

$$\begin{aligned} m_1 &= 5 \text{ kg} & k_3 &= 30 \text{ N/m} \\ m_2 &= 3 \text{ kg} & k_4 &= 35 \text{ N/m} \\ m_3 &= 2 \text{ kg} & c_1 &= 3 \text{ N/m/s} \\ k_1 &= 80 \text{ N/m} & c_2 &= 5 \text{ N/m/s} \\ k_2 &= 50 \text{ N/m} \end{aligned}$$

Yukarıdaki makine modelinin diferansiyel denklemini numerik değerleri kullanarak bulunuz.

Çözüm:

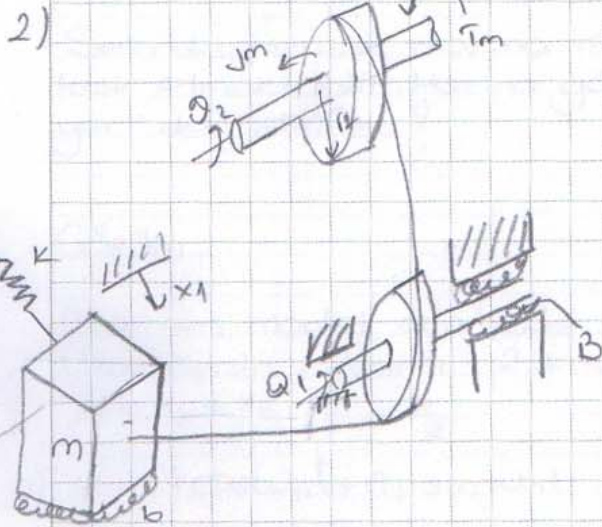
1) m_1 için Newton 2 yasasını uygulayalım.

$$m_1 \ddot{x}_1 = \sum F$$

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1(x_1) - c_1(\dot{x}_1) - k_3(x_1 - x_2) + F(t)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -c_2 \dot{x}_2 - k_4(x_2 - x_3) - k_3(x_2 - x_1) - k_2 x_2$$

$$m_3 \ddot{x}_3 = -k_4(x_3 - x_2)$$



Sistemdeki takım tezgahına ait mekanizmanın transfer fonksiyonu için dif. denklemler gereklidir. m kütlesi ve yöndeğiştirici, makaranın softu b , B viskoz ortamlarda hareket etmektedir. İstikomet makarasının kütleli otele momentini ihmal edilecektir.

Çözüm

1) Lagrange ile çözülür.

$$2) KE = \frac{1}{2} m \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} J_m \dot{Q}_1^2 \quad PE = \frac{1}{2} k x_1^2 \quad DE = \frac{1}{2} b \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} B \dot{Q}_1^2$$

Lagrange uygulamalarında koordinat transformasyonu çok önemlidir.

$$x_1 = Q_1 \cdot r_1 = Q_2 \cdot r_2$$

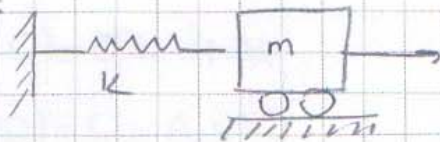
$$3) KE = \frac{1}{2} m r_2^2 \dot{Q}_2^2 + \frac{1}{2} J_m \dot{Q}_2^2$$

$$PE = \frac{1}{2} k r_2^2 Q_2^2$$

$$DE = \frac{1}{2} b r_2^2 \dot{Q}_2^2 + \frac{1}{2} B r_2^2 \frac{\dot{Q}_2^2}{r_1^2}$$

$$4) \frac{d}{dt} \left(\frac{dKE}{d\dot{Q}_2} \right) = (m r_2^2 + J) \ddot{Q}_2 \quad \frac{dPE}{dQ_2} = k r_2^2 Q_2 \quad \frac{dDE}{d\dot{Q}_2} = \left(r_1^2 (b+B) \frac{r_2^2}{r_1^2} \right) \dot{Q}_2$$

Örnek:



$$x(t=0) = 0 \quad \dot{x}(t=0) = 0 \quad k = 10 \text{ daN/cm} \quad \omega = 98,1 \text{ daN}$$

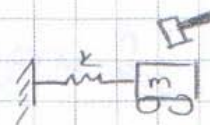
Sekilde verilen makina modelinin üzerine harmonik bir kuvvet tesir etmektedir. Makina gövdesinin bu zorlayıcı kuvvet altındaki yer değişimi = ?

Gözüm:

1) Verilen model sönümsüz tasarlanmış zorlayıcı kuvvet altındadır. (Makinenin cevabı 2 kısım lıdır)

$$x(t) = x_h + x_o$$

$$a) x_h = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t$$



$$b) x_o = \frac{B/k}{1-r^2} \cos 10t$$



$$2) x(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t + \frac{u_0}{1-r^2} \cos \omega t$$

$$3) \dot{x}(t=0) = 0 \quad \dot{x}(t) = -\frac{u_0}{1-r^2} \sin \omega t - A_1 \omega_n \sin \omega_n t + A_2 \omega_n \cos \omega_n t$$

$$\omega_n = \left(\frac{k}{m} \right)^{1/2} = \frac{40.000 \text{ N/m}}{10} = 20 \text{ rad/s}$$

$$m = \frac{w}{g} = \frac{98,1}{9,81} = 10 \text{ kg}$$

4) u_0 = statik sehim

$$u_0 = \frac{P_0}{k} \text{ (Tatbik edilen kuvvetin büyük lüğü)}$$

$$u_0 = \frac{10}{40} = 0,25 \text{ cm}$$

$$r = \frac{\Omega}{\omega_n} = \frac{10}{20} = 0,5$$

$$5) u = \frac{u_0}{1-r^2} = \frac{P_0/k}{1-r^2} = \frac{0,25}{1-(0,5)^2} = \frac{1}{3}$$

$$6) x(t=0) = 0 = u + A_1$$

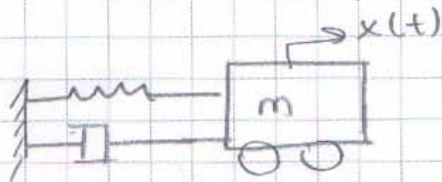
$$x(t) = \frac{1}{3} (\cos 10t - \cos 20t)$$

$$\dot{x}(t=0) = 0 = A_2 \omega_n$$

$$A_1 = -u = -\frac{1}{3}$$

$$A_2 = 0$$

Örnek: Makinenin modeli şekildedeki gibidir.



$$\omega_n = 5 \text{ rad/s} \quad x(t=0) = 0 \quad \omega_d = ?$$

$$\zeta = 0,20 \quad \dot{x}(t=0) = 20 \text{ cm/s}$$

b) $t > 0$ için davranış fonksiyonu?

$$x(t) = e^{-\zeta \omega_n t} \left[x_0 \cos \omega_d t + \left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta \omega_n x_0}{\omega_d} \right) \sin \omega_d t \right]$$