD ve BC düzlemlerindeki basınçların eşit olması için AD ve BC
düzlemleri cisimden yeterince uzaktadır ve böylece y yönünde kontrol hac-
mı üzerinde net "basınç kuvveti" yoktur. Bu nedenle, y-momentumunun artma
oranı, doğrudan doğruya y yönünde cisme gelen kuvvetin bileşenine eşittir.

Bir akışkan akımındaki cisme gelen kuvvet cismin alt-akımındaki
hız ve basınç ölçmelerinden çıkartılabilir. Şüphesiz birçok durumda bir
cisme gelen kuvvet direkt ölçme sayesinde bulunabilir. Diğer durumlarda
direkt yöntem cismin hacmi nedeniyle pratik olmayabilir. Hatta bu yöntem
geçersiz olabilir çünkü akışkan yalnız cismin kendisiyle değil aynı zaman-
da ölçme noktasında cismi destekleyen elemanlar üzerinde de bir kuvvet
uygulayacaktır. Sözü edilen bu kuvvet sonucu yanılabilir. Herşeye rağmen,
cismin alt-akımındaki hız ve basınç ölçmeleri için bazı zorluklar vardır.
Bunlardan en önemlisi cisme yakın yerde akışın genellikle çok türbülanslı
olmasıdır. Neticede, hız büyüklüğü ve yönünün hassas değerlerini elde et-
mek kolay değildir.

4.3.5 Bir Pervanenin Momentum Teorisi

Bir pervane, eksenel kuvvet meydana getirmek için bir shaftın (milin)
torkunu kullanır ve bunu içinde bulunduğu akışkanın momentumunu artırarak
yapar. Akışkana gelen kuvvete tepki pervane üzerinde ileriye doğru bir
kuvvet uygular ve bu kuvvet propülasyon için kullanılır. Momentum ve ener-
ji denklemlerinden daha iyi bir yöntem bir pervanenin tam dizaynı için
gerekir. Bununla birlikte, bu denklemlerin uygulaması bazı yararlı sonuçlar
verir. Burada problemin basit bir analizi yapılacaktır.

Şekil 4.7 bir pervaneyi ve "pervane arkasındaki akımı" (doğrudan
doğruya akışkanın üzerine etkidiği akım) göstermekte olsun ve "sınırlan-
mamış" (örneğin, bir boru içinde değil) olacağını kabul edelim. Gösteril-
diği gibi akışkan pervaneyi geçtikten sonra akarken, ister pervane sabit
bir konuma sahip olsun veya isterse pervane sola doğru düzgün u_1 hızı ile
ilerlesin önemli değildir. Pervaneye göre akış şekli aynıdır. Uygunluk için
pervane konumunun sabit olduğunu kabul edelim. Üst akımın uzağında akış,
basıncın p_1 ve hızın u_1 olduğu (1) kesitinde kararlı durumdadır.



Şekil 4.7

Pervanenin hemen önündeki (2) kesitinde, basınç p_2 ve ortalama eksenel hız
 u_2 dir. Pervanenin bir tarafından diğer tarafına olan basınç, p_3 değerine
yükselir. Pervanenin alt-akımında akışkanın eksenel hızı biraz daha artar
ve süreklilik ilkesi, pervane arkasındaki akım kesidinin azalmış olmasını
gerektirir. (4) kesitinde akım çizgileri yeniden dümdüz ve paralel şekle
gelirler. Böylece akım çizgileri genişliğince piyezometrik basınçta de-
ğişme yoktur ve basınç yeniden çevredeki kararlı akışkan basıncına eşit olur.

Bu durum, olayda neler olduğunu basitleştirilmiş bir görüntüsüdür.
Anlaşılabileceği gibi pervane arkasındaki akımın sınırı, bir tarafından diğer
tarafına basınç ve hızın bir süreksizliğinin olduğu bir yüzeydir. Gerçek-
te, pervane arkasındaki akımın kenarındaki basınç ve hız yavaş yavaş dış-
ındaki değerlere düşer. Pratikte bile, pervane ve pervanenin takılı oldu-
ğu araç arasında bir girişim vardır. Fakat bu analizi basitleştirmek için
bir neden değildir ve bunun için tolerans genellikle deneysel düzeltmeler
ile yapılır.

Pervaneyi terkeden akışkan, eksenel hareketine ek olarak pervane
eksenine göre dönme hareketine sahiptir. Bununla birlikte, dönme hareke-

ti aracın ileriye doğru gitmesine katkıda bulunmaz ve bir enerji kaybını gösterir. Enerji kaybı pervane alt-akımına yerleştirilen rehber (dağıtıcı) kanatlar veya bir "karşıt-dönen" pervane çiftinin kullanılması sayesinde giderilebilir.

Analiz gereği bazı varsayımlar yapılabilir. Gerçek pervane yerine "harekete getirici disk" diye adlandırılan ideal bir pervaneyi gözönüne alalım. Bu diskin gerçek pervane gibi aynı çapa sahip olacağı kabul edilir ve herhangi bir dönme hareketi vermeden akışkana geriye doğru momentum artması kazandırır. Diskin herbir tarafındaki şartlar üniform kabul edilir. Böylece, diskten geçen bütün akışkan elemanları eşit bir basınç artmasına sahip olur. (Bu varsayım pratikte pervane yalnız sonsuz sayıda kanatlara sahipse gerçekleşebilir.) Ayrıca basınç değişimlerinin yoğunluğu önemli ölçüde değiştirmedeği ve diskin eksenel yönde ihmal edilecek kalınlığa sahip olduğu kabul edilir. Netice olarak diskin herbir tarafındaki pervane arkasındaki akımın kesit alanları eşittir ve bu nedenle sürekliliğe göre $u_2 = u_3$ olur. (Diskde akışkan radyal olarak içe doğru küçük bir hız bileşenine sahiptir fakat bu ihmal edilecek küçüklüktedir ve bütün akışkan hızları eksenel kabul edilir.) Akışkan sürtünmesiz kabul edilir.

Pervane arkası sınırı ve (1) ve (4) düzlemleri ile çevrili bölgeyi bir kontrol hacmi olarak düşünelim. Bu hacmin bütün çevresindeki basınç aynıdır ve kabul edilen ideal akışkan için kayma kuvvetleri yoktur. Netice olarak, yalnız eksenel yönde akışkana gelen net F kuvveti "harekete getirici disk" tarafından yaratılmıştır. Bu yüzden, daimi akış için,

$$F = \rho (u_4 - u_1) \quad (4.10)$$

olur. Bu, büyüklük olarak diske gelen net kuvvete eşittir. Diskin bir tarafından diğer tarafına hız değişmesi olmadığından bu kuvvet ($p_3 - p_2$)A ile verilir. Bunu Denk. 4.10 a eşitleyerek ve $Q = A u_2$ (A, diskin kesit alanıdır) yazarak,

$$p_3 - p_2 = \rho u_2 (u_4 - u_1) \quad (4.11)$$

elde edilir. Bernoulli Denklemi (2) ve (3) kesitlerinde uygulanmayabilir çünkü pervaneden akış daimi değildir. Bununla birlikte, denklem, (1) ve (2) kesitleri arasındaki basitlik için eksenini yatay kabul ederek uygulanırsa,

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \quad (4.12)$$

yazılır.

Benzer olarak, (3) ve (4) kesitleri arasında;

$$p_3 + \frac{1}{2} \rho u_3^2 = p_4 + \frac{1}{2} \rho u_4^2 \quad (4.13)$$

olur. Şimde $u_2 = u_3$ ve de $p_1 = p_4$ kararlı olan akışkanın basıncıdır. Bu nedenle, 4.12 ve 4.13 denklemleri toplanır tekrar düzenlenirse,

$$p_3 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (u_4^2 - u_1^2) \quad (4.14)$$

elde edilir. 4.11 ve 4.14 denklemlerinden $p_3 - p_2$ yok edilirse,

$$u_2 = \frac{u_1 + u_4}{2} \quad (4.15)$$

bulunur.

Böylece diskteki hız, diskin üst-akım ve alt-akımındaki hızların aritmetik ortalamasıdır. Başka bir deyişle, yarı hız değişmesi diskten önce ve yarı hız değişmesi diskten sonra oluşur (Şekil 4.7 de gösterildiği gibi). Froude teoremi olarak bilinen bu sonuç pervane dizaynında belli başlı varsayımlardan biridir.

Eğer kararlı akışkan durgun düşünülürse, pervane akışkan içinde u_1 hızı ile ilerler. Pervane tarafından yapılan faydalı iş oranı, kuvvet ve hız çarpımı ile verilir:

$$\text{Çıkış gücü} = F \cdot u_1 = \rho Q (u_4 - u_1) u_1 \quad (4.16)$$

Faydalı işe ek olarak, harcanan kinetik enerji pervane arkasındaki akıma verilir. Netice olarak, giriş gücü;

$$\rho Q (u_4 - u_1) u_1 + \frac{1}{2} \rho (u_4 - u_1)^2 \quad (4.17)$$

yazılır çünkü $u_4 - u_1$ akışkanın yere göre alt-akım hızıdır. η_{th} teorik verimi (bazen Froude verimi diye bilinir) 4.16 ve 4.17 bağıntılarının oranı olarak verilir:

$$\eta_{th} = \frac{\text{Çıkış gücü}}{\text{Giriş gücü}} = \frac{u_1}{u_1 + \frac{1}{2} (u_4 - u_1)} \quad (4.18)$$

Görüleceği üzere bu verim sürtünme veya akışkana verilen dönme hareketinin etkilerini hesaba katmaz. Propulsiv kuvvet sıfır olmayan bir ($u_4 - u_1$) değerini gerektirir (Denk.4.10 a bakınız) ve bu yüzden ideal akışkan için bile 100 % verim elde edilemez. Bununla birlikte, daha yüksek bir verim

$u_4 - u_1$ hız artması daha küçük olur iken gerçekleşebilir. Optimum şartlar altında bir uçak pervanesinin gerçek verimi Denk. 4.18 de verilen değerin aşağı yukarı $0,85 \pm 0,90$ katıdır. Bununla birlikte yaklaşık 650 km/sa hızları yukarısında havanın sıkışma etkileri (bağıl hızın en yüksek olduğu kanat uçlarında) verimin azalmasına neden olur. Gemi pervaneleri esas olarak çaptaki sınırlamalar ve gemi teknesinden gelen girişim nedeniyle daha küçük verime sahiptirler.

Pervane kuvveti genellikle boyutsuz bir $C_T = F / \frac{1}{2} \rho u_1^2$ kuvvet katsayısı terimi ile tanımlanır. Buna göre,

$$\eta_{th} = \frac{2}{1 + \sqrt{1+C_T}}$$

yazılabilir.

Denk. 4.18 in çıkartılması yalnız 4.10, 4.16 ve 4.17 denklemlerine bağlı olduğundan hareket ettiricinin şekli hakkında hiçbir kabul yapılmamıştır. Bu nedenle Denk. 4.18, çevresindeki akışkana momentum vererek çalışın herhangi bir propülisyon ünitesi şekline uygulanabilir. En iyi verimin, bağıl olarak küçük bir hız artmasının büyük bir miktarda akışkana etkimesi ile elde edileceği genel sonucuna varılabilir. Eğer u_1 (kararlı olan akışkana göre aracın ileriye doğru hızı) küçük ise hareket ettirici tarafından akışkana verilen büyük bir $(u_4 - u_1)$ hızı görüleceği gibi küçük bir verim verir. Bu yüzden uçak için hüzmeye propülisyonu düşük hızlarda verimsizdir.

Kalkıştan önce bir uçakta olduğu gibi sabit bir pervanede u_1 yaklaşma hızı sıfırdır ve bu yüzden verim sıfırdır. Bu sonuç aynı zamanda helikopter çarkları için helikopter havada duruyor iken doğrudur. Helikopter ve yükü üzerinde hiçbir efektif iş yapılmıyordur. Ancak helikopteri sabit bir yükseklikte tutabilmek için sürekli bir enerji girişi olmalıdır. $u_1 = 0$ ile Denk. 4.15, $u_2 = \frac{1}{2} u_4$ şeklini alır ve Denk. 4.10 $F = \rho Q u_4 = \rho A u_2 \times 2u_2$ olur. Denk. 4.17 den güç girişi $= \frac{1}{2} \rho u_4^2 = \rho Q \frac{1}{2} F u_4 = F u_2 = \sqrt{(F^3/2 \rho A)}$ dir. Verilen bir yükü kaldırarak bir helikopter çarkı için, daha büyük çark alanı daha küçük bir gücü gerektirir. Bununla beraber, çarkın kendi ağırlığı alanı ile birden artar ve böylece pratikte çark çapı sınırlandırılır.

Bir yel değirmeni bir pervaneye benzetilmektedir fakat akışkana enerji vermek yerine akışkandan enerji alır. Bir pervaneye gelen kuvvet mümkün olduğu kadar büyük yapılmasına karşılık yapısal nedenlerden dolayı bir yel

değirmenine gelen kuvvet ideal olarak küçüktür. Yeldeğirmeni için akış şekli pervane için olan akış şeklinin karşıtıdır. Diski geçen pervane arkası akımı genişler. Bununla beraber tekrar $u_2 = \frac{1}{2} (u_1 + u_4)$ şeklindedir. Hava nedeniyle kinetik enerji kaybı oranı $= \frac{1}{2} \rho Q (u_1^2 - u_4^2)$ olup sürtünmesiz bir makina için bu oran yeldeğirmeni çıkışına eşit olacaktır. Eğer disk olmasaydı, verim alışıldığı şekilde bu çıkışın A kesitinden geçen rüzgardaki güç oranı olarak tanımlanacaktı. Başka bir deyişle,

$$\eta_{th} = \frac{\frac{1}{2} \rho Q (u_1^2 - u_4^2)}{\frac{1}{2} \rho (A u_1) u_1^2} = \frac{A u_2 (u_1^2 - u_4^2)}{A u_1^3} = \frac{(u_1 + u_4) (u_1^2 - u_4^2)}{2 u_1^3}$$

yazılır. Bu bağıntı $u_4/u_1 = 1/3$ olduğu zaman bir maksimum değere sahiptir. Böylece $\eta_{th} = 16/27 = 59,3 \%$ olur. Pratikte elde edilen verimler bundan çok daha azdır. Küçük sayıda kanatlara sahip geleneksel yeldeğirmeninde verim % 5 i geçmez.

Bununla beraber, rüzgâr normal olarak sınırsız miktarda mevcut olduğundan bu verim biraz pratik öneme sahiptir ve yapının maliyeti daha çok önemlidir.

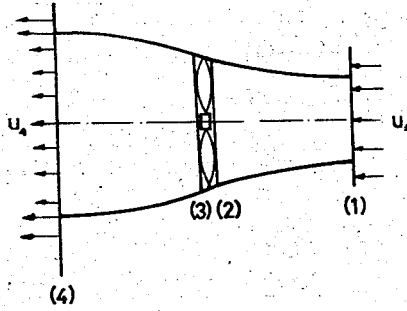
Buraya kadar anlatılan pervane özellikleri W.J.M. RANKINE ve W. FROUDE tarafından verilmiştir. Temel varsayımlar (özellikle, akışkanın dönme hareketi noksanlığı ve kesitteki şartların üniformluğu) gerçek pervanelere uygulandığı zaman hassas olmayan sonuçlar verir. Belirli sayıda kanatlara sahip gerçek bir pervanenin performansını araştırmak için daha ayrıntılı bir analiz gerekir. Genellikle, bilinen bir yarıçaptaki herbir kanadın küçük bir kesitine etkiyen kuvvetleri hesaplamak için genellikle kanat teorisi uygulanır. Böylece, bileşke kuvvet ve tork integrasyon ile elde edilir.

ÖRNEK PROBLEM 4.10

12 m çapında ideal bir yeldeğirmeni 14 m/s lik rüzgâr altında % 50 teorik verim ile çalışmaktadır. Havanın yoğunluğu $1,235 \text{ kg/m}^3$ olduğuna göre

- yeldeğirmenine gelen kuvveti
- diskteki hava hızını
- diskin hemen önündeki ve hemen arkasındaki ortalama basınçları
- Elde edilen shaft gücünü hesaplayınız.

ÇÖZÜM



a) Yeldeğirmenin havaya uyguladığı kuvvet

$$F = \rho (A u_2) (u_4 - u_1)$$

ve havanın yeldeğirmene uyguladığı kuvvet

$$F' = -F$$

olur. Teorik verim ifadesinden,

$$\eta_{th} = \frac{\text{Çıkış gücü}}{\text{Giriş gücü}} = \frac{\frac{1}{2} \rho (A u_2) (u_1^2 - u_4^2)}{\frac{1}{2} \rho (A u_1) u_1^2}$$

$$= \frac{(u_1 + u_4) (u_1^2 - u_4^2)}{2 u_1^3}$$

$$0,50 = \frac{(14 + u_4) (14^2 - u_4^2)}{2(14)^3}$$

ve

$$u_4^2 + 14 u_4 - 196 = 0, \quad u_4 = 8,66 \text{ m/s}$$

bulunur.

$$F = \rho \frac{\pi 12^2}{4} \frac{(8,66 + 14)}{2} (8,66 - 14)$$

$$= -8450 \text{ N}$$

$$F' = -F = 8450 \text{ N}$$

olur.

$$b) u_2 = \frac{u_1 + u_4}{2} = \frac{14 + 8,66}{2} = 11,33 \text{ m/s}$$

$$c) p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \text{ den}$$

$$p_1 = p_{atm} \text{ alınır}$$

$$(p_2)_{\text{efektif}} = \frac{1}{2} \rho (u_1^2 - u_2^2) = \frac{1,235 (14^2 - 11,33^2)}{2} = 41,77 \text{ Pa}$$

$$p_3 + \frac{1}{2} \rho u_3^2 = p_4 + \frac{1}{2} \rho u_4^2 \text{ den } p_4 = p_{atm} \text{ alınır}$$

$$(p_3)_{\text{efektif}} = \frac{1}{2} \rho (u_4^2 - u_3^2) = \frac{1}{2} 1,235 (8,66^2 - 11,33^2) = -32,95 \text{ Pa}$$

$$d) N_{\text{saft}} = \frac{1}{2} \rho (A u_2) (u_1^2 - u_4^2)$$

$$= \frac{1}{2} 1,235 \frac{\pi 12^2}{4} 11,33 (14^2 - 8,66^2)$$

$$= 95745 \text{ W}$$

$$\approx 96 \text{ kW}$$

bulunur.

EK PROBLEMLER

4.1 - İçinden su akan yatay dümdüz bir borunun çapı 300 mm den 150 mm ye sürekli bir şekilde azalmaktadır. Daha büyük olan kesitteki basınç 275 kN/m² ve hız 3 m/s iken sürtünmeyi ihmal ederek boruya gelen toplam yatay kuvveti bulunuz.

$$(13,9 \text{ kN})$$

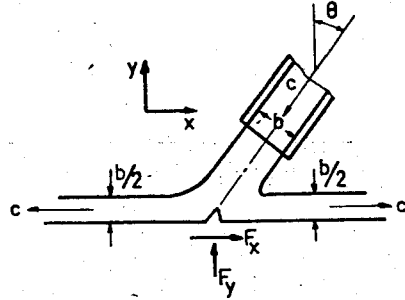
4.2 - 75 mm çapındaki bir yangın hortumunun ucuna çıkış çapı 25 mm olan bir lüle bağlanmıştır. Lüleye giriş noktasında suyun hızı 4 m/s dir. Buna göre lüledeki kaybı yok sayarak lüleli hortuma bağlayan cıvatalara aksenal yönde gelen toplam hidrolik kuvveti bulunuz ve yönünü belirtiniz.

$$(2288 \text{ N; akış yönünde})$$

4.3 - Atmosfere açık büyük bir depodaki bir orifisten küçük bir su hüzmesi dışarıya (atmosfere) fışkırdığında tepki kuvvetinin (hüzmenin depoya uyguladığı kuvvet) $F = -\rho C_c^2 A_c^2 2gh$ olduğunu gösteriniz. (suyun yoğunluğu, C_c daralma katsayısı, C_v hız katsayısı, A_c orifisin kesit alanı, g yerçekimi ivmesi, h orifis merkezinden depodaki serbest

su seviyesine olan yükseklik).

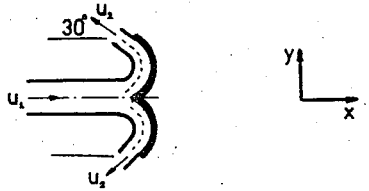
4.4 -



Şekildeki düzende, hüzmeye yatay düzlem üzerindeki bir dil yarıdımı ile iki eşit parçaya ayrıldığına göre, hüzmeyi düzleme uyguladığı kuvvetin x ve y bileşenlerini veren eşitlikleri elde ediniz.

$$(-\rho b c^2 \sin \theta ; -\rho b c^2 \cos \theta)$$

4.5 -



Kesit alanı 8 cm^2 olan yatay bir su hüzmeye şekilde gösterilen sabit bir kanada çarpmaktadır. Su hüzmeyi hızı kanada çarpmadan önce 45 m/s ve çarptıktan sonra 36 m/s dir.

- Kanada gelen yatay kuvveti hesaplayınız.
- Suyun kinetik enerjisinde olan kaybı yüzde olarak bulunuz.

4.6 - Bir boru ucundaki lüleden atmosfere fışkıran su hüzmeyi hızı kanada çarpmadan önce 45 m/s ve çarptıktan sonra 36 m/s dir. Hüzmeye hızı borudaki su hızından 10 defa daha büyük olduğunda hüzmeye tepkisini hesaplayınız.

$$(14876 \text{ N})$$

4.7 - Kesit alanı $6,5 \text{ cm}^2$ olan bir su hüzmeyi hızı 12 m/s dir ve eğri bir kanada çarptıktan sonra 135° sapmaktadır. Kanat hüzmeye ile aynı doğrultuda $4,5 \text{ m/s}$ lik bir hızda hareket etmektedir. Bütün kayıpları ihmal ederek kanada hüzmeye yönünde uygulanan güçü bulunuz.

$$(280 \text{ W})$$

4.8 - Bağıl yoğunluğu 0,8 olan bir yağ, çapı 200 mm den 100 mm ye sürekli bir şekilde azalan dümdüz yatay bir boruda akmaktadır. Daha büyük olan kesitte hız 4 m/s ve basınç 300 kPa iken yağın boruya uyguladığı toplam kuvveti bulunuz. (Sürtünmeler ihmal edilecektir).

$$(6616 \text{ N})$$

4.9 - a) Hızı 21 m/s olan 75 mm çapında bir su hüzmeye sabit bir kanada teğetsel şekilde çarparak 120° sapmaktadır. Kanada gelen bileşke kuvvetin büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

b) Hüzmeye, benzer şekilde yerleşik seri kanatları bulunduran ve hüzmeye yönünde $10,5 \text{ m/s}$ hızla hareket eden bir çarka çarparsa hareket yönünde çarka gelen kuvveti, elde edilen güçü ve verimi hesaplayınız.

$$(3375 \text{ N}, 30^\circ ; 1460 \text{ N}, 15,35 \text{ kW}, 0,75)$$

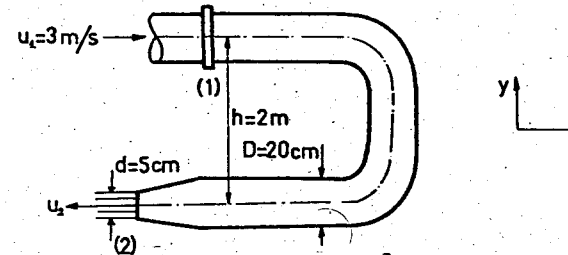
4.10 - Hız katsayısı $C_v = 0,97$ olan 15 mm çaplı bir lüleden 30 m lik yük altında su akmaktadır. Hüzmeye sabit bir kanada teğetsel olarak çarpmakta ve 165° dönerek kanattan çıkışını tamamlamaktadır.

a) Sürtünme yok iken hüzmeyi yönünde kanada gelen kuvveti hesaplayınız.

b) Kanadı terkeden suyun hızı geliş hızının $0,8$ katı iken hüzmeye yönünde kanada gelen kuvveti bulunuz.

$$(191 \text{ N}; 173 \text{ N})$$

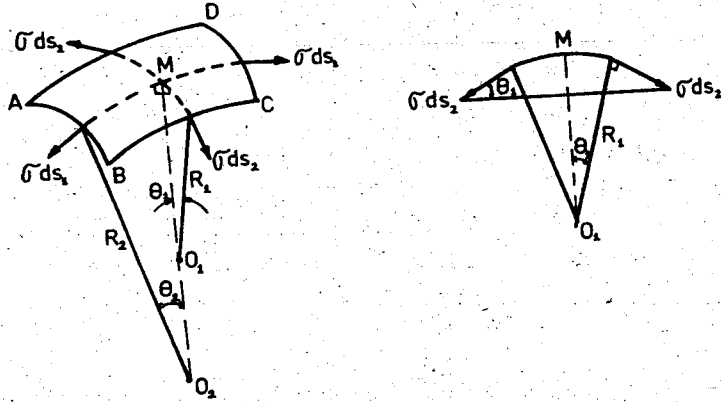
4.11 -



Şekildeki dirseğin hacmi $V = 0,2 \text{ m}^3$ olduğuna göre sürtünmeleri ihmal ederek suyun dirseğe uyguladığı kuvvetin x ve y üzerindeki bileşenlerini bulunuz.

$$(40248 \text{ N} ; -1962 \text{ N})$$

Bir Yüzeyin Konkav ve Konveks Tarafları Arasındaki Basınç Farkı



Yukarıdaki şekilden gerilme kuvvetlerinin MO_1O_2 eksenine üzerindeki izdüşümü

$$T = 2\sigma d s_1 \sin \theta_2 + 2\sigma d s_2 \sin \theta_1$$

yazılır. θ küçük olduğundan $\sin \theta = \theta$ alınarak

$$T = 2\sigma (d s_1 \theta_2 + d s_2 \theta_1)$$

bulunur. Konkav taraftaki basınç fazlalığı Δp ile gösterilirse

$$T = \Delta p d s_1 d s_2$$

yazılarak taraf tarafa eşitlenirse

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{2 \theta_2}{d s_2} + \frac{2 \theta_1}{d s_1} \right)$$

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

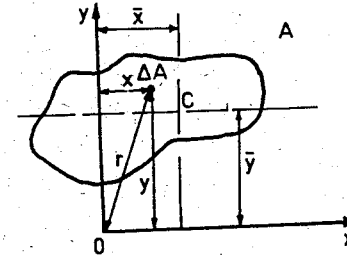
elde edilir.

BİRİNCİ VE İKİNCİ MOMENTLER

2.1 Birinci Momentler

Düzleme dik herhangi bir eksene göre bir kuvvetin birinci momenti, kuvvetin büyüklüğü ile kuvvetin belirli eksenden olan dik uzaklığının çarpımına eşittir. Aynı ilke alan, hacim ve kütle gibi diğer fiziksel büyüklüklere de uygulanabilir. Burada tek bir düzlemi ve olaydaki fiziksel büyüklük olarak alanı düşüneceğiz.

Şekil 2.1 ΔA elemanel alanına sahip bir A düzlem alanını göstermektedir. ΔA elemanel alanının düzlemdeki bir eksene göre birinci momenti ΔA ile elemanın eksenden olan dik uzaklığının çarpımı olarak tanımlanır. Netice olarak, elemanel alanın y eksenine göre birinci momenti $x \Delta A$ ile verilir. Bütün alanın y eksenine göre birinci momenti ise $\int_A x dA$ olur. ($\int_A$ sembolü integrasyonun bütün alan boyunca yapıldığını göstermektedir.)



x değerleri pozitif veya negatif değerler alabileceğine göre integral pozitif, negatif veya sıfır olabilir. $x = k$ da bir eksene göre alanın birinci momenti

$$\int_A (x - k) dA = \int_A x dA - k A$$

şeklindedir.

$$k = \frac{1}{A} \int_A x dA = \bar{x} \quad (2.1)$$

olduğu zaman bu moment sıfırdır ve eksen "merkezsel (centroidal) eksen" olarak bilinir.

Benzer olarak, momentler x eksenine göre alınabilir ve diğer merkezsel eksen,

$$y = \bar{y} = \frac{1}{A} \int_A y dA \quad (2.2)$$

şeklinde bulunur. Bu iki merkezsel eksenlerin C kesim noktası alanın merkezi (centroid) olarak bilinir. Böylece, alanın merkezinden geçen herhangi bir eksene göre birinci momenti sıfırdır. Denk.2.1 ve 2.2 bir alanın herhangi bir eksene göre birinci momentinin $\bar{A}\bar{z}$ olarak yazılabileceğini gösterir. Burada, $\bar{z}$ alan merkezinin eksenden olan dik uzaklığıdır. Şüphesiz hem alan hem de eksen belirlenmelidir.

Aynı şekilde bir hacim merkezinin konumu bulunabilir. Örneğin, ΔV elemanın (yz) düzlemine olan dik uzaklığı x ise hacim merkezinin (centroid) x koordinatı momentleri toplayarak elde edilir. Böylece, $\bar{x} = \frac{1}{V} \int x dV$ olur. Veya bir cismin kütesinin birinci momenti (yz) düzlemine göre $\int x dM$ olarak hesaplanabilir ve kütle merkezinin x koordinatı $\frac{1}{M} \int x dM$ ile verilir. $\Delta(Mg)$ ağırlığı elemanlarını alarak ağırlık merkezinin konumu bulunabilir. Dünya ile karşılaştırıldığında küçük olan cisimler için g nin değişimi ihmal edilebilir ve neticede ağırlık merkezi ile kütle merkezi çakışır.

Buraya kadar sözü edilen momentler birinci momentler diye adlandırılır çünkü her bir alan, hacim ve diğerlerinin elemanı uygun uzaklığın birinci kuvveti ile çarpılmaktadır.

2.2 İkinci Momentler

Bir büyüklüğün belirli bir eksen veya düzleme göre ikinci momenti, elemanın büyüklükler ile bunların eksen veya düzlemde olan uzaklıklarının karelerinin çarpımlarını toplayarak hesaplanır. Örneğin, Şekil 2.1 de gösterilen düzlem alanının y eksenine göre ikinci momenti $\int_A x^2 dA$ şeklinde yazılır. Benzer olarak, alanın x eksenine göre ikinci momenti $\int_A y^2 dA$ olur. Bir alanın ikinci momenti Ak^2 şeklinde yazılabilir. İlgilenilen eksen belirtmek için uygun bir takı kullanılır. Örneğin, $(Ak^2)_{Oy}$ de k^2 ortalama x^2 değerini göstermektedir. Bir alanın ikinci momentinin boyut formülü $[L^4]$ dir ve uygun bir birim m^4 olur.

Bir alanın belirli bir eksene göre ikinci momentinin değeri uygun integrasyonu yaparak hemen bulunabilir. Fakat ikinci moment diğer bir eksene göre biliniyorsa genellikle daha kısa bir yöntem kullanılabilir. Şekil 2.1 de gösterildiği gibi verilen eksene (örneğin, Oy diyelim) paralel olan ve alanın merkezinden geçen bir eksen düşünelim. Alanın bu yeni eksene göre ikinci momenti,

$$\begin{aligned} (Ak^2)_C &= \int_A (x - \bar{x})^2 dA = \int_A x^2 dA - 2\bar{x} \int_A x dA + \bar{x}^2 \int_A dA \\ &= (Ak^2)_{Oy} - 2\bar{x} (A\bar{x}) + A \bar{x}^2 \end{aligned}$$

$$= (Ak^2)_{Oy} - A\bar{x}^2$$

ve buradan

$$(Ak^2)_{Oy} = (Ak^2)_C + A\bar{x}^2$$

olarak elde edilir.

y ekseninin yönü gelişigüzel seçilmişti. Bu yüzden, bir düzlem alanın herhangi bir eksene göre ikinci momentinin merkezden geçen bir paralel eksene göre ikinci momenti ile alan ve eksenler arasındaki dik uzaklığın karesi çarpımının toplamına eşit olacağı söylenebilir. Bu sonuç "paralel eksenler teoremi" olarak bilinir. Ayrıca, tanıma göre

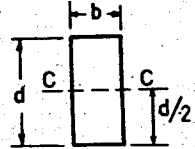
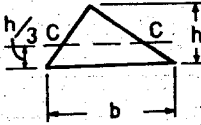
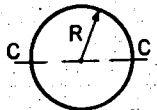
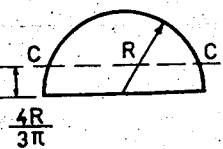
$$(Ak^2)_{Oy} + (Ak^2)_{Ox} = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A r^2 dA$$

yazılır. Son terim alanın, alan düzlemine orijinde dik olan bir eksene göre ikinci momentini göstermektedir. Orijin gelişigüzel seçildiğinden "dik eksenler teoremi" elde edilmiştir: bir düzlem alanın düzlemi dik olarak herhangi bir P noktasında kesen bir eksene göre ikinci momenti, alanın düzlemdeki P de dik olarak kesişen iki eksene göre ikinci momentlerin toplamına eşittir.

Kütlenin belirli bir eksene göre ikinci momenti $\int_M z^2 dM$ olur. Burada, z elemanın düşünülen eksenden dik uzaklığını göstermektedir. Eğer ortalama z^2 değeri k^2 ile gösterilirse kütlenin ikinci momenti Mk^2 şeklinde yazılabilir. Kütlenin ikinci momenti atalet momenti olarak da bilinir ve k ya dönme (gyration) yarıçapı adı verilir. Atalet momentinin boyut formülü $[ML^2]$ dir ve uygun bir birim $kg m^2$ olur.

Çok kullanılan bazı geometrik şekillerle ilgili ikinci momentler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 2.1

Adı	Gösterilişi	Alanı A	Merkezden (centroid) geçen CC eksenine göre alanın 2. momenti
Dikdörtgen		bd	$\frac{bd^3}{12}$
Üçgen		$\frac{bh}{2}$	$\frac{bh^3}{36}$
Daire		πR^2	$\frac{\pi R^4}{4}$
Yarım daire		$\frac{\pi R^2}{2}$	$0.1102 R^4$

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- BINDER, C.B. "Fluid Mechanics", Fourth Edition, Prentice-Hall of India (Private) Ltd., New Delhi, 1964.
- DOUGLAS, J.F. "Solution of Problems in Fluid Mechanics" Part I-II, Pitman, London, U.K, 1980.
- EDİS, K. "Uygulamalı Akışkanlar Mekaniği", İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı: 894, 1972.
- ERDOĞAN, M.E. "Akışkanlar Mekaniği (Çözülmüş Problemler) Kinematik", İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı 794, 1970.
- GILES, R.V. "Fluid Mechanics and Hydraulics", Schaums, 1962.
- MASSEY, B.S. "Mechanics of Fluids", Third Edition, Van Nostrand Reinhold Company, London, U.K., 1975.
- ÖZGÜR, C. "Pratik Hidrolik Problemleri", İ.T.Ü. Kütüphanesi, Sayı: 1121, 1978.
- REYNOLDS, A.J. "Thermofluid Dynamics", Wiley - Interscience, London, U.K., 1971.

İ N D E K S

- Adezyon, 36
Adyabatik proses, 14
Akıcılık, 32
Akım çizgilerine dik basınç
değişimi, 160
Akım çizgisi, 118
Akım tübü, 119
Akış işi, 136
Akış lülesi, 179
Akışkanların statığı, 41
Alanın birinci momenti, 245
Alanın ikinci momenti, 245
Alt-akım, 119
Arayüz gerilmesi, 36
Archimedes ilkesi, 82
Atmosferin kararlılığı, 91
Atmosfer basıncı, 7
Avogadro hipotezi, 14

Bağıl denge, 92
Bağıl yoğunluk, 6
Bar (birim), 8
Barometre, 51
Basıncın konum ile değişimi, 41
Basınç, 7
Basınç çizgisi, 156
Basınç ileticisi, 64
Basınç merkezi, 65
Basınç yüksekliği, 44, 136
Basma yüksekliği, 195
Bazin savaşı, 187
Bernoulli Denklemi, 131
Bir-boyutlu akış, 122

Bourdon göstergesi, 63
Buharlaştırma basıncı, 11

Coanda etkisi, 162

Çıkış çizgisi, 119

Daimi akış, 117
Daimi akış enerji denklemi, 142
Daimi olmayan akış, 117
Dalmaş orifis, 171
Daralma katsayısı, 165
Daralmış kesit, 163
Debi, 125
Debi katsayısı, 165
Dinamik basınç, 173
Dinamik viskozite, 20
Dinamik yükseklik, 136
Dirseğe gelen kuvvet, 217
Doyma basıncı, 11
Durma basıncı, 173
Durma noktası, 172
Durum (hal) denklemi, 13
Düzlem yüzeye uygulanan
kuvvet, 64

Enerji dönüşümleri, 154
Eşik, 185
Euler Denklemi, 134
Euler yöntemi, 115

- Froude verimi, 237

Gaz sabiti, 13
Geçiş akışı, 124
Geometrik yükseklik, 136
Gösterge basıncı, 7, 44

Hacimsal sıkıştırma modülü, 15
Harekete getirici disk, 236
Hazine boşalma zamanı, 167
Hız gradyanı, 19
Hız katsayısı, 164
Hız yüksekliği, 136
Hidrolik seviye çizgisi, 156
Hidrostatik kuvvet, 64
Hüzme, 163
Hüzme tepkisi, 222

Islatan sıvı, 36
Islatmayan sıvı, 36

İç enerji, 142
İdeal akışkan, 34
İki-boyutlu akış, 122
İvme, 115
İzobar, 42
İzotermal proses, 14

Kararlılık noktası, 85
Kararlılık noktası yüksekliği,
Kararsız denge, 83
Katılaştırma ilkesi, 74
Kavitasyon, 12, 156, 190
Kayma hızı, 21
Kaynama, 11
Kılcallık yükselmesi, 36
Kinematik viskozite, 24
Kinetik enerji düzeltme
faktörü, 147
Kohezyon, 36
Kontrol hacmi, 209
Konvektif ivme, 117
Kuvvet merkezi, 65
Kütleli debi, 127

Lagrange yöntemi, 114
Laminer akış, 123
Lokal ivme, 116
Lüle, 179
Lüleye gelen kuvvet, 222

Manometreler, 53
Mikro-manometre, 61
Momentum denklemi, 206
Momentum düzeltme faktörü, 210
Mutlak basınç, 7, 50

Net düşü, 195
Newtonien olmayan sıvılar, 32
Newton'un viskozite kanunu, 20
Nötral denge, 83

Orifis metre, 180
Ortalama hız, 125

Paskal (birim), 8
Paskal Kanunu, 10
Pervane arkası akımı, 234
Pervanenin momentum
teorisi, 234
Pitometre, 175
Pitot tübü, 172
Piyezometrik basınç, 45
Piyezometrik tüp, 44
Piyezometrik yük, 45
Poise (birim), 24

Reoloji, 34
Reynolds sayısı, 124
Roket tepkisi, 229

Sallanma periyodu, 90
Savak, 185
Serbest yüzey enerjisi, 34
Sıcaklık sapma oranı, 49
Sıkışma, 15
Sıkıştırılabilir akışkanın
dengesi, 47
Sıkıştırılabilir akışlarda
Bernoulli denklemi, 198
Sıkıştırma modülü, 15
Sifon, 189
Standart atmosfer, 49
Stokes (birim), 27
Sürekli ortam ve süreklilik, 4
Süreklilik denklemi, 126

Sürtünme kaybı, 152

Termodinamiğin Birinci Kanunu, 142
Tıkanma, 156
Toplam enerji çizgisi, 155
Toplam yükseklik, 136
Toricelli formülü, 164
Türbülanslı akış, 123

Uç düzeltmeleri, 123
U-tübü manometresi, 53

Üç-boyutlu akış, 122
Uniform akış, 118
Uniform olmayan akış, 118
Üniversal gaz sabiti, 14
Üst-akım, 119

Vakum, 50
Venturi ölçeği, 176
Viskozite, 17

Yalpa açısı, 84
Yarı-daimi akış, 172
Yerdeğiştirme işi, 136
Yoğunluk, 6
Yörünge çizgisi, 119
Yüzen cisimlerin dengesi, 81
Yüzeye çarpan bir hızın
uyguladığı kuvvet, 210
Yüzeysel gerilme, 34