İÇ BASINÇ ETKİSİNDEKİ İNCE CİDARLI SİLİNDİRDE DENEYSEL GERİLME ANALİZİ DENEYİ

1. DENEYİN AMACI

Mukavemet derslerinde iç basınç etkisinde bulunan ince cidarlı silindirik basınç kaplarında oluşan gerilme ve şekil değişimleri ile ilgili olarak verilen çeşitli analitik bağıntıların ölçülen değerlerle doğrulanması.

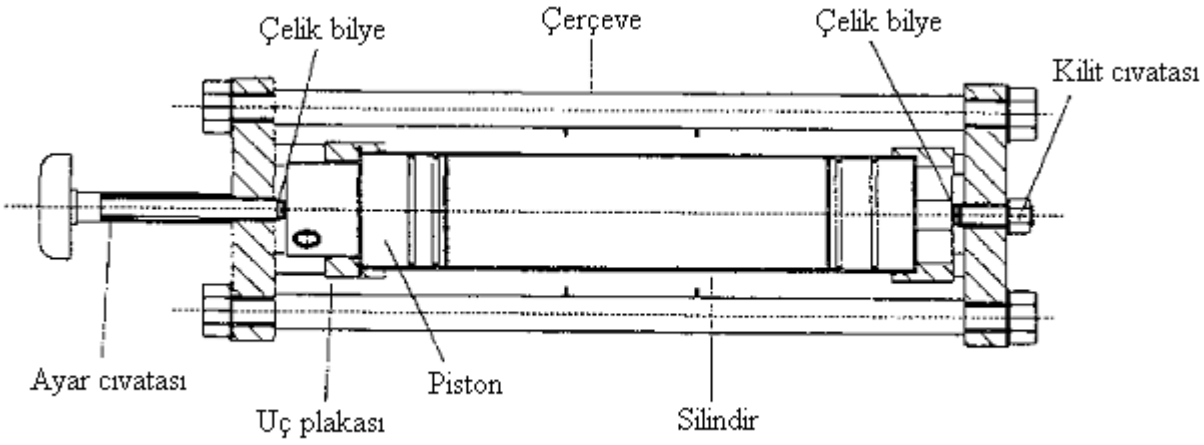
İç basınç etkisinde bulunan, uçları kapalı ince cidarlı silindirin orta bölgesi üzerinde değişik noktalarda değişik doğrultularda yerleştirilen strain gauge'lerden yapılan ölçümlerle öğrenciler iki eksenli gerilme hali için gerilme şekil değiştirme sistemlerini yorumlama olanağına sahip olurlar.

Deney düzeneği üzerinde uç koşullarında yapılabilen değişikliklerle eksenel gerilmeler ortadan kaldırılarak gerilme hali tek eksenli duruma getirilebilmekte ve böylece silindir malzemesine ait Elastisite modülü ve Poisson oranı deneysel olarak belirlenebilmektedir.

2. DENEY DÜZENEĞİNİN TANITILMASI

Deney düzeneğinin kesiti şekil 1'de görülmektedir. Alüminyum'dan yapılmış olan ince cidarlı silindirin sol ucunda bulunan piston ayar cıvatası vasıtasıyla içeri-dışarı hareket ettirilerek uç koşulu değiştirilebilmektedir. Silindire 0-3.5 MN/m^2 aralığında çalışan bir basınç göstergesi monte edilmiştir.

Ayar cıvatası dışa doğru döndürüldüğünde silindir içinde bulunan basınçlı yağ pistonu uç plakasına doğru itmektedir. Ayar cıvatasının içe doğru döndürülmesi durumunda ise piston uç plakasından uzaklaşmakta ve tüm eksenel kuvvetler silindirin üzerine monte edildiği çerçeveye aktarılarak silindir eksenel kuvvet etkisinden kurtarılmaktadır. Pistondan çerçeveye olan eksenel yük transferi ayar ve kilitleme cıvataları uçlarına yerleştirilmiş olan çelik bilyelerce sağlanmaktadır.

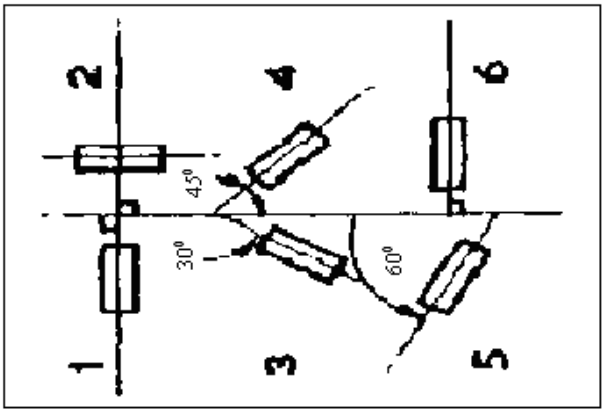


Şekil 1. İnce cidarlı silindirin kesiti

Silindir üzerinde altı adet strain gauge şekil 2'de görüldüğü şekilde yerleştirilmiştir. Bu strain gauge'ler silindirin ısıl karakteristiklerine uygun olarak seçilmiş ve kendiliğinden ısıl kompanzasyonludurlar.

Her bir strain gauge Wheatstone köprünün bir kolunu oluşturmakta köprünün diğer üç kolu çok kanallı şekil değişimi ölçüm cihazı tarafından oluşturulmaktadır. Wheatstone köprüsü kollarını oluşturan strain gauge'ler ile şekil değişimi okumalarının yapıldığı cihaz arasındaki irtibat çok yollu bir soketle gerçekleştirilmektedir.

Ölçülen şekil değişimleri aşağıda verilen uygun dönüşüm bağıntıları ile gerilmelere dönüştürülmektedir. .



Şekil 2. Silindir üzerinde Strain Gauge'lerin yerleştirilişi

Silindire basınç dönüş vanasını kapatarak el pompası ile tatbik edilir. Silindirdeki basınç dönüş vanasının açılması ile ortadan kaldırılır.

Deney düzeneği ile ilgili teknik bilgiler;

Silindir iç çapı: 76.14 mm

Silindir cidar kalınlığı: 3.18 mm

Silindir boyu: 360 mm

Silindir malzemesi. Al Alaşımı

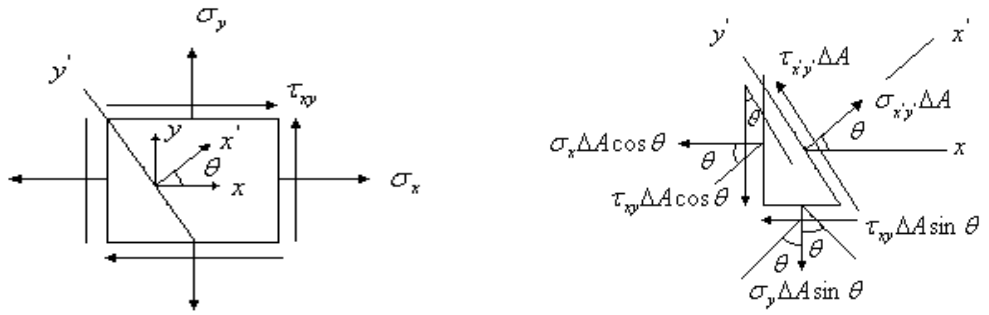
Elastisite modülü: 69 GPa

Poisson oranı: 0.33

Basınç ölçme aralığı: 0-3.5 MPa

3. DÜZLEM GERİLME HALİ İLE İLGİLİ TEORİK BAĞINTILAR

Aşağıdaki düzlem gerilme etkisindeki dikdörtgen elemana etkiyen gerilmeler şekil 3a'da ve bu elemandan çıkarılan kama şeklindeki bir elemana etkiyen kuvvetler şekil 3b'de görülmektedir.



a b

Şekil 3. Düzlem gerilme hali

a: Eğik düzleme etkiyen gerilmeler

Şekil 3b'deki elemanın x' ve y' doğrultularındaki kuvvet denge denklemleri yazılırsa x ekseni ile θ açısı yapan dış normali x' olan yüzeye etkiyen normal ve kayma gerilmeleri;

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta + \tau_{xy}(2\sin\theta\cos\theta) \tag{1a}$$

$$\tau_{x'y'} = (\sigma_y - \sigma_x)\sin\theta\cos\theta + \tau_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) \tag{1b}$$

şeklinde elde edilir.

(1a) ve (1b) bağıntıları 2θ cinsinden yazılırsa;

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta \tag{2a}$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta \tag{2b}$$

elde edilir.

b: Asal gerilmeler

Maksimum ve minimum normal gerilmeleri elde etmek için (2a) bağıntısının θ'ya göre türevinin alınması gerekir.

$$\frac{d\sigma_{x'}}{d\theta} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}(2\sin 2\theta) + 2\tau_{xy}\cos 2\theta = 0 \tag{3}$$

Bu denklemin çözümünden normal gerilmelerin maksimum ve minimum oldukları birbirine dik iki düzlemin dış normal doğrultuları θ_{p_1} ve θ_{p2}

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)} \tag{4}$$

elde edilir ki bu düzlemler **asal düzlemler,** doğrultular da **asal doğrultular** olarak adlandırılırlar. (2b) ve (3) denklemlerinden de görüldüğü üzere, asal düzlemlerde kayma gerilmesi sıfırdır.

(3) denkleminden θ_{p_1} ve θ_{p2} değerleri için $\sin 2\theta$ ve $\cos 2\theta$ değerleri (2a) denkleminde yerlerine yazılır gerekli düzenlemeler yapılırsa asal doğrultularda etkiyen normal gerilmeler, diğer bir deyişle asal gerilmeler;

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}} \tag{5}$$

şeklinde elde edilir. (5) denkleminden elde edilen asal gerilmeler düzlem gerilme halinin maksimum ve minimum gerilmeleridir.

c: Düzlem içi maksimum kayma gerilmesi

Düzlem içi maksimum kayma gerilmesinin etkidiği yüzeyin dış normali 2b denkleminin θ'ya göre türevini alarak;

$$\tan 2\theta_s = -\frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau_{xy}} \tag{6}$$

şeklinde elde edilir. Asal gerilme doğrultularını veren (3) denklemi ile (6) denkleminin yakından incelenmesinden asal gerilme doğrultuları ile düzlem içi maksimum kayma gerilmelerinin etkidiği düzlemlerin dış normalleri arasında 45^0 'lik açı farkı olduğu görülür. (6) denkleminden elde edilen θ_{s1} ve θ_{s2} köklerinden herhangi birisi kullanılarak düzlem içi maksimum kayma gerilmesi;

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}} \tag{7}$$

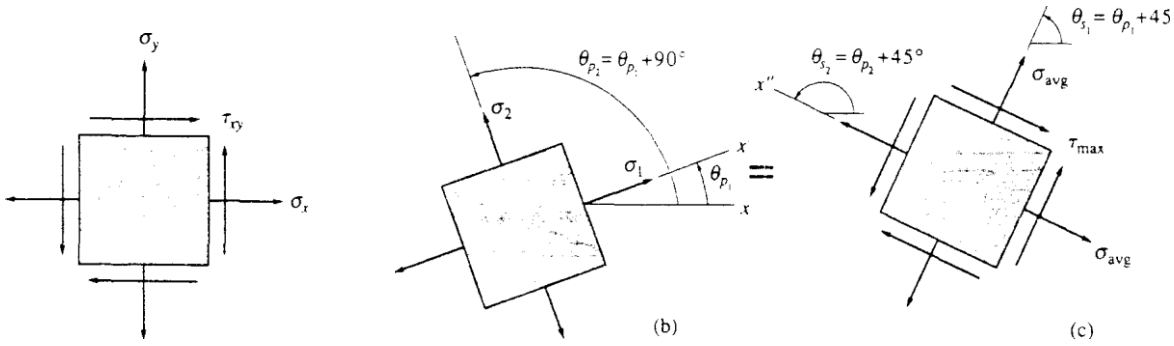
olarak elde edilir.

Asal düzlemlere etkiyen kayma gerilmeleri sıfır olmalarına karşılık düzlem içi maksimum kayma gerilmesinin etkidiği düzlemlere düzlem içi maksimum kayma gerilmesi yanında;

$$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \tag{8}$$

şeklinde bir normal gerilme de etkir.

Sonuç olarak şekil 4a, 4b ve 4c de gösterilen gerilme durumları eşdeğerdir.



Şekil 4. Düzlem içi asal ve maksimum kayma gerilmeleri

Asal gerilme doğrultularında meydana gelen şekil değişimleri ise, silindir malzemesi izotrop ve lineer elastik olduğundan,

Çevresel yönde;

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2) \tag{9}$$

ve eksenel yönde ise;

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1) \tag{10}$$

şeklindedir. Bu denklemlerden σ_1 ve σ_2 asal gerilmeleri

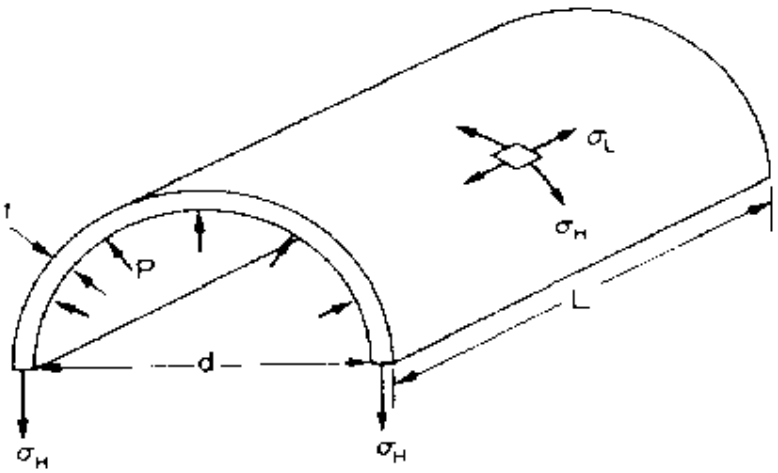
$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2\right) \tag{11}$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1\right) \tag{12}$$

şeklinde elde edilir.

4. İNCE CİDARLI SİLİNDİRDE GERİLMELER

Deney düzeneğinde kullanılan silindirde kalınlığın iç çapa oranı 1/20'den daha küçük olduğundan, diğer bir söylemle silindir ince cidarlı olduğundan, σ_H çevresel ve σ_L eksenel gerilmelerinin kalınlık boyunca, radyal yönde, değişmedikleri kabul edilebilir. İlave olarak diğer bileşenleri yanında küçük kaldığından radyal gerilme de sıfır olarak alınabilir.



Şekil 5. İç basınç etkisinde bulunan ince cidarlı silindirde gerilmeler

Simetri nedeniyle iki asal gerilme silindire etkiyen çevresel ve eksenel gerilmeler olup;

$$\sigma_H = \frac{pd}{2t} \tag{13}$$

$$\sigma_L = \frac{pd}{4t} \tag{14}$$

şeklindedir.

Başlangıç bölümlerinde belirtildiği üzere, deney düzeneği ile, açık uç ve kapalı uç koşulu olarak adlandıracağımız, iki ayrı uç koşuluna ait gerilme durumu oluşturmak mümkündür.

4.1 Açık uçlu silindir

Bu durumda silindirin uç kısmında herhangi bir sınırlama yoktur ve silindirde yalnızca çevresel gerilme meydana gelir. Eksenel gerilme sıfırdır. Ancak Poisson etkisi sebebiyle silindirde çevresel gerilmeden oluşan hem çevresel hem de eksenel ve radyal şekil değişimleri meydana gelir. Bu şekil değişimleri aynı zamanda asal şekil değişimleridir.

$$\varepsilon_H^1 = \frac{\sigma_H}{E} \tag{15a}$$

ve

$$\varepsilon_L^1 = -\frac{\nu\sigma_H}{E} \qquad (15b)$$

(15) bağıntılarında da görüldüğü üzere bu durumda silindir çevresel olarak büyürken eksenel olarak kısalmaktadır.

4.2 Kapalı uçlu silindir

Bu durumda silindir, her iki ucundan da sınırlandırıldığı için, uçları kapalı, hem çevresel gerilme hem de eksenel gerilme etkisindedir. Silindirde oluşan şekil değişimleri ise ;

Çevresel yönde;

$$\varepsilon_H = \frac{1}{E}\left(\sigma_H - \nu\sigma_L\right) \qquad (16)$$

ve eksenel yönde;

$$\varepsilon_L = \frac{1}{E}\left(\sigma_L - \nu\sigma_H\right) \qquad (17)$$

şeklindedir.

4.3 Poisson Oranının belirlenmesi

Uçları açık silidir durumunda (tek eksenli gerilme hali) silindirden yapılan şekil değişimi ölçümlerinden yaralanarak Poisson oranı;

$$\frac{\varepsilon_L^1}{\varepsilon_H^1} = -\nu \qquad (18)$$

şeklinde elde edilebilir.

5. DENEYLERİN YAPILIŞI

Deney düzeneğinden yaralanarak silindirde iki farklı gerilme durumu elde edilir. Bunlar; açık uç durumundaki silindirde oluşan tek eksenli, çevresel, gerilme hali ile kapalı uç durumunda oluşan eksenel ve çevresel gerilmelerin oluşturduğu düzlem gerilme halidir.

Herhangi bir deneye başlamadan önce, sıfır basınçta, tüm strain gauge kanal okumaları ya sıfırlanmalı veya başlangıç değerleri doğru olarak kaydedilmelidir.

a. Tek eksenli gerilme halinin oluşturulması (şekil 1)

- El pompasının dönüş vanası açılarak yağın depoya dönmesi sağlanır.

- Ayar cıvatası desteğe erişinceye kadar çevrilir. Bu pistonu sol taraftaki uç plakasından uzaklaştırarak eksenel kuvvetin çerçeveye aktarılmasını sağlar.
- El pompasının dönüş vanası kapatılarak el pompası ile silindire basınç uygulanır.
- Silindirdeki iç basınç sıfırdan en fazla 3.5 MPa değerine kadar 0.5 MPa'lık artımlarla arttırılırken ε_H çevresel şekil değişimi 1 ve 6 strain gauge'lerden okunur (Tablo 1).
- Bu durumda Tablo 1 de verilen çeşitli basınç değerlerinde oluşan çevresel gerilmeler (13) bağıntısından; silindir malzemesinin Poisson oranı (18) bağıntısından ve Elastisite modülü 1 ve 6 strain gauge'lerinden yapılan ölçümlerin ortalama değerleri kullanılarak çizilen gerilme-şekil değiştirme diyagramının eğimi olarak (15a) bağıntısından belirlenebilir.

Tablo 1

Silindir basıncı (MN/m^2)	Çevresel gerilme (MN/m^2)	Ölçülen çevresel şekil değişimi Gauge 1 Gauge6
0	0	
0.5	6	
1	12	
1.5	18	
2	24	
2.5	30	
3	36	

b. İki eksenli gerilme durumunun oluşturulması (şekil 1)

- El pompası dönüş vanası tam olarak açılır.
- Ayar cıvatası terse döndürülerek silindir içinde bulunan pistonun silindir iç basınca tabi tutulduğunda silindirin ucunda bulunan uç plakasına dayanması sağlanır.
- Dönüş vanası kapatılarak silindire el pompası vasıtası ile p iç basıncı uygulanır (p= Maksimum 3.5 MPa).
- 1, 2 ve 6 strain gauge'lerinden yapılan okumalarla asal şekil değişimleri belirlenir. Hook bağıntılarından asal gerilmeler belirlenir.
- Alternatif olarak 3, 4 ve 5 strain gauge'lerinden yapılan ölçümlerden yararlanılarak şekil değişiminin dönüşüm bağıntılarından veya Mohr şekil değiştirme dairesinden yararlanılarak asal şekil değişimleri belirlendikten sonra gerilme –şekil değiştirme bağıntıları kullanılarak asal gerilmeler elde edilir.

Tablo 2

Gauge No;	Ölçülen şekil değişimi	Teorik şekil değişimi	Hata
1			
2			
3			

4			
5			
6			

6. DENEY RAPORUNDA İSTENENLER

1. Silindir malzemesinin Poisson oranı ve Elastisite modülünün belirlenmesi.
2. Tablo 1 ve Tablo 2'nin açık ve kapalı uç durumları için tanımlanması.
3. *p*... MPa iç basınç için çevresel ve eksenel şekil değişimleri ve gerilmelerin 1, 2 ve 6 strain gauge'lerinden yapılan ölçümlerle belirlenmesi. (*Bu işlemler sırasında yukarda verilen analitik bağıntılar veya Mohr gerilme ve şekil değiştirme daireleri kullanılabilir*).
4. *p*… MPa iç basınç için çevresel ve eksenel şekil değişimleri ve gerilmelerin 3, 4 ve 5 strain gauge'lerinden yapılan ölçümlerle belirlenmesi. (*Bu işlemler sırasında analitik bağıntılar veya Mohr gerilme ve şekil değiştirme daireleri kullanılabilir*).
5. Sonuçların yorumlanması.